Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLVI, вып. 2, 1963 г.

ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ЗАЛЕГАНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

С. В. Шалаев

Есть много способов количественного геологического истолкования гравитационных и магнитных полей. Рассмотрим способы подбора, которые можно использовать для определения элементов залегания геологических объектов, создающих сложные гравитационные и магнитные аномалии. При этих способах кривая, полученная полевыми измерениями, сравнивается с кривыми, которые для тел правильной геометрической формы рассчитываются по соответствующим формулам [10, 11]. В случае тел неправильной формы такие кривые приходится находить по специальным палеткам [6]. Наконец, для этого можно использовать моделирующие устройства [25].

Из большого числа кривых, заранее полученных теоретическим или иным путем, выбирается та, которая наилучшим образом совпадает с наблюдаемой кривой. Приближенно степень близости обеих кривых обычно оценивается на глаз. Точное решение этой задачи недавно дано Л. А. Халфиным [18], который, используя теорию информации, показал, каким образом надо сравнивать наблюдаемую кривую, осложненную помехами, с теоретическими кривыми, чтобы извлечь максимум геологической информации.

Основной недостаток способов подбора в применении их к сложным гравитационным и магнитным полям состоит в необходимости сравнения наблюдаемой кривой с очень большим числом теоретических кривых. Приведенный ниже предварительный расчет показывает, что для этого может потребоваться 10^8 и более теоретических кривых. Сравнить наблюдаемую кривую с таким большим числом теоретических затруднительно даже при современных быстродействующих электронных цифровых машинах. Поэтому целесообразно подбирать соответствующие аналитические выражения методами, применяемыми при обработке экспериментальных данных, когда приходится подыскивать эмпирическую формулу для экспериментальной (наблюдаемой) кривой [13, 14, 19, 21].

Как показано ниже, кривые аномалий силы тяжести Δg или вертикальной составляющей Z напряженности двухмерного магнитного поля, созданного несколькими телами, достаточно точно могут быть приближены (аппроксимированы) рациональной дробью.

Равномерное приближение наблюдаемой кривой рациональной дробью с точностью до некоторой малой величины ν можно получить, используя методы линейного программирования [1, 3, 7, 12, 13]. Использование ручного счета при аппроксимации наблюдаемой кривой рациональной дробью методами линейного программирования нерационально, так как при этом затрачивается много времени и большой штат вычи-

слителей. На современных быстродействующих электронных цифровых машинах приближение наблюдаемой кривой средней сложности рациональной дробью занимает несколько минут.

Представление наблюдаемой кривой рациональной дробью. Аналитическое выражение аномалии силы тяжести $\Delta g(x)$, созданной горизонтальной материальной нитью бесконечной длины, представляет собою рациональную дробь

$$\Delta g(x) = 2f\lambda \frac{h_1}{(x-x_1)^2 + h_1^2},$$

где x_1, h_1 — координаты, определяющие положение материальной нити;

λ — масса единицы длины нити;

f — гравитационная постоянная.

Ось x расположена горизонтально на поверхности Земли, перпендикулярно простиранию нити.

В общем случае аномалия силы тяжести, созданная двухмерным телом, рациональной дробью не выражается, тем не менее ее можно приблизить (аппроксимировать) рациональной дробью с любой наперед заданной степенью точности. Рассмотрим аномалии силы тяжести $\Delta g(x)$ для двухмерного тела произвольного поперечного сечения:

$$\Delta g(x) = f \iint_S \frac{2\sigma(x', h')\, h'\, dx'\, dh'}{(x-x') + h'^2}, \qquad (1)$$

где $\sigma(x', h')$ — избыточная плотность в точке (x', h');

S — площадь поперечного сечения тела.

По математическому анализу двойной интеграл

$$\iint_S \varphi(x', h')\, dx'\, dh'$$

равен пределу суммы

$$\iint_S \varphi(x', h')\, dx'\, dh' = \lim_{\substack{n=1 \\ n\to\infty}}^{n} \sum \varphi(x_k, h_k)\, \Delta x' \Delta h' \approx \sum_{k=1}^{n} \varphi(x_k, h_k)\, \Delta x' \Delta h', \qquad (2)$$

где n — равно числу элементарных площадок $\Delta x' \Delta h'$, на которые разбивается площадь S;

x_k, h_k — координаты точки, расположенной внутри k-ой элементарной площадки (рис. 1).

У интеграла (1) подынтегральная функция

$$\varphi(x', h') = 2f\sigma(x', h') \frac{h'}{(x-x')^2 + h'^2}.$$

Согласно формуле (2) интеграл (1) можно приближенно заменить суммой

$$\Delta g(x) \approx \sum_{k=1}^{n} 2f\sigma(x_k, h_k) \frac{h_k}{(x-x_k)^2 + h_k^2} \Delta x' \Delta h' = \sum_{k=1}^{n} \frac{2fm_k h_k}{(x-x_k)^2 + h_k^2}, \qquad (3)$$

где x_k, h_k — координаты, определяющие положение k-ой материальной нити;

$m_k = \sigma(x_k, h_k)\, \Delta x' \Delta h'$ — избыточная масса k-й нити единичной длины.

n — число материальных нитей.

