Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLVI, вып. 2, 1963 г.

ВЗАИМОСВЯЗЬ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ И МАГМАТИЗМА ЗЕМЛИ НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

И. Г. КЛУШИН

Закономерная взаимосвязь тектонических движений и магматизма Земли представляет собой определенное соотношение между различными формами движения вещества, установленное многочисленными фактами. Выяснением этой важной геологической закономерности современная наука во многом обязана Ю. А. Билибину, В. А. Николаеву, П. М. Татаринову, В. И. Серпухову, А. В. Пейве, В. М. Синицину, Г. Риду, Х. Хессу, В. Бенсону и другим исследователям [10, 27, 32, 41, 43].

Общепризнано, что на первых этапах тектонического цикла, характеризующихся преимущественно нисходящими формами движений, проявляется магматизм основного и ультраосновного состава, тогда как на последующих этапах, после инверсии тектонического режима — кислого и щелочного состава. В конечной стадии цикла, которая в какой-то мере примыкает к началу нового цикла, вновь появляются основные и ультраосновные породы, но с повышенной щелочностью. При сравнительно полных знаниях механизма и химизма процессов нет, однако, удовлетворительного причинного объяснения наблюдаемой закономерной связи.

В предлагаемой работе делается попытка показать, что эта взаимосвязь осуществляется на основе одного из наиболее общих физических принципов — вариационного принципа наименьшего действия.

Вариационные принципы играют важнейшую роль в современном естествознании, особенно математике, физике, механике, философии [18, 24, 28, 29]. Так, основные уравнения квантовой электродинамики, независимо от того, в каком представлении они рассматриваются, следуют из условия равенства нулю вариации интеграла от лагранжевой функции, характеризующей разность кинетической и потенциальной энергий [24]. Аналогичным образом выводятся классические уравнения Максвелла для электромагнитного поля. В волновой механике, оптике и сейсмике важную роль играет вариационный принцип наименьшего времени — принцип Ферма. Л. де-Бройль показал, что принцип наименьшего времени и принцип наименьшего действия не являются независимыми, но представляют собой два аспекта одного и того же закона [44].

М. Планк определял принцип наименьшего действия следующим образом: из бесчисленного количества движений, возможных в рамках наложенных условий, принцип наименьшего действия с помощью простого отличительного признака выхватывает совершенно определенное движение и характеризует его как действительно имеющее место в природе [28].

Принцип наименьшего действия выражается равенством

$$\delta S = 0, \tag{1}$$

где S — действие;

δ — знак вариации.

Действие S имеет размерность произведения энергии на время и определяется как интеграл [25]

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q,\ q'_t,\ t)\, dt, \tag{2}$$

где L — функция Лагранжа — при полном сохранении энергии является разностью кинетической и потенциальной энергии; L зависит от координат пространства q, скорости q_t и времени t.

В замкнутой системе движение происходит таким образом, что за каждый достаточно короткий фиксированный отрезок времени действие S сводится к минимуму.

Подробный анализ функции Лагранжа для всех процессов на Земле и в ее недрах представляет весьма трудную и, вероятно, неразрешимую задачу. Вместе с тем такой анализ, несомненно, должен включать в качестве главного элемента учет основных источников энергии и их изменение во времени.

Земля является мощной энергетической системой. Колоссальная кинетическая энергия связана с суточным вращением нашей планеты. Среднее значение этой энергии в каждую секунду составляет примерно 10^{36} *эрг* [26]. Вращение Земли — фактор, непрерывно действующий в течение громадных промежутков времени. Скорость вращения монотонно изменяется со временем [1], однако этим изменением в пределах каждого достаточно самостоятельного этапа геологической истории, по-видимому, можно пренебречь. Более существенную роль играют скачкообразные изменения скорости вращения, при которых кинетическая энергия изменяется до 10^{-8} полной величины, что обеспечивает выход энергии до 10^{28} *эрг* в доли секунды.

О влиянии режима вращения Земли на геотектонику указывали Б. Гутенберг [9], П. С. Воронов [7], Б. А. Яковлев [42] и др. В частности, П. С. Воронов убедительно показал, что распределение крупнейших систем тектонических нарушений и ограничиваемых ими геократических и талласократических зон в полярных областях планеты (Арктике и Антарктике) в значительной степени объясняется режимом вращения Земли.

В ряде случаев удается установить корреляционную связь изменений угловой скорости вращения с изменениями солнечной активности [35, 42], однако природа этой связи не выяснена.

Значительная энергия обычно связывается с процессом гравитационного сжатия (контракцией) Земли. Считают, что средняя скорость сокращения радиуса планеты может достигать 4,5—5 *см*/100 *лет*. Это должно обеспечить выход энергии порядка $5 \cdot 10^{21}$ *эрг/сек* [2]. Другие исследователи на основе положений современной физики считают, что размеры Земли не сокращаются, а увеличиваются.

Энергия, освобождающаяся за счет радиоактивного распада, оценивается величиной порядка $5{,}6 \cdot 10^{20}$ *эрг/сек* [6]. О ней можно также судить по размерам теплового потока через земную поверхность, который составляет $(2{,}5—3{,}8) \cdot 10^{20}$ *эрг/сек* [4, 33]. Потери тепла за счет вулканической деятельности и выноса его термальными источниками оцениваются как меньшие по крайней мере на один порядок, чем теплоотдача за счет теплопроводности горных пород.

Суммарная энергия землетрясений достигает 10^{17}—10^{20} *эрг/сек* [4, 22, 33].

Поступающая на Землю громадная энергия Солнца ($1{,}8 \cdot 10^{24}$ *эрг/сек*) приводит в движение массы воды, воздуха и находящиеся в них химические элементы [33]. Значительная часть этой энергии отражается, меньшая — идет на нагревание приповерхностного слоя (первые десятки метров) и усваивается растительностью. Энергия Солнца имеет решающее влияние на экзогенные процессы. В аккумулированном виде (органические вещества, глинистые продукты выветривания полевых шпатов и т. д.) часть солнечной энергии проникает на глубину нескольких километров.

Другие внешние источники энергии (космические лучи, метеориты и т. д.) незначительно сказываются на общем энергетическом балансе, хотя абсолютные значения потока энергии достигают существенной величины. В приведенной таблице сопоставлены внутренние и внешние источники энергии Земли.

Несущественная роль внешних источников в эндогенных процессах, включающих тектонические движения и проявления магматизма, дает возможность говорить о Земле как о сравнительно изолированной замкнутой системе. Замкнутый характер и закономерное развитие в течение весьма длительного времени позволяют считать эту систему самонастраивающейся (авторегулирующейся). Свойства таких систем изучаются кибернетикой. В частности, для них характерны стремление к состоянию равновесия и способность быстро преодолевать неустойчивые состояния [8].