При n, стремящейся к бесконечности, сумма (3) стремится к интегралу (1). Выражение (3) остается справедливым и для аномалии силы тяжести Δg, созданной несколькими телами.

В магниторазведке формула в виде рациональной дроби справедлива для вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Z, созданного тонким пластом, бесконечно вытянутым по падению и простиранию,

$$Z(x) = \frac{A''(x - x_1) + A'h_1}{(x - x_1)^2 + h_1^2} = \frac{C_1x + C_2}{x^2 + C_3x + C_4}, \quad (4)$$

где x_1, h_1 — координаты верхней кромки пласта малой мощности;

A', A'', C_k — некоторые постоянные [6].

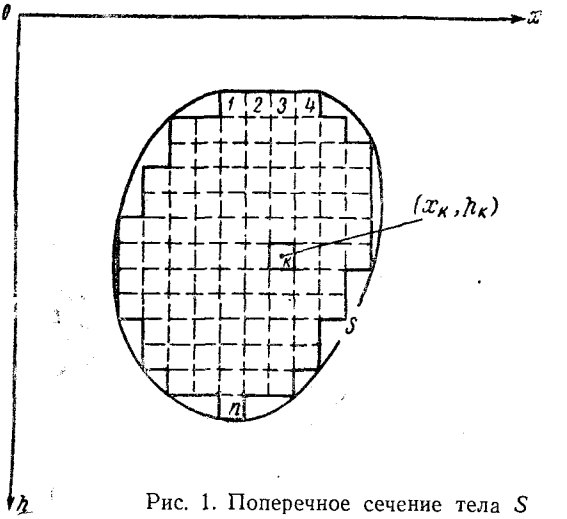


Рис. 1. Поперечное сечение тела S

Вертикальную составляющую напряженности магнитного поля произвольно намагниченного тела P (рис. 2) можно приблизить рациональной дробью с любой наперед заданной степенью точности. Для этого окружим тело P достаточно гладкой поверхностью L. Согласно лемме Пуанкаре о выметании [8] магнитные массы тела P можно заменить эквивалентными массами, расположенными на поверхности L. При такой замене поле вне поверхности L, в том числе и на поверхности земли, остается неизменным. Вертикальное поперечное сечение поверхности L на рис. 2 представлено в виде замкнутой гладкой линии T. Разрежем поверхность L, а вместе с ней и гладкую замкнутую линию T на столь малые куски, чтобы магнитные массы каждого из них можно было собрать в нить полюсов. Например, на рис. 2 магнитные массы куска заштрихованной поверхности собраны в нить полюсов, проходящую через точку M. После такой замены вертикальная составляющая Z тела P может быть приближенно представлена рациональной дробью

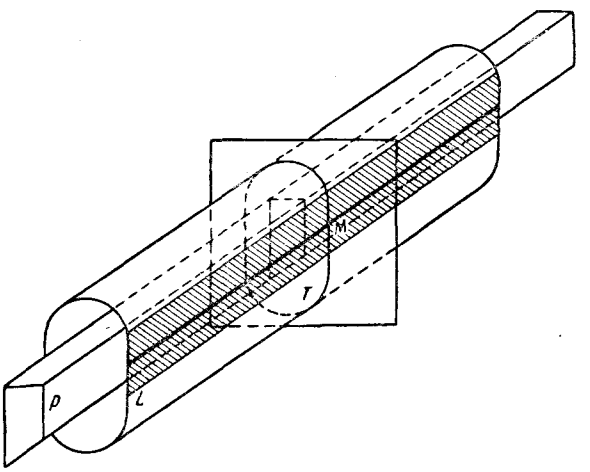


Рис. 2. Произвольно намагниченное тело P и окружающая его поверхность L с эквивалентными магнитными массами

$$Z(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{2m_k h_k}{(x - x_k)^2 + h_k^2}, \quad (5)$$

где x_k, h_k — координаты, определяющие положение нитей полюсов, системой которых заменяется тело P;

m_k — масса k-ой нити полюсов единичной длины;

n — число нитей полюсов.

Выражение (5) остается справедливым для нескольких произвольно намагниченных тел.

Существуют иные соображения, подтверждающие целесообразность аппроксимации наблюдаемой кривой рациональными дробями [21].

Перейдем к вычислению координат x_k и h_k, определяющих местоположение материальных нитей или нитей полюсов. В случае одной нити воспользуемся формулой (4). Приравняем знаменатель формулы (4) нулю

$$(x - x_1)^2 + h_1^2 = 0 \tag{6}$$

или

$$x^2 + C_3 + C_4 = 0. \tag{7}$$

По формуле (4) квадратные уравнения (6) и (7) совпадают друг с другом. Коэффициенты C_3 и C_4, входящие в уравнение (7), можно найти приведенной ниже аппроксимацией наблюденной кривой рациональной дробью. Квадратное уравнение (6), эквивалентное уравнению (7), более удобно для теоретического исследования. Действительно, перенесем входящий в него член h_1^2 в правую часть

$$(x - x_1)^2 = -h_1^2$$

и извлечем из обеих частей полученного равенства квадратные корни, после чего получим

$$x - x_1 = \pm ih_1 \quad (i = \sqrt{-1})$$

или

$$x = x_1 \pm ih_1. \tag{8}$$

Выражение (8) показывает, что вещественная часть корней квадратного уравнения (6), а стало быть, и (7) определяет абсциссу нити полюсов, а абсолютная величина мнимой части корней квадратного уравнения (7) дает ординату нити полюсов.

В случае нескольких нитей следует обратиться к формулам (3) или (5). Приведя дробь (5) к общему знаменателю, получим

$$Z(x) = \frac{a_{2n-2}x^{2n-2} + \ldots + a_0}{[(x - x_1)^2 + h_1^2] \ldots [(x - x_n)^2 + h_n^2]} = \frac{a_{2n-2}x^{2n-2} + \ldots + a_0}{x^{2n} + b_{2n-1}x^{2n-1} + \ldots + b_0}, \tag{9}$$

где a_k, b_k — некоторые постоянные.

Найдем корни знаменателя дроби (9):

$$[(x - x_1)^2 + h_1^2] \ldots [(x - x_k)^2 + h_k^2] \ldots [(x - x_n)^2 + h_n^2] = \\ = x^{2n} + b_{2n-1}x^{2n-1} + \ldots + b_0 = 0. \tag{10}$$

Согласно известной теореме высшей алгебры полином (10) имеет $2n$ корней. Чтобы получить все эти корни, необходимо обратить в нуль каждый из сомножителей $(x - x_k)^2 + h_k^2$:

$$(x - x_1)^2 + h_1^2 = 0; \ldots (x - x_k)^2 + h_k^2 = 0; \ldots (x - x_n)^2 + h_n^2 = 0. \tag{11}$$

Как следует из равенств (11), корнями уравнения (10) являются комплексные величины:

$$x_1 \pm ih_1; \ldots x_k \pm ih_k; \ldots x_n \pm ih_n.$$

Таким образом, для определения местоположения материальных нитей или нитей полюсов необходимо аппроксимировать наблюдаемую кривую рациональной дробью и затем приравнять ее знаменатель нулю. Комплексные корни знаменателя определят местоположение нитей.

Рассмотрим аномалию силы тяжести $\Delta g(x, y)$, созданную трехмерным телом произвольной формы:

$$\Delta g(x, y) = f \iiint_V \frac{\sigma(x', y', h')\, h' dx' dy' dh'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + h'^2]^{\frac{3}{2}}}. \qquad (12)$$

Как известно из курсов математического анализа, тройной интеграл равен пределу суммы:

$$\iiint_V \varphi(x', y', h')\, dx' dy' dh' = \lim_{\substack{k=1 \\ n \to 1}}^{n} \sum \varphi(x_k, y_k, h_k) \times$$

$$\times \Delta x' \Delta y' \Delta h' \approx \sum_{k=1}^{n} \varphi(x_k, y_k, h_k) \Delta x' \Delta y' \Delta h', \qquad (13)$$

где n — равно числу элементарных объемов $\Delta x' \Delta y' \Delta h'$, на которые разбивается объем V;

x_k, y_k, h_k — координаты точки, расположенной внутри k-го элементарного объема.

Подынтегральная функция интеграла (12)

$$\varphi(x', y', h') = f\sigma(x', y', h') \frac{h'}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + h'^2]^{\frac{2}{3}}}.$$

Поэтому, согласно формуле (13), интеграл (12) можно приближенно заменить суммой

$$\Delta g(x, y) \approx \sum_{k=1}^{n} f\sigma(x_k, y_k, h_k) \frac{h_k \Delta x' \Delta y' \Delta h'}{[(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + h_k^2]^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \frac{f M_k h_k}{[(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2 + h_k^2]^{\frac{3}{2}}}, \qquad (14)$$

где x_k, y_k, h_k, — координаты k-ой материальной точки; системой таких точек заменяется данное тело;

$M_k = \sigma(x_k, y_k, h_k) \Delta x' \Delta y' \Delta h'$ — масса k-ой материальной точки.