Внутренние и внешние источники энергии Земли

Оценка	Источник энергии	Средняя величина энергии	
		эрг/сек	в долях энергии радиоактивного распада
	Внутренний		
Г. В. Войткевича [6]	Радиоактивный распад	$5{,}6 \cdot 10^{20}$	1
Ф. Берча [4]	в том числе радиогенное тепло, излучаемое через поверхность Земли	$2{,}5 \cdot 10^{20}$	$5 \cdot 10^{-1}$
А. А. Саукова [33]	То же	$3{,}8 \cdot 10^{20}$	$7 \cdot 10^{-1}$
В. И. Баранова [33]	в том числе радиогенное тепло, выносимое в результате деятельности термальных источников и вулканов	$3 \cdot 10^{17} — 10^{19}$	$5 \cdot 10^{-4} — 2 \cdot 10^{-2}$
В. Раби [33]	(в результате деятельности термальных источников)	10^{18}	$2 \cdot 10^{-3}$
Ферхугеля [33]	(только вулканы)	$3 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^{-4}$
Лотца [4]	то же	10^{18}	$2 \cdot 10^{-3}$
А. Т. Асланяна [2]	Контракция	$5 \cdot 10^{21}$	10
Г. П. Горшкова [33]	Землетрясения	$4 \cdot 10^{17}$	$7 \cdot 10^{-4}$
Б. Гутенберга и Ч. Рихтера [14]	То же	$10^{18} — 10^{19}$	10^{-2}
Н. Н. Парийского [6] и др.	Суточное вращение	10^{36}	$3 \cdot 10^{15}$
А. Д. Сытинского [5]	в том числе сезонные и скачкообразные изменения скорости вращения	$(1—5) \cdot 10^{21}$	2—10
	Внешний		
В. И. Баранова [33]	Солнце	$1{,}8 \cdot 10^{24}$	$3 \cdot 10^{3}$
	Полная Луна	$3{,}1 \cdot 10^{19}$	$6 \cdot 10^{-2}$
	Свечение ночного неба	$2{,}6 \cdot 10^{17}$	$5 \cdot 10^{-4}$
	Космические лучи	$1{,}7 \cdot 10^{17}$	$3 \cdot 10^{-4}$
	Метеоры	$1{,}4 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{-4}$

В связи с этим естественно обращение к известной теории изостазии [21], имеющей не только горячих защитников, но и умных противников. И те и другие вооружены фактами, которые требуют, но не получили непротиворечивого объяснения. Одно из наиболее серьезных возражений, которые встречает гипотеза изостазии, состоит в том, что проявление тектонических процессов рассматривается ею как движение, направленное на установление нарушенного чем-либо равновесия. С этой точки зрения геологическая история Земли выглядит как безнадежно долгая и неудачная попытка установить устойчивое равновесие. Вместе с тем современные геофизические данные о строении земной коры в пределах континентов и океанов говорят о том, что в целом для Земли изостатическая компенсация соблюдается с высокой степенью точности [13, 37]. Такие геологические факты как постепенное сокращение площадей, занятых геосинклиналями, с одновременным расширением консолидированных платформенных областей также указывают на стремление к стабилизации. Таким образом, имеются факты, которые могут быть противопоставлены друг другу.



Рис. 1. Сферическая система координат

Как показано ниже, интенсивные тектонические движения и проявления магматизма, с одной стороны, и состояние изостатической компенсации — с другой, не противоречат друг другу и являются сопряженными, естественными следствиями вариационного принципа наименьшего действия.

Кинетическая энергия вращения Земли, как следует из таблицы, на много порядков превышает энергию, связанную с другими процессами. Можно полагать, что влияние этого члена в уравнении (2) будет решающим.

Проявление принципа наименьшего действия можно установить следующим образом. Момент количества движения и связанная с ним кинетическая энергия при данной скорости вращения зависят от распределения плотности вдоль экваториального радиуса. Поскольку траектории движения частиц Земли определены (это окружности различных радиусов), для уменьшения действия S необходимо варьировать распределение самих траекторий, т. е. распределение плотности σ. Можно проверить, насколько соответствует закон распределения плотности с глубиной $\sigma(r)$, вычисленный на основе принципа наименьшего действия, тому распределению, которое установлено по совокупности геофизических данных.

В настоящее время закон изменения $\sigma(r)$ установлен достаточно точно [14]. Используя значение полной массы Земли и плотности горных пород вблизи поверхности, учитывая связь скорости распространения упругих волн с плотностью и модулем всестороннего сжатия, получают систему дифференциальных уравнений, решение которой и дает искомое распределение $\sigma(r)$. При этом скачки скорости распространения упругих волн на некоторых границах интерпретируются и как соответствующие скачки плотности.

Если известную закономерность достаточно точно можно определить, имея лишь минимум независимых сведений, в частности, минуя сейсмические данные, но опираясь на вариационный принцип, это послужит подтверждением важной роли принципа, проявляющегося в числе многих явлений природы и в особенностях внутреннего строения Земли.

Рассмотрим сферическую систему координат (рис. 1), при которой: r — расстояние некоторой точки от центра Земли; R — радиус Земли; φ и λ — соответственно широта и долгота точки. Отклонением истинной формы Земли от сферы в первом приближении пренебрегаем.

Элемент объема dV в принятой системе координат выражается равенством

$$dV = r^2 dr \cos\varphi d\varphi d\lambda. \tag{3}$$

Умножив элемент объема на плотность, получаем элемент массы dm. При условии, что плотность зависит только от r, т. е. Земля состоит из однородных концентрических слоев переменной плотности $\sigma(r)$, элемент массы

$$dm = \sigma(r)\, r^2 dr \cos\varphi d\varphi d\lambda. \tag{4}$$

Момент количества движения $d\boldsymbol{I}$ некоторой точки находим как произведение массы точки dm, ее линейной скорости $\boldsymbol{v}$ и расстояния $\boldsymbol{r}$:

$$d\boldsymbol{I} = dm\,(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{r}). \tag{5}$$

В скалярной форме

$$dI = dmvr\cos\varphi = \sigma(r)\, r^4 dr \cos^3\varphi d\varphi d\lambda \frac{2\pi}{\tau}. \tag{6}$$

Линейная скорость v передвижения точки находится как частное от деления длины окружности радиуса $r\cos\varphi$ на время одного оборота $\tau(\tau_{ср} = 86\,400$ *сек*$)$.

Общий момент количества движения определим, интегрируя выражение (6) по независимым координатам:

$$I = \frac{2\pi}{\tau}\int_0^{2\pi} d\lambda \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\varphi d\varphi \int_0^R \sigma(r)\, r^4 dr = \frac{2\pi}{\tau} 2\pi \frac{4}{3}\int_0^R \sigma(r)\, r^4 dr. \tag{7}$$

Введем новую переменную $\rho = \frac{r}{R}$; $\rho = 0$ при $r = 0$; $\rho = 1$ при $r = R$.

Равенство (7) примет вид

$$I = \frac{16}{3}\pi^2 R^5 \frac{1}{\tau}\int_0^1 \sigma(\rho)\,\rho^4 d\rho = N_1 \frac{1}{\tau}\int_0^1 \sigma(\rho)\,\rho^4 d\rho, \tag{8}$$

$$N_1 = \frac{16}{3}\pi^2 R^5 = \text{const}. \tag{9}$$

В силу замкнутости системы момент количества движения даже для сравнительно больших отрезков времени остается постоянным

$$\frac{1}{\tau}\int_0^1 \sigma(\rho)\,\rho^4 d\rho = \text{const} > 0. \tag{10}$$

Кинетическая энергия вращения точки с массой dm определяется равенством

$$dT = dm\frac{v^2}{2} = \sigma(r)\, r^2 dr \cos\varphi d\varphi d\lambda \frac{(2\pi r\cos\varphi)^2}{2\tau^2}. \tag{11}$$