Выражение (14) не является рациональной дробью. Чтобы применить к трехмерному полю развитую в данной работе методику, необходимо преобразовать выражение (14) в рациональную дробь. Это удается сделать с помощью интегральных преобразований:

$$\Delta g^*(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta g(x, y)\, dy, \qquad (15)$$

$$\Delta g^*(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta g(x, y)\, dx, \qquad (16)$$

которые трансформируют наблюдаемые значения аномалии силы тяжести, заданные на плоской земной поверхности. Интегралы (15) и (16) можно легко вычислить по карте аномалии силы тяжести $\Delta g(x, y)$.

Используя легко берущиеся интегралы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h_k}{[(x-x_k)^2+(y-y_k)^2+h_k^2]^{\frac{3}{2}}}\,dy = \frac{2h_k}{(x-x_k)^2+h_k^2}, \tag{17}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{h_k}{[(x-x_k)^2+(y+y_k)^2+h_k^2]^{\frac{3}{2}}}\,dx = \frac{2h_k}{(y-y_k)^2+h_k^2} \tag{18}$$

и выражения (15) и (16), с помощью формулы (14) получим:

$$\left.\begin{aligned} \Delta g^*(x) &= \sum_{k=1}^{n} 2fM_k \frac{h_k}{(x-x_k)^2+h_k^2}, \\ \Delta g^*(y) &= \sum_{k=1}^{n} 2fM_k \frac{h_k}{(y-y_k)^2+h_k^2}. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Выражения $\Delta g^*(x)$ и $\Delta g^*(y)$ — рациональные дроби. Корни их знаменателей соответственно равны $x_k \pm ih_k$ и $y_k \pm ih_k$.

Интегральные выражения (15) и (16) сводят трехмерные магнитное или гравитационное поля к двухмерному. Этот метод [20, 22] обоснован нами ранее и использован И. Г. Клушиным [5], К. Ф. Тяпкиным [15, 16], проанализирован Г. А. Трошковым [17]. Несколько иное решение предлагает А. К. Маловичко [9].

Об использовании цифровых вычислительных машин для определения элементов залегания геологических объектов методами подбора. Существуют математические машины непрерывного действия или моделирующие машины и машины дискретного действия или цифровые машины. Рассмотрим применение математических машин дискретного действия.

Электронные цифровые машины снабжены внутренней или оперативной памятью, позволяющей очень быстро передавать хранящиеся в ней числа, например значения ординат теоретической и наблюдаемой кривых, в арифметическое устройство. Арифметическое устройство может производить сравнение ординат теоретической и наблюденных кривых. Оперативная память машины «Урал-1» в состоянии хранить 2048 малоразрядных чисел [4]. Машина «Урал-1» имеет еще внешнюю память на 40 тысяч чисел. Однако хранить во внешней памяти теоретические кривые нельзя, так как скорость обмена числами между внешней памятью и арифметическим устройством мала.

Вернемся к формуле вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Z произвольно намагниченного тонкого пласта — формуле (4). Она содержит четыре произвольных параметра C_k. Пусть каждый из них принимает 10 значений. Тогда в оперативной памяти машины надо хранить 10^4 теоретических кривых или 10^5 чисел, если каждую кривую задавать десятью ординатами. Число 10^5 значительно превосходит емкость оперативной памяти машины «Урал-1».

Поставленная задача оказывается слишком трудной и для машины БЭСМ. Очень вероятно, что в ближайшем будущем появятся быстродействующие запоминающие устройства большой емкости. Они позволят осуществлять быстрый ввод цифрового материала и его обмен между памятью и арифметическим устройством [2].

Если отказаться от хранения теоретических кривых в памяти, тогда придется их каждый раз вычислять на машине. Для этого, согласно формуле (4), надо несколько раз производить сложение и ум-

ножение, каждое из которых совершается за один такт работы машины «Урал-1» и наконец следует выполнить деление, на которое уходит четыре такта работы машины. Всего на определение по формуле (4) одной ординаты кривой потребуется более 10 однотактных операций. Одна теоретическая кривая, состоящая из десяти ординат, будет найдена более чем за 100 однотактных операций, на что уйдет более 1 *сек* работы машины «Урал-1» [4]. Вычисление 10^4 палеточных кривых потребует более 10^4 *сек*, или около 2,8 *ч*. Аналогичный расчет на машине БЭСМ занял бы примерно 0,028 *ч* [4]. В случае двух тонких пластов необходимое число теоретических кривых станет в общем случае равным 10^8. Их определение займет 28 000 *ч* работы машины «Урал-1», или 280 *ч* работы машины БЭСМ. При трех тонких пластах число необходимых теоретических кривых достигнет 10^{12}. Иногда один или два параметра удается исключить, так что число 10^{12} уменьшается до 10^{10}, но и число 10^{10} еще слишком велико.