Общая кинетическая энергия с учетом принятых обозначений выражается интегралом

$$T = \frac{16}{3}\pi^3 R^5 \frac{1}{\tau^2}\int_0^1 \sigma(\rho)\rho^4 d\rho = N_2 \frac{1}{\tau^2}\int_0^1 \sigma(\rho)\rho^4 d\rho, \tag{12}$$

$$N_2 = \frac{16}{3}\pi^3 R^5 = \text{const}.$$

Чтобы действие S стремилось к минимуму, необходимо варьировать плотность $\sigma(\rho)$ таким образом, чтобы при заданных средней плотности $\sigma_{ср}$ и периоде обращения τ стремился к минимуму интеграл

$$\int_0^1 \sigma(\rho)\rho^4 d\rho = \text{const} = \min > 0. \tag{10'}$$

Средняя плотность Земли находится как частное от деления массы Земли M на ее объем V из равенства

$$\sigma_{ср} = \frac{M}{V} = \frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3}\int_0^{2\pi} d\lambda \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi d\varphi \int_0^R \sigma(r) r^2 dr = 3\int_0^1 \sigma(\rho)\rho^2 d\rho. \tag{13}$$

Как известно [14],

$$\sigma_{ср} = 5{,}52 \ г/см^3.$$

Для численного определения закона изменения плотности с глубиной представим $\sigma(\rho)$ в виде разложения по смещенным полиномам Чебышева [20]. Выбор этой системы ортогональных функций объясняется рядом присущих ей замечательных свойств, в том числе быстрой и равномерной сходимостью. Смещенные полиномы Чебышева, в отличие от обычных, определяют искомую функцию в интервале от 0 до 1.

Итак,

$$\sigma(\rho) = A_0 + A_1 T_1^*(\rho) + A_2 T_2^*(\rho) + A_3 T_3^*(\rho) + \ldots, \tag{14}$$

где $A_0, A_1, \ldots, A_k$ — искомые постоянные коэффициенты;
$T_k^*(\rho)$ — полином k-го порядка;

$$\left.\begin{aligned} T_1^*(\rho) &= -1 + 2\rho; \\ T_2^*(\rho) &= 1 - 8\rho + 8\rho^2; \\ T_3^*(\rho) &= -1 + 18\rho - 48\rho^2 + 32\rho^3; \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

$$\int_0^1 \rho^4 [A_0 + A_1 T_1^*(\rho) + A_2 T_2^*(\rho) + A_3 T_3^*(\rho) + \ldots] d\rho = \min; \tag{16}$$

$$3\int_0^1 \rho^2 [A_0 + A_1 T_1^*(\rho) + A_2 T_2^*(\rho) + A_3 T_3^*(\rho) + \ldots] d\rho = 5{,}52. \tag{17}$$

Интегрируя по ρ, находим:

$$A_0 \frac{1}{5} + A_1 \frac{2}{15} + A_2 \frac{1}{105} - A_3 \frac{2}{35} + \ldots = \min, \tag{18}$$

$$A_0 + A_1 \frac{1}{2} - A_2 \frac{1}{5} - A_3 \frac{3}{10} + \ldots = 5{,}52. \tag{19}$$

К основным равенствам (18) и (19) добавим соотношения, накладывающие некоторые ограничения на σ. Равенство (20) определяет граничное значение плотности σ_0:

$$A_0 + A_1 + A_2 + A_3 + \ldots = \sigma_0. \tag{20}$$

Неравенство (21) указывает на возможный градиент плотности вблизи поверхности Земли: плотность либо возрастает к центру (что естественно при $\sigma_0 < \sigma_{ср}$), либо на некотором расстоянии остается почти неизменной, а далее изменяется по произвольному закону, всюду оставаясь положительной. Исключается убывание плотности при движении сразу от поверхности.

При

$$\frac{d\sigma(\rho)}{d\rho} \leqslant 0 \Big|_{\rho \to 1}$$

$$A_1 + 4A_2 + 9A_3 + \ldots \leqslant 0. \tag{21}$$

Учитывая плавность функций $T_k^*(\rho)$, условия (20) и (21), вероятно, следует относить не к плотности горных пород земной коры, мощность которой составляет лишь 0,5% от размеров радиуса Земли, а к плотности значительно более мощной зоны, охватывающей по крайней мере $^1/_{20} \div {}^1/_{30}$ радиуса.

Для определения знака постоянных A рассмотрим несколько последовательных приближений, полагая, что каждое новое улучшает результат предыдущего, одновременно углубляя минимум количества движения.

Приближение I

$$\sigma(\rho) \approx A_0 = \text{const} = 5{,}52,$$

$$\min^{(1)} = \frac{A_0}{5} = 1{,}104. \tag{22}$$

Приближение II

$$\sigma(\rho) \approx A_0 + A_1 T_1^*(\rho),$$

$$A_0 + A_1 \frac{1}{2} \approx 5{,}52,$$

$$A_0 + A_1 \approx \sigma_0,$$

$$\min^{(2)} = \frac{A_0}{5} + \frac{2A_1}{15} = \frac{A_0 + A_1 \frac{1}{2}}{5} + \frac{A_1}{30}. \tag{23}$$

Как следует из сравнения равенств (22) и (23), понижение минимума при добавлении члена A_1 возможно лишь при $A_1 < 0$. Равенство (23) можно переписать в виде

$$\min^{(2)} = \frac{5{,}52}{5} + \frac{A_1}{30} = 1{,}104 + \frac{\sigma_0 - 5{,}52}{15}. \tag{24}$$

При $\sigma_0 < 5{,}52$ $\min^{(2)} < \min^{(1)}$.

Приближение III

$$\sigma(\rho) \approx A_0 + A_1 T_1^*(\rho) + A_2 T_2^*(\rho),$$

$$A_0 + A_1 \frac{1}{2} - A_2 \frac{1}{5} \approx 5{,}52,$$

$$A_0 + A_1 + A_2 \approx \sigma_0,$$

$$\min^{(3)} = \frac{A_0}{5} + \frac{2A_1}{15} + \frac{A_2}{105} = 1{,}104 + \frac{\sigma_0 - 5{,}52}{15} - \frac{A_2}{32{,}8}. \tag{25}$$

При $A_2 > 0$ $\min^{(3)} < \min^{(2)}$.

Приближение IV

$$\sigma(\rho) \approx A_0 + A_1 T_1^*(\rho) + A_2 T_2^*(\rho) + A_3 T_3^*(\rho),$$

$$A_0 + A_1 \frac{1}{2} - A_2 \frac{1}{5} - A_3 \frac{3}{10} \approx 5{,}52,$$

$$A_0 + A_1 + A_2 + A_3 \approx \sigma_0,$$

$$\min^{(4)} = 1{,}104 + \frac{\sigma_0 - 5{,}52}{15} - \frac{A_2}{32{,}8} - \frac{A_3}{12}. \qquad (26)$$

При $A_3 > 0$ $\min^{(4)} < \min^{(3)}$.

Таким образом, $A_0 > 0$; $A_1 < 0$; $A_2 > 0$; $A_3 > 0$. Поделив равенство (19) на 5 и вычитая его из (18), получим еще одно полезное представление условия минимума

$$\min = 1{,}104 + \frac{A_1}{30} + \frac{A_2}{20{,}2} + \frac{A_3}{350} + \ldots \qquad (27)$$

Введение членов A_2 и A_3 в формулы (25) и (26) вызывает соответствующее изменение члена A_1: общая величина минимума уменьшается, но не очень значительно. Это особенно заметно по коэффициенту $^1/_{350}$ при A_3. Таким образом, для практических целей достаточно ограничить разложение полиномом Чебышева третьего порядка, имеющего множитель A_3. Как следствие, величина A_3 во много раз должна быть меньше величины A_1.

Из формул (25), (26) следует, что $\min^{(3)} < \min^{(2)}$ и $\min^{(4)} < \min^{(3)}$, причем углубление минимума тем сильнее, чем больше абсолютная величина коэффициентов A_2 и A_3. С этой точки зрения коэффициенты A_2 и A_3 должны быть по возможности бóльшими.

Из равенства (20) находим, что

$$A_2 + A_3 = \sigma_0 - (A_0 + A_1). \qquad (28)$$

Так как по условию $\sigma(\rho) > 0$ при любом ρ, коэффициент A_0, характеризующий постоянную составляющую, должен быть во всяком случае больше абсолютного значения A_1. Следовательно,

$$0 < A_2 + A_3 < \sigma_0. \qquad (29)$$

Сюда же добавляются неравенства (21) и

$$A_3 < A_2. \qquad (30)$$

Противоречивое требование увеличения A_2 и A_3 (для углубления минимума количества движения) и уменьшения A_2 и A_3 [в соответствии с неравенствами (21) и (29)] приводит к очень ограниченному выбору значений этих коэффициентов.

Положим, например, что $\sigma_0 = 3{,}3$ $г/см^3$. Пусть $A_2 = 1{,}5$; $A_3 = 1$. Тогда:

$$A_2 + A_3 = 2{,}5 < 3{,}3,$$

$$A_0 + A_1 \frac{1}{2} - \frac{1{,}5}{5} - \frac{3}{10} = 5{,}52,$$

$$A_0 + A_1 + 1{,}5 + 1{,}0 = 3{,}3,$$

$$A_1 = -10{,}64,$$

$$-10{,}64 + 4 \times 1{,}5 + 9 \times 1 = -10{,}64 + 15 > 0.$$

Следовательно, условие (21) не соблюдено и необходимо значительно уменьшить A_2 и A_3.

При $A_2=0{,}70$ и $A_3=0{,}50$ находим:

$$A_1=-7{,}42, \quad A_0=9{,}52,$$

$$A_1+4A_2+9A_3=-7{,}42+4\times 0{,}7+9\times 0{,}5=-0{,}12<0.$$

Если и возможно некоторое увеличение A_2 и A_3, то лишь в пределах нескольких сотых.

График $\sigma(\rho)$, описываемый равенством

$$\sigma(\rho)=9{,}52-7{,}42(-1+2\rho)+0{,}70(1-8\rho+8\rho^2)+$$
$$+0{,}50(-1+18\rho-48\rho^2+32\rho^3)=17{,}14-$$
$$-11{,}44\rho-18{,}40\rho^2+16{,}00\rho^3, \qquad (31)$$

приведен на рис. 2. Там же изображена зависимость $\sigma(\rho)$ по данным Буллена [14]. Как видно, соответствие вполне удовлетворительное.

При определении $\sigma(\rho)$ мы пользовались известным значением σ_0 — плотности верхней зоны. Однако эта величина также может быть грубо оценена из условия минимума количества движения и средней плотности Земли. Действительно, равенства (10′) и (13) могут быть переписаны в виде

$$\int_0^1 \rho^2 B(\rho)\,d\rho=\min, \qquad (32)$$

$$3\int_0^1 B(\rho)\,d\rho=5{,}52. \qquad (33)$$

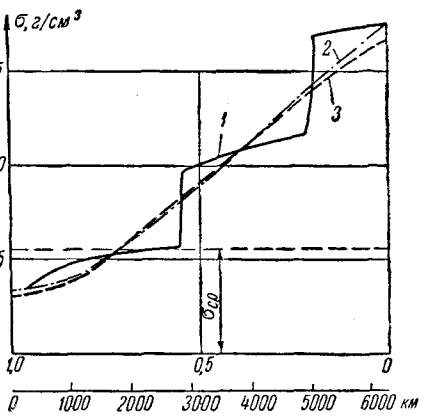


Рис. 2. Закон изменения плотности вдоль радиуса Земли:

1 — по Буллену [13]; *2* — $\sigma(\rho)$, вычисленная по заданному значению $\sigma_{ср}$, значению плотности σ_0 на границе и условию градиента плотности на границе; *3* — $\sigma(\rho)$ для случая, когда основной исходной величиной является $\sigma_{ср}$ и условие градиента плотности на границе.

При вычислении кривых *2*, *3* минимизировались интегралы (10′) и (32)

Функция $B(\rho)=\rho^2\sigma(\rho)$ равна нулю при $\rho=0$, а $\lim\limits_{\rho\to 1} B(\rho)=\sigma_0$. Таким образом, по предельному значению $B(\rho)$ можно оценить σ_0. Отличие этой задачи от рассмотренной выше состоит в том, что известно значение искомой функции в начале координат.

Поскольку плотность внутри Земли по условию всюду положительна и является конечной величиной, можно считать, что функция $B(\rho)$ монотонно возрастает по некоторому закону от нуля до σ_0. Производная функция $B(\rho)$ в точке ρ должна удовлетворять соотношению

$$\frac{dB(\rho)}{d\rho}=\frac{d[\rho^2\sigma(\rho)]}{d\rho}=2\rho\sigma(\rho)+\rho^2\frac{d\sigma(\rho)}{d\rho}. \qquad (34)$$

Полагая, что вблизи поверхности Земли градиент плотности равен нулю либо отрицателен по знаку (плотность уменьшается с приближением к поверхности) и не слишком большой по величине, например меньше удвоенной величины самой плотности, можно с достаточной общностью считать

$$B'_\rho(1)=2\sigma_0+\sigma'_\rho(\rho)>0. \qquad (35)$$

Графики функции $B(\rho)$ показаны на рис. 3. На рис. 4 построены кривые предельных значений $\lim\limits_{\rho \to 1} B(\rho) = \sigma_0$ в зависимости от величины минимума интеграла (32).

Решение искалось в форме простых функций:

$$B(\rho) = \begin{cases} N_1 \rho e^{k_1 \rho}, & (36) \\ N_2 \rho e^{-k_2 \rho}, & (36') \\ N_3 \rho^{k_3}, & (36'') \\ N_4 \dfrac{\rho}{\rho^2 + k_4^2}, & (36''') \\ N_5 \rho e^{k_5 \rho^2}, & (36'''') \end{cases}$$

где N_i, k_i — параметры, подлежащие определению.

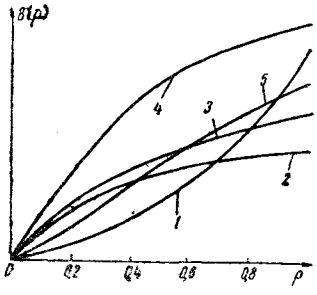


Рис. 3. Возможное изменение функции $B(\rho)$ в соответствии с формулами: *1* — (36); *2* — (36′); *3* — (36″); *4* — (36‴); *5* — (36⁗)

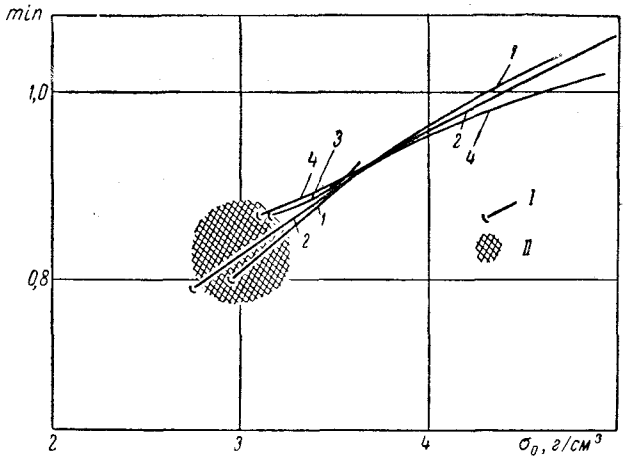


Рис. 4. Зависимость плотности на границе от минимума интеграла (32)