Даже такой примерный расчет показывает, что при определении величины всех параметров C_k формулы (4) второй путь использования современных цифровых машин для интерпретации методом подбора тоже не всегда пригоден. В связи с этим целесообразно подбор соответствующих аналитических выражений осуществлять методами, применяемыми при обработке экспериментальных данных, когда приходится подыскивать эмпирическую формулу для экспериментальной (наблюдаемой) кривой [14]. Как указано выше, в качестве эмпирической формулы целесообразно использовать рациональную дробь.

Аппроксимация наблюдаемой кривой рациональной дробью методами линейного программирования. Кривые аномалии силы тяжести Δg или вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Z обычно осложнены помехами. При случайных помехах, заданных первыми двумя моментами распределения, постоянные a_k и b_k формулы (9) целесообразно определять из условия [18]

$$\sum_l \left(Z_l - \frac{a_{2n-2}x_l^{2n-2} + \ldots + a_0}{x_l^{2n} + b_{2n-1}x_l^{2n-1} + \ldots + b_0} \right)^2 = \min, \qquad (20)$$

где $Z_l = Z(x_l)$ — ордината кривой $Z(x)$, заданная в точке с абсциссой x_l.

Постоянные a_k и b_k можно определить из условия (20) методом скорейшего спуска, однако этот метод очень трудоемок и не всегда приводит к цели.

Приведя к общему знаменателю выражение, стоящее в условии (20) в скобках, получим

$$\sum_l P_l (Z_l x_l^{2n} + Z_l x_l^{2n-1} b_{2n-1} + \ldots + Z_l b_0 - a_{2n-2}x_l^{2n-2} - \ldots$$
$$\ldots - a_0)^2 = \min, \qquad (21)$$

где

$$P_l = \frac{1}{\left(x_l^{2n} + b_{2n-1}x_l^{2n-1} + \ldots + b_0\right)^2}. \qquad (22)$$

Величину P_l можно рассматривать в качестве веса. Обычно P_l полагают равным единице (например, [24]). Проведенное нами испытание методики на формуле (4) показало, что при $P_l = 1$ расхождения между наблюдаемой и теоретической кривыми довольно заметно в тех точках x_l, где кривая $Z_l = Z(x_l)$ достигает наибольших по абсолютной величине значений. При малых значениях $|Z_l|$ теоретическая кривая достаточно хорошо совпадает с наблюдаемой. Следовательно, следует отказаться от сравнительно произвольного условия $P_l = 1$.

Так как коэффициенты b_k заранее не известны, в качестве первого приближения можно принять

$$P_l = \frac{1}{x_l^{4n} + 1}.$$

Неплохие результаты получаются, если положить

$$P_l = Z_l^2 \quad \text{или} \quad P_l = Z_l^3. \tag{23}$$

Из условия (21) постоянные a_k и b_k можно найти методом наименьших квадратов [24].

Способом Г. Ш Рубинштейна [13] удается получить приближение наблюдаемой кривой $Z(x)$ рациональной дробью

$$\left| Z_l - \frac{a_{2n-2}x_l^{2n-2} + \ldots + a_0}{x_l^{2n} + b_{2n-1}x_l^{2n-1} + \ldots + b_0} \right| \leqslant \nu_l \quad (l = 1; 2; \ldots; S), \tag{24}$$

где S — число ординат кривой $Z(x)$, используемых в дальнейших построениях;

ν_l — некоторые постоянные, определяющие степень близости между наблюдаемой и теоретической кривыми; их следует задавать в соответствии с точностью произведенных измерений.

При $\nu_1 = \nu_2 = \ldots = \nu_5$ приближение называется равномерным. Соотношения (24) можно заменить системой неравенств:

$$\left.\begin{aligned} -a_{2n-2}x_l^{2n-2} - \ldots - a_0 + (Z_l - \nu_l)\,x_l^{2n} + \\ + (Z_l - \nu_l)\,x_l^{2n-1}b_{2n-1} + \ldots + (Z_l - \nu_l)\,b_0 \leqslant 0 \\ a_{2n-2}x_l^{2n-2} + \ldots + a_0 - (Z_l + \nu_l)\,x_l^{2n} - \\ - (Z_l + \nu_l)\,x_l^{2n-1}b_{2n-1} - \ldots - (Z_l + \nu_l)\,b_0 \leqslant 0. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Неравенства (25) решаются методами линейного программирования [1, 3, 7, 12, 13]. Результатом их решения являются численные значения постоянных a_k и b_k [23].