Кривые $\lim\limits_{\rho \to 1} B(\rho) = \sigma_0$, соответствующие формулам: *1* — (36) и (36′); *2* — (36″); *3* — (36‴); *4* — (36⁗);
I — предельное значение σ_0, еще удовлетворяющее условию градиента на границе; *II* — область наиболее вероятных значений минимума интеграла (32) и плотности σ_0 на границе

Параметры изменялись таким образом, чтобы каждый раз выполнялось условие постоянства средней плотности Земли ($\sigma_{ср} = 5{,}52$) и условие знака градиента плотности на границе $\sigma'_\rho(1) \leqslant 0$. Соотношение (35) реализовалось в форме

$$B'_\rho(1) \geqslant \frac{2\sigma_0}{5}. \qquad (37)$$

Как видно на рис. 4, различные предположения о функции $B(\rho)$ при минимальных значениях интеграла (32) устойчиво дают значение плотности σ_0 порядка 2,9—3,1.

График $\sigma(\rho)$ для случая, когда основной исходной величиной является только средняя плотность, приведен на рис. 2. Сопоставление кривых $\sigma(\rho)$ подтверждает важное значение вариационного принципа наименьшего действия применительно к изучению внутреннего строения Земли.

Ниже мы везде полагали, что строение всех концентрических слоев изотропно и зависит только от радиуса. Равенство (10) должно выполняться в среднем и тогда, когда крупные участки оболочек отличаются

по распределению плотности. При этом необходимо сделать замену

$$\frac{1}{\tau}\int_0^1 \sigma(\rho)\,\rho^4 d\rho = \frac{1}{\tau}\left[P_1\int_0^1 \sigma_1(\rho)\,\rho^4 d\rho + P_2\int_0^1 \sigma_2(\rho)\,\rho^4 d\rho + \ldots + P_k\int_0^1 \sigma_k(\rho)\,\rho^4 d\rho\right], \tag{38}$$

где P_i — множители, определяющие, какая часть всего момента количества движения Земли приходится на тот или иной крупный сектор,

$$\sum_{i=1}^{k} P_i = 1;$$

$\sigma_i(\rho)$ — функции, характеризующие закон изменения плотности вдоль радиуса для отдельных крупных секторов.

Наиболее неоднородной считается верхняя часть оболочки Земли. Так как в интегральном соотношении (10) и в равенстве (38) фигурирует четвертая степень расстояния от центра планеты, следует признать, что указанные соотношения имеют главное значение именно для тех геосфер, которые удалены от центра больше, чем на $0{,}8R$. Кинетическая энергия и момент количества движения Земли почти наполовину определяются массами, сосредоточенными в интервале глубин от 0 до 700—1000 *км*, т. е. в том интервале, где еще имеются очаги землетрясений.

Положим, что подынтегральная функция и предел интегрирования являются, в свою очередь, функциями времени t. Для сохранения момента количества движения и минимизации действия S необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$\frac{1}{\tau}\sum_{i=1}^{k} P_i \int_0^{R_i(t)} \sigma_i(r,\ t)\, r^4 dr = \min = \text{const} > 0. \tag{39}$$

Для сохранения кинетической энергии необходимо выполнение сходного равенства, в левой части которого перед суммой стоит множитель $\frac{1}{\tau^2}$.

Это означает, что локализованные в пределах достаточно крупных участков местные изменения радиуса Земли, связанные с тектоническими процессами, обязательно должны сопровождаться вертикальным перераспределением плотности, а также общим для всей Земли изменением периода обращения. Рассмотрим прежде всего, насколько значимым для нашего анализа является непостоянство τ.

Как известно, скорость вращения Земли непостоянна: существуют нерегулярные, сезонные и вековые изменения. Нерегулярные (обычно весьма кратковременные) изменения скорости зачастую коррелируются во времени с сильными землетрясениями. Однако для большинства геологических процессов необходимы многие тысячи лет, чтобы получились четко выраженные результаты: поднялись горы, образовались моря, внедрились интрузии и т. д. Да и такие процессы, как вертикальные движения глыб, разделенных разломами, т. е. движения, сопровождающиеся землетрясениями, приводят к значительным относительным перемещениям (сотни метров) в результате большой совокупности кратковременных индивидуальных актов. Таким образом, значимые для нашего ана-

лиза отрезки времени таковы, что в этих пределах может быть множество нерегулярных и сезонных вариаций скорости, которые в среднем скажутся незначительно.

Очень ценным для данного анализа представляется указание В. В. Белоусова [3] о том, что такие кратковременные геологические процессы, как индивидуальные землетрясения или индивидуальные вулканические извержения, характеризуют мгновенное состояние недр, тогда как нам необходимо знать длительную направленность геологического процесса.

Вместе с тем геологические процессы идут достаточно быстро, чтобы изменить лик Земли за время, когда доля вековых вариаций будет еще не слишком большой. Действительно, в течение антропогена сутки изменились (если справедлива цифра 0,002 *сек* за 100 лет) всего на 0,02%.

Может возникнуть вопрос о том, что для сохранения момента количества движения Земли при местном увеличении радиуса достаточно уменьшить общую скорость вращения и необходимости в перераспределении плотности не будет. Однако в различных частях Земли одновременно происходят дифференцированные по знаку, восходящие и нисходящие тектонические движения, поэтому в каждом достаточно крупном секторе появляются собственные компенсационные процессы, проявляющиеся в перераспределении плотности и поддерживающие общее постоянство момента количества движения. Скорость могла изменяться лишь при наличии одновременных движений одного знака на очень большой площади. Возможно, такие условия существовали в триасе.

Таким образом, с достаточной для наших целей точностью множитель $\frac{1}{\tau}$ может считаться постоянной величиной. Одновременно условие постоянства суммы может быть заменено условием постоянства каждого из ее членов. Равенство (39) в этом случае принимает вид

$$\int_0^{R_i(t)} \sigma_i(r,\ t)\, r^4 dr = \min = \text{const} > 0. \tag{40}$$

На связь тектонических движений с перераспределением плотности по вертикали указывают Г. Г. Рид [32], Х. Х. Хесс [41], В. В. Федынский [37], А. А. Борисов [5] и др. Так, Х. Х. Хесс [41] объясняет эпейрогенические колебания морского дна и плато Колорадо серпентинизацией и десерпентинизацией мантии. Переход оливина в серпентин сопровождается уменьшением плотности и увеличением объема. Таким образом, уменьшение средней плотности мантии влечет за собой подъем подошвы и поверхности земной коры.

Покажем, что связь тектонических движений с перераспределением плотности имеет очень большую силу и неизбежно должна осуществляться в земном шаре. Учитывая массу горных пород и скорость их перемещения в процессе тектонических движений, последние следует рассматривать как движения высокого порядка малости по сравнению с вращением всей Земли. Однако такие движения могут вызывать очень существенные изменения общего количества движения и кинетической энергии вращения Земли.

Положим, что в некотором участке Земли крупная глыба с массой m вертикально перемещается в некоторых пределах, причем скорость v_m перемещения изменяется во времени t по закону

$$v_m(t) = v_m \sin \omega t, \tag{41}$$

где ω — частота повторяющихся подъемов и опусканий.