Для придания данной методике большей устойчивости подбор дробями надо вести, начиная с одной нити, полагая вначале в формуле (3) или (5) $n = 1$. Определив методом Г. Ш. Рубинштейна коэффициенты a_k и b_k, следует в формуле (3) положить $n = 1$, вычислить теоретическую кривую и сравнить ее с наблюдаемой. Если неравенства (24) при этом удовлетворяются, процесс вычисления на этом заканчивается. В противном случае надо положить в формуле (3) $n = 2$ и подобрать до наблюдаемой кривой аналитическое выражение, соответствующее двум материальным нитям. Число n увеличивается до тех пор, пока не будут удовлетворены все неравенства [24].

Данная методика заимствована из способов аппроксимации кривых полиномами, где степень полинома увеличивается до получения необходимого совпадения наблюдаемой и теоретической кривых [19].

При благоприятных геологических условиях подобранные таким путем материальные нити будут соответствовать реальным геологическим объектам. В противном случае их следует рассматривать лишь как некоторые вспомогательные тела [8].

Примеры. На рис. 3 показана наблюдаемая в поле кривая вертикальной составляющей напряженности магнитного поля Z. С этой кривой сняты 19 ординат, измеренные в миллиметрах, и данные введены в машину «Урал-1», где методом Г. Ш. Рубинштейна кривая Z аппро-

ксимировалась рациональной дробью (4). С помощью найденных коэффициентов C_k по формуле (4) вычислялась теоретическая кривая и определялись корни знаменателя дроби (4). Вещественная часть корней равна абсциссе, а абсолютная величина мнимой части — ординате верхней кромки маломощного пласта. Необходимая для этой цели программа составлена К. Е. Черниным. Результаты вычислений выдаются на специальных лентах, на которых печатаются ординаты подобранной теоретической кривой $Z(x)$, коэффициенты C_k и координаты верхней кромки маломощного пласта.

Какое-нибудь число, например $a=2$, «Урал-1» может выдать в виде произведения двух сомножителей [4]:

$$a=2=0{,}2\cdot 10^3=q_a 10^{P_a}.$$

Сомножитель $q_a=0{,}2$ называется мантиссой числа a. Его абсолютная величина всегда меньше единицы. Второй сомножитель представ-

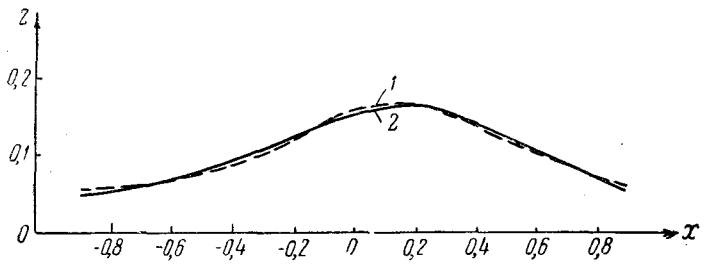


Рис. 3. Пример теоретической кривой (*1*), подобранной на электронной цифровой машине «Урал-1» по наблюдаемой кривой (*2*)

ляет собой некоторую степень с основанием 2 или 10. В программе К. Е. Чернина за основание степени взято 10. Показатель степени P_a называется порядком числа a. В нашем примере $P_a=3$. В методике Г. Ш. Рубинштейна диапазон изменения вычисляемых величин оказывается настолько большим, что на некоторых участках программы приходится перейти к вычислению в режиме с плавающей запятой. Это сильно замедляет процесс счета, так как машина «Урал-1» в основном приспособлена для выполнения расчетов в режиме с фиксированной запятой. Поэтому для аппроксимации наблюденной кривой рациональными дробями (3) или (5) при $n>1$ следует использовать машины с плавающей запятой типа БЭСМ, «Стрела», «Урал-2» и др.

На ленте напечатаны мантиссы и показатели степени координат верхней кромки маломощного пласта:

$$x_1=q_{x_1}10^{P_{x_1}}M=0{,}163\cdot 10^{\circ}\cdot 2=0{,}32\ км;$$

$$h_1=q_{h_1}10^{P_{h_1}}M=0{,}476\cdot 10^{\circ}\cdot 2=0{,}95\ км,$$

где M — масштабный коэффициент, равный расстоянию (*км*) между двумя соседними точками оси абсцисс исходной кривой Z, увеличенному в 10 раз.

Фактическая глубина залегания поверхности кристаллического фундамента по данным других методов интерпретации составляет 1 *км*.