Верхняя поверхность глыбы будет воздыматься относительно исходного уровня на высоту h

$$h(t) = \int_0^t v_m(t)\,dt = v_m \frac{1}{\omega}(1 - \cos \omega t). \tag{42}$$

Одновременно с подъемом или опусканием глыбы будет изменяться ее линейная скорость вращения при постоянной угловой скорости вращения Земли. Изменение Δv линейной скорости вращения v найдем из соотношения

$$dv = \frac{2\pi \cos \varphi}{\tau} dR;$$

при $dR = h$

$$\Delta v(h) = \frac{2\pi \cos \varphi}{\tau} h,$$

$$\Delta v(t) = \frac{2\pi \cos \varphi}{\tau} v_m \frac{1}{\omega}(1 - \cos \omega t). \tag{43}$$

Для оценки влияния местного тектонического движения на общее количество движения Земли удобно перейти к некоторым средним показателям за несколько (n) периодов. Время одного периода тектонических движений равно $\frac{2\pi}{\omega}$.

Среднее значение квадрата скорости $v_m(t)$ за промежуток времени $t = n\frac{2\pi}{\omega}$ (где $n = 3, 4, 5 \ldots$) получаем из равенства

$$\overline{v_m^2} = \frac{1}{t}\int_0^t v_m^2(t)\,dt = v_m^2 \frac{1}{2}. \tag{44}$$

Среднее значение квадрата приращения скорости $\Delta v(t)$ за тот же промежуток времени

$$\overline{\Delta v^2} = \frac{1}{t}\int_0^t \Delta v^2(t)\,dt = \left(\frac{2\pi \cos \varphi}{\tau\omega} v_m\right)^2 \frac{3}{2}. \tag{45}$$

Итак, при сохранении общей массы Земли и угловой скорости ее вращения и при отсутствии сопряженных процессов местное тектоническое движение, количество которого определяется величиной $m\sqrt{\overline{v_m^2}}$, вызовет значительное изменение общего количества движения Земли, равное $m\sqrt{\overline{\Delta v^2}}$. Отношение полученного изменения количества движения (следствия) к исходному количеству движения (причине) равно

$$\frac{m\sqrt{\overline{\Delta v^2}}}{m\sqrt{\overline{v_m^2}}} = \frac{m 2\pi \cos \varphi v_m \sqrt{3}\sqrt{2}}{m v_m \tau\omega \sqrt{2}} = \frac{2\pi \cos \varphi \sqrt{3}}{\tau\omega}. \tag{46}$$

Период тектонических движений $\frac{2\pi}{\omega}$ может составлять несколько (n) миллионов лет:

$$\frac{2\pi}{\omega} = n10^6 \cdot 3 \cdot 10^7 \text{ сек}.$$

Отсюда

$$m\sqrt{\overline{\Delta v^2}} : m\sqrt{\overline{v_m^2}} = \frac{2\pi \cos \varphi \sqrt{3}\, 3n10^{13}}{\gamma 86400 \text{ сек} \cdot 2\pi \text{ сек}^{-1}} \approx 6n \cos \varphi 10^8. \tag{47}$$

Для тектонических движений разных порядков n изменяется от единиц до 200. Таким образом, коэффициент усиления, определяющий влияние местного тектонического движения на изменение общего количества движения Земли достигает примерно 10^8—10^{11}. Такой большой коэффициент усиления имеют только очень сложные и совершенные радиотехнические схемы.

Итак, первоначальное движение в некотором участке Земли можно рассматривать как очень слабый сигнал, а эффект этого движения на общее количество движения — как сигнал, усиленный системой. Фактически усиление незначительно вследствие отрицательной связи. Большая отрицательная связь, характерная для устойчивых систем, осуществляется путем вещественного изменения горных пород.

Вообще говоря, вариационный принцип не дает ответа на вопрос, что является причиной, а что следствием. Такова особенность принципа, который не объясняет необратимости, а поэтому является важнейшим принципом при истолковании обратимых явлений. В данном случае с равным успехом вещественные изменения и перераспределения плотности по вертикали могут считаться причиной (сигналом), а сопряженные с ними тектонические процессы — следствием. Ввиду малой скорости геологических процессов можно считать, что воздействие обратной связи начинает сказываться почти одновременно с появлением сигнала. В этом смысле можно говорить о соблюдении динамического равновесия [37]. Важно подчеркнуть, что движение сопровождается изменением материи.

Что касается гипотезы изостазии, то она дает мгновенный снимок состояния — лишь один кадр полного динамики кинофильма. Не движения направлены на установление равновесия, а состояние равновесия обеспечивает возможность движений при условии вещественных изменений. С этой точки зрения становится понятной закономерная связь интенсивности тектонических движений с интенсивностью магматической деятельности, а знака движений — с составом внедряющихся масс и изливающихся лав [40].

Прогибание крупных участков земной поверхности и связанное с ним местное укорачивание радиуса Земли, накопление мощных толщ легких терригенных осадков ($\sigma = 1{,}8$—$2{,}4$ $г/см^3$) неизбежно сопровождаются комплексом процессов, противодействующих уменьшению количества движения. Первоначально изливаются сравнительно легкие лавы липарито-дацитового состава, при дальнейшем усилении погружения — более тяжелые андезито-базальтовые. Магматические породы основного и ультраосновного состава (при σ от 2,8 до 3,2 $г/см^3$) прорываются вверх по ослабленным зонам, пропитывая и утяжеляя прогнувшиеся участки. При циклическом повторении интенсивного прогибания в синклинорных зонах образуются мощные серии вулканогенно-осадочных пород, в которых измененные осадочные породы чередуются с покровами базальтовых лав. Так развивались Печенгский и Имандра-Варзугский синклинории Балтийского щита в течение протерозоя. В значительно более крупных масштабах этот процесс проявлялся в течение нижнего мезозоя на территории Тунгусской синеклизы Сибирской платформы, что привело к образованию пород трапповой формации.

Здесь не рассматриваются детали механизма взаимодействия тектонических движений и магматизма, однако нельзя не отметить высокой подвижности магм и понижения их плотности при переходе в жидкую фазу и соответственно повышения плотности излившихся магм после застывания.

В складчатых областях интенсивное прогибание синклинорных зон нередко сопровождается приближением к дневной поверхности «базальтового слоя» земной коры. Наряду с этим становится тоньше и почти

исчезает «гранитный слой». Так, эффузивно-осадочные породы зеленокаменной полосы Тагильско-Магнитогорского синклинория зачастую имеют своим основанием магматические породы, непосредственно являющиеся частью базальтового слоя [36].

По данным сейсморазведки, в синклинорных зонах скорость распространения упругих волн в «базальтовом слое» иногда существенно увеличивается, а следовательно, значительно повышается плотность слагающих слой пород. Аналогичные компенсационные явления отмечает С. И. Субботин [34] в механизме образования платформенных и геосинклинальных прогибов земной коры.

Проявления кислого и щелочного магматизма четко ассоциируются с эпохами повышенной тектонической активности на последних стадиях геотектонического режима. Наиболее ранние интрузии обычно приурочены к центрам отдельных сводовых поднятий. В процессе общего подъема, охватывающего все более крупные участки, интрузии появляются и в пределах прогибов. Кислые и щелочные породы имеют пониженную плотность (от 2,6 до 2,65 $г/см^3$), меньшую плотности большинства метаморфических пород, которые прорываются и замещаются интрузиями. Палеозойские щелочные массивы Хибин и Ловозера, например, прорывают архейские гнейсы и протерозойские вулканогенно-осадочные породы и возвышаются в современном рельефе как столовые горы [10].

Характерно, что сходные с Хибинским плутоном по форме интрузии основных и ультраосновных пород, часто с повышенной щелочностью, приурочены на Кольском полуострове к пониженным участкам рельефа и располагаются иногда, как например Кургинский массив, под озерами.

Видимо, не случайно поздние этапы тектонических циклов, связанные с интенсивным подъемом, характеризуются появлением интрузивных пород с грубой, порфировой структурой (гранит-порфиры Хапчеранги и других оловорудных районов Забайкалья), а также появлением наиболее легких гранитов-рапакиви.

Естественно, не следует ожидать строгого соответствия знака движения и состава пород в каждом, отдельно взятом небольшом участке. Рассматриваемые закономерности имеют статистический характер и степень статистического обобщения должна быть тем больше, чем выше вязкость вещества горных пород.

Однако режим тектонических движений оказывает большое влияние на петрографическую характеристику пород и после консолидации региона — в условиях, когда магматическая деятельность затухает. Отступая на второй план и полностью исчезая, активные внедрения магматогенных пород передают свою роль постепенным метасоматическим изменениям. В процессе преобразования горных пород происходит активное взаимодействие их с поступающими из глубинных недр жидкими растворами и эманациями. Преобразование носит не произвольный, а закономерный характер: в областях с устойчивым воздыманием широко развиваются процессы гранитизации, в областях с преимущественной тенденцией к погружению — процессы базификации [23, 39].

Региональная гранитизация проявляется в том, что независимо от первоначального состава пород конечный продукт становится более близким к граниту [16, 23]. В частности, в результате выноса растворами железа и магния и привноса кремния и алюминия плотность породы уменьшается. При процессах базификации происходит обогащение породы железом, магнием с одновременным выносом кальция, натрия, щелочей и др. Это приводит к увеличению плотности породы. Естественно, полное содержание указанных процессов далеко не исчерпывается перечисленными особенностями и составляет большую научную проблему.

Отвлекаясь от общей постановки вопроса, невозможно понять, какие причины определяют направление геохимических процессов. Почему из глубинных недр, в зависимости от знака тектонических движений, следуют растворы то одного, то другого состава, так что окончательное действие их является противоположным?

Нам представляется единственный ответ: в замкнутой системе, какой является Земля, направление всех процессов увязывается таким образом, чтобы соблюдались основные физические принципы. Минимизация действия S и соблюдение постоянства момента количества движения Земли предопределяют одинаковую (с точки зрения вертикального перераспределения плотности) связь магматических и метасоматических процессов с тектоническими движениями определенного знака.

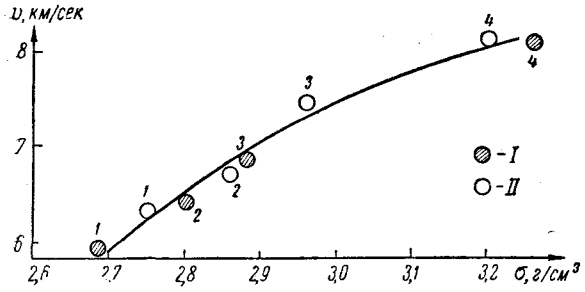


Рис. 5. Скорость и плотность глубинных слоев земной коры для районов с различным тектоническим режимом:

I — кристаллический фундамент — гранитный слой; *2* и *3* — верхняя и нижняя части базальтового слоя; *4* — подкоровый субстракт; *I* — для стабильных северо-западных районов платформы (Карелия); *II* — для юго-восточных районов с длительным и интенсивным погружением

Преобразования пород кристаллического фундамента в связи с режимом тектонических движений лишь в последнее время начали привлекать внимание геофизиков [15, 39]. Длительное время предполагалось, что строение докембрийского основания Русской платформы в пределах обнаженных щитов и на участках, перекрытых мощным осадочным чехлом, совершенно аналогично. Это позволяло осуществлять широкую экстраполяцию физических свойств кристаллических пород. Материалы изучения последних на Балтийском и Украинском щитах широко использовались и используются для интерпретации данных геофизических наблюдений во внутренних районах. Однако подобный подход правомерен лишь в первом приближении.

В результате анализа кернов большого числа глубоких скважин, пробуренных на нефть, В. П. Флоренский и его сотрудники установили, что в районах платформы, где мощность осадков 2—3 *км*, полностью отсутствуют интрузивные граниты, столь широко распространенные на щитах [38]. Отдельные мелкие зоны развития микроклиновых гранитов метасоматического происхождения приурочены к относительно приподнятым участкам, например к южной вершине Татарского свода [30].

Закономерное изменение физических свойств отмечается и для горных пород, слагающих глубокие слои земной коры. Об этом свидетельствует сопоставление материалов глубинных сейсмических зондирований и гравиразведки[1] в северо-западных (Карелия [12]) и юго-восточных (Заволжье, Приуралье [11, 31]) районах Русской платформы. Оказалось, что плотность и скорость распространения упругих волн выше в юго-восточных районах, которые длительное время испытывали погружение, что и предопределило накопление мощной толщи осадочных пород. Значения скорости на рис. 5 приведены по данным глубинных сейсмических исследований (ВНИИГеофизики, Ленинградского горного института, ВСЕГЕИ и треста «Спецгеофизика»)[2], значения плотности σ в функции

[1] В сопоставлении материалов принимали участие Д. П. Федорова, Р. В. Сучкова и Л. Е. Шустова.

[2] Ю. Н. Година, И. В. Померанцевой, Н. П. Ивановой, А. В. Егоркина, И. В. Литвиненко, К. А. Некрасовой, Ю. Н. Грачева и др.

от глубины z (рис. 5) получены расчетным путем на основании разрезов земной коры, дающих положение основных границ раздела, и графиков аномалий силы тяжести. Таким образом, сопоставляемые величины — плотность и скорость — определены независимо и их тесная корреляционная связь на графике косвенным образом подтверждает достоверность расчетов и выводов.

Всего было рассчитано 519 вариантов распределения плотности с глубиной, из которых 3 наиболее вероятных (по одному для каждого

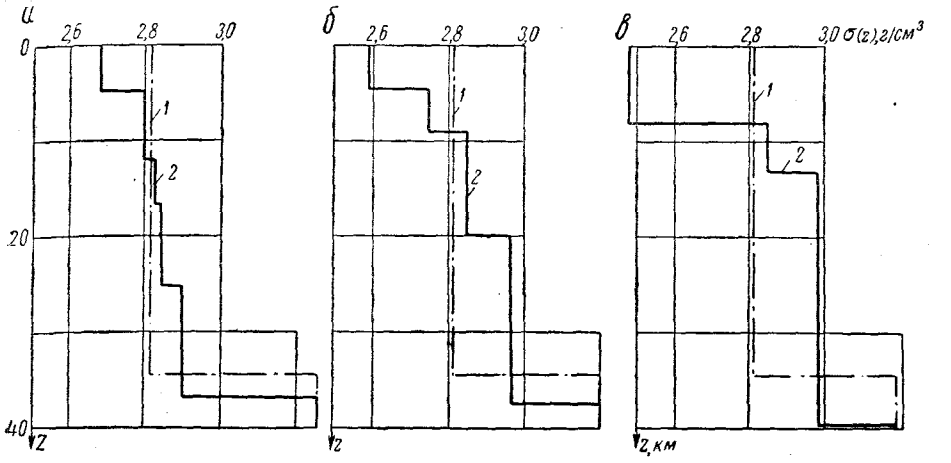


Рис. 6. Схематические плотностные разрезы земной коры:
а — Северная Карелия; *б* — Бузулукско-Оренбургский свод; *в* — северная часть Прикаспийской впадины; *1* и *2* — соответственно нормальное и рассчитанное распределение плотности

района) приведены на рис. 6. Подробное изложение методики совместной интерпретации геофизических данных с целью изучения плотности глубинных слоев земной коры изложено ранее [17], поэтому здесь не приводится.