Чтобы продемонстрировать возможности цифровой вычислительной машины с плавающей запятой, была рассчитана кривая Z для трех маломощных пластов. С кривой снято 55 ординат и заданы величины ν_k (см. таблицу). Эти данные вводились в машину «Урал-2». Программа, составленная К. Е. Черниным, предусматривала подбор сначала одним пластом. При невыполнении неравенств (24) осуществлялся переход к двум пластам. Если и для двух пластов неравенства (24) не выполнялись, то машина автоматически переходила к трем пластам. Дальнейшее увеличение числа пластов программой не предусматривается. Поэтому при $n=3$ ординаты подобранной кривой вы-

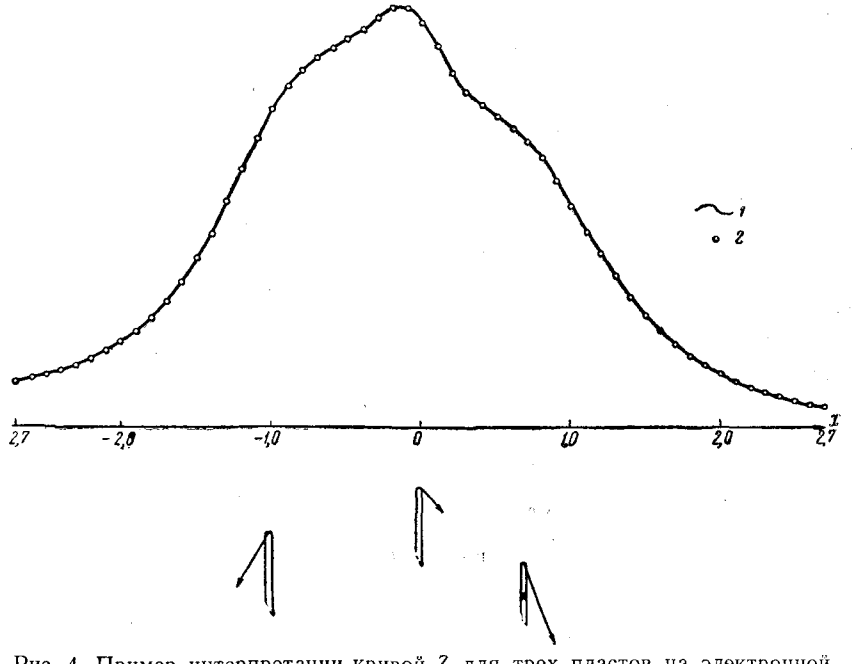


Рис. 4. Пример интерпретации кривой Z для трех пластов на электронной цифровой машине «Урал-2»:
1 — исходная кривая; *2* — точки теоретической кривой, подобранной машиной

даются на печать даже в том случае, если часть неравенств (24) оказывается неудовлетворенной.[1] Как видно из таблицы, ординаты подобранной и исходной кривых довольно хорошо совпадают. Кроме ординат кривой на ленте печатаются коэффициенты a_k и b_k. В этом примере подобранная рациональная дробь имеет вид

$$\frac{0{,}07977x^6 - 30{,}45x^5 + 96{,}93x^4 + 170{,}6x^3 + 366{,}4x^2 - 40{,}40x + 88{,}99}{x^6 + 0{,}6121x^5 + 0{,}1145x^4 + 0{,}5197x^3 + 1{,}846x^2 + 0{,}01478x + 0{,}3304}.$$

Далее на ленте приводятся значения x_k, h_k (рис. 4):

$$x_1 = -1{,}01; \quad x_2 = 0{,}01; \quad x_3 = 0{,}69;$$
$$h_1 = 0{,}70; \quad h_2 = 0{,}42; \quad h_3 = 0{,}92.$$

Исходные значения x_k, h_k в условных единицах:

$$x_1 = -1{,}00; \quad x_2 = 0{,}00; \quad x_3 = 0{,}70;$$
$$h_1 = 0{,}70; \quad h_2 = 0{,}40; \quad h_3 = 0{,}90.$$

Таким образом, исходные и полученные машиной глубины залегания верхних кромок маломощных пластов хорошо совпадают.

[1] В последней программе ν_k растет в 2, 4... раза для выполнения всех неравенств (24).

Сопоставление исходных и вычисленных машиной ординат Z

x	Значения Z		ν_k	x	Значения Z		ν_k
	исходные	вычисленные			исходные	вычисленные	
—2,7	29,8	29,3	1,0	0,1	252,7	253,0	0,5
—2,6	32,1	31,6	0,5	0,2	235,4	235,7	0,5
—2,5	34,7	34,2	0,5	0,3	222,3	222,2	0,5
—2,4	37,8	37,3	0,5	0,4	213,3	213,0	0,5
—2,3	41,4	40,9	0,5	0,5	206,2	206,0	0,5
—2,2	45,5	45,1	0,5	0,6	198,6	198,8	0,5
—2,1	50,6	50,2	0,5	0,7	189,2	189,5	0,5
—2,0	56,6	56,2	0,5	0,8	177,1	177,4	0,5
—1,9	63,9	63,5	0,5	0,9	162,8	162,9	0,5
—1,8	72,6	72,4	0,5	1,0	146,6	146,9	0,5
—1,7	83,7	83,2	0,5	1,1	129,9	130,3	0,5
—1,6	95,8	93,2	0,5	1,2	114,6	114,2	0,5
—1,5	111,5	111,7	0,5	1,3	99,7	99,2	0,5
—1,4	129,4	129,8	0,5	1,4	86,2	85,7	0,5
—1,3	149,6	150,0	0,5	1,5	74,3	73,6	0,5
—1,2	171,0	171,4	0,5	1,6	63,9	63,5	0,5
—1,1	192,0	192,3	0,5	1,7	54,9	54,6	0,5
—1,0	211,0	210,7	0,5	1,8	47,2	47,1	0,5
—0,9	226,1	225,8	0,5	1,9	40,7	40,6	0,5
—0,8	237,2	236,8	0,5	2,0	35,1	35,1	0,5
—0,7	245,2	244,8	0,5	2,1	30,3	30,4	0,5
—0,6	251,1	251,2	0,5	2,2	26,3	26,5	0,5
—0,5	257,6	257,6	0,5	2,3	22,7	23,0	0,5
—0,4	264,8	264,6	0,5	2,4	19,8	20,1	0,5
—0,3	272,5	272,4	0,5	2,5	17,2	17,5	0,5
—0,2	278,6	278,2	0,5	2,6	14,9	15,3	0,5
—0,1	278,7	278,2	0,5	2,7	13,0	13,5	1,0
0	269,4	269,3	0,5				

ЛИТЕРАТУРА

1. Булавский В. А. Итеративный метод решения задач линейного программирования. ДАН СССР, т. 137, 1961, № 2.
2. Гутенмахер Л. И. Статистические информационные машины нового типа. Вестн. АН СССР, 1955, № 10.
3. Канторович Л. В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. Изд-во АН СССР, 1959.
4. Китов А. И. и Криницкий Н. А. Электронные цифровые машины. Физматгиз, 1959.
5. Клушин И. Г. Исследование распределения источников гравитационных и магнитных аномалий по глубине. Изв. АН СССР. Серия геофиз., 1959, № 9.
6. Логачев А. А. Курс магниторазведки. Гостоптехиздат, 1962.
7. Линейные неравенства и смежные вопросы. Сб. под ред. Л. В. Канторовича. Изд-во иностр. лит., 1959.
8. Маловичко А. К. Методы аналитического продолжения аномалий силы тяжести и их приложения к задачам гравиразведки. Гостоптехиздат, 1956.
9. Маловичко А. К. О преобразовании трехмерных аномальных полей в двухмерные при решении задач по гравитационным и магнитным аномалиям. Информ. сб. ВИТРа, 1957, № 8.
10. Непомнящих А. А. Логарифмические гравитационные палетки. Изв. АН СССР. Серия геофиз., 1952, № 1.
11. Полякова Н. В. Вычисление элементов залегания намагниченных тел по полевым измерениям. Сб. «Геофизическая разведка рудных месторождений». Госгеолиздат, 1953.
12. Применение математики в экономических исследованиях. Сб. под ред. В. С. Немчинова. Соцэкгиз, 1959.
13. Рубинштейн Г. Ш. О равномерном приближении непрерывной функции с помощью обобщенных рациональных функций. Сб. «Успехи математических наук», т. 15, вып. 3, 1960.
14. Семендяев К. А. Эмпирические формулы. ГТТИ, 1938.
15. Тяпкин К. Ф. Об использовании формул плоской задачи для интерпретации гравитационных аномалий, вызванных конечными по простиранию геологическими объектами. ДАН УССР, 1960, № 8.

16. Тяпкин К. Ф. Интерпретация гравитационных аномалий, обусловленных конечными по простиранию геологическими объектами, ч. 1. Госгеолтехиздат, 1961.
17. Трошков Г. А. К вопросу об интерпретации магнитных гравитационных аномалий трехмерных тел. «Разведка и охрана недр», 1960, № 12.
18. Халфин Л. А. Информационная теория интерпретации геофизических исследований. ДАН СССР, т. 122, 1958, № 6.
19. Хотимский В. Выравнивание статистических рядов по методу наименьших квадратов. Госстатиздат, 1959.
20. Шалаев С. В. Об определении элементов залегания намагниченных тел. Сб. «Геофизические методы разведки в Казахстане», № 3. Гориздат, 1961.
21. Шалаев С. В. О количественном геологическом истолковании сложных магнитных аномалий на электронных цифровых машинах. «Прикладная геофизика», вып. 31, 1961.
22. Шалаев С. В. Об использовании особых точек потенциальных полей при интерпретации геофизических данных. «Прикладная геофизика», вып. 33, 1962.
23. Шалаев С. В. Об аппроксимации кривых, заданных в виде графика, рациональными дробями. Сб. «Вопросы рудной геофизики», вып. 3, 1963.
24. Hall D. Trans. Amer. Geophys. Union, 1958, № 1.
25. Zidorov D. Доклади Българска Академия не Науките, т. 11, 1958, № 1.