Сформулируем основное положение данной работы. В соответствии с вариационным принципом наименьшего действия и для сохранения момента количества движения Земли тектонические движения определенного знака обязательно должны быть сопряжены с перераспределениями вещества по вертикали, включающими изменение типа коры, процессы магматизма, метасоматоза и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Б. А. Геофизические методы в региональной структурной геологии. Госгеолтехиздат, 1960.
2. Асланян А. Т. Динамическая проблема геотектоники. Сб. «Структура земн. коры и деформ. горн. пород». Докл. советских геологов. Междунар. геол. конгресс, XXI сессия. Изд-во АН СССР, 1960.
3. Белоусов В. В. О значении глубинного сейсмического зондирования для решения теоретических и практических вопросов геологии. Сб. «Глубинное сейсмическое зондирование земной коры в СССР», Гостоптехиздат, 1962.
4. Берч Ф. Радиогенное тепло. Сб. «Ядерная геология», Изд-во иностр. лит., 1956.
5. Борисов А. А. Аномалии силы тяжести горных областей. Сб. «Прикладная геофизика», вып. 21, 1958.
6. Войткевич Г. В. Радиогеология и ее значение в познании истории Земли. Госгеолтехиздат, 1956.
7. Воронов П. С. О роли морфоструктур Арктики и Антарктики в выяснении некоторых закономерностей структурного плана Земли. Информ. бюл. Ин-та геологии Арктики, 1961, № 23.
8. Винер Н. Кибернетика. Изд-во «Сов. Радио», 1958.
9. Внутреннее строение Земли. Сб. под ред. Б. Гутенберга. Изд-во иностр. лит., 1949.
10. Геологическое строение СССР, т. 2. Госгеолтехиздат, 1958.

11. Годин Ю. Н., Полшков М. К., Рябинкин Л. А. и др. Развитие геофизических методов на нефть и газ в СССР. Сб. «Геология и геофизика». Междунар. нефт. конгресс, V сессия. Гостоптехиздат, 1961.
12. Грачев Ю. Н., Дехнич М. Я., Литвиненко И. В. и др. Глубинные геофизические исследования на территории Балтийского щита. Междунар. геол. конгресс, XXI сессия. Докл. сов. геологов. Геол. результаты прикл. геохимии и геофизики. Разд. II. Госгеолтехиздат, 1960.
13. Деменицкая Р. М. Основные черты строения коры Земли по геофизическим данным. Тр. НИИГА, т. 115, 1961.
14. Джеффрис Г. Земля, ее происхождение, история и строение. Изд-во иностр. лит., 1960.
15. Еланский Л. Н. О связи гравитационных и магнитных аномалий с процессом гранитизации. «Геология нефти и газа», 1958, № 2.
16. Елисеев Н. А. Метаморфизм. Изд-во ЛГУ, 1959.
17. Клушин И. Г. Методика совместной интерпретации геофизических данных с целью изучения плотности глубинных слоев земной коры. «Геология и геофизика», 1961, № 11.
18. Компанеец А. С. Теоретическая физика. Гостехтеориздат, 1957.
19. Кропоткин П. Н. Современные геофизические данные о строении земной коры и проблема происхождения базальтовой и гранитной магмы. Сб. «Магматизм и связь с ним полезных ископаемых», изд-во АН СССР, 1955.
20. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Физматгиз, 1961.
21. Люстих Е. Н. Изостазия и изостатические гипотезы. Тр. Геоф. ин-та АН СССР, 1957, № 38 (165).
22. Магницкий В. А. Основы физики Земли. Геодезиздат, 1953.
23. Николаев В. А., Судовиков Н. Г. Методика геологического картирования метаморфических комплексов. Госгеолтехиздат, 1957.
24. Новейшее развитие квантовой электродинамики. Изд-во иностр. лит., 1954.
25. Основные формулы физики. Изд-во иностр. лит., 1957.
26. Парийский Н. Н. Неравномерность вращения Земли. Тр. Геоф. ин-та АН СССР, 1955, № 26 (153),
27. Пейве А. В., Синицын В. М. Некоторые основные вопросы учения о геосинклиналях. Изв. АН СССР, серия геол., 1956, № 1.
28. Планк М. Принцип наименьшего действия. Сб. «Вариационные принципы механики». Физматгиз, 1959.
29. Полак Л. С. Вариационные принципы механики. Сб. «Вариационные принципы механики». Физматгиз, 1959.
30. Подоба Н. В. Результаты изучения плотностей пород докембрийского фундамента Восточной части Русской платформы и опыт их совместного изучения с геофизическими данными. Сб. «Прикладная геофизика», вып. 22, 1959.
31. Померанцева И. В. Результаты работ по изучению кристаллической толщи земной коры в некоторых районах Юго-Востока Русской платформы. «Прикладная геофизика», вып. 31, 1961.
32. Рид Г. Г. Гранитные серии в подвижных поясах. Сб. «Земная кора», изд-во иностр. лит., 1957.
33. Сауков А. А. Радиоактивные элементы Земли. Госатомиздат, 1961.
34. Субботин С. И. О причинах и механизме образования платформенных и геосинклинальных прогибов земной коры. Междунар. геол. конгресс, XXI сессия. Докл. советских геологов. Структура земной коры и деформ. горн. пород. Изд-во АН СССР, 1960.
35. Сытинский А. Д. О связи геотектоники с солнечной активностью. «Информ. бюл. Сов. антарктической экспед.», 1961, № 28.
36. Тимофеев А. Н., Беллавин О. В. О глубинном геологическом строении Урала по данным геофизики. Сб. «Состояние и перспективы развития разведочной геофизики». Гостоптехиздат, 1961.
37. Федынский В. В. Геофизические данные о некоторых чертах строения и развития земной коры. Междунар. геол. конгресс, XXI сессия. Докл. сов. геологов. Геологические результаты прикл. геохимии и геофизики. Раздел II. Госгеолтехиздат, 1960.
38. Флоренский В. П., Лапинская Т. А., Князев В. С. Некоторые итоги петрографического изучения кристаллического фундамента Волго-Уральской нефтеносной области. Тр. МИНХиГП, вып. 24, 1959.
39. Фотиади Э. Э. Геологическое строение Русской платформы по данным региональных геофизических исследований и опорного бурения. Тр. ВНИИГеофизики, вып. IV, 1958.
40. Хаин В. Е. Геотектонические основы поисков нефти. Азнефтеиздат, 1954.
41. Хесс Х. Х. Серпентиниты, орогенез и эпейрогенез. Сб. «Земная кора», изд-во иностр. лит., 1957.
42. Яковлев Б. А. Тектонические явления и солнечная активность. Астроном. сб., вып. 3—4. Изд-во Львовск. ун-та, 1960.
43. Benson W. H. U. S. Nat. Acad. Sci. Mem., 1926, № 1.
44. De-Broglie L. V. Philos. Mag. a. J. Sci., 1924, v. XLVII.