Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. XLVIII, вып. 3, 1968 г.

УДК 531.3

ЧАСТОТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИРОТАХОМЕТРА С УЧЕТОМ КОНЕЧНОЙ ЖЕСТКОСТИ ЕГО ОПОРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

М. А. Узкая

Во многих случаях, особенно для систем высокого порядка, когда решения дифференциальных уравнений и алгебраические критерии устойчивости становятся очень громоздкими, удобнее и нагляднее оказывается частотное исследование, особенно в тех случаях, когда для некоторых звеньев автоматической системы, легко поддающихся макетированию, бывает легче экспериментально снять частотные характеристики, чем составлять дифференциальные уравнения динамики.

Одной из характерных особенностей частотного метода анализа качества систем автоматического регулирования является то, что он в отличие от методов расчета электрических цепей основывается на рассмотрении главным образом вещественной, а не амплитудной и фазовой частотных характеристик.

Построим вещественную частотную характеристику для гиротахометра с учетом конечной жесткости опорных элементов.

Движение гиротахометра при учете только конечной жесткости его оси описывается системой дифференциальных уравнений вида [Слив, Узкая, 1965]

$$\left.\begin{aligned} A\ddot{\alpha} + f\dot{\alpha} + a\alpha + H\dot{\gamma} &= -Hw, \\ A\ddot{\gamma} + K_0\gamma - H\dot{\alpha} &= -A\dot{w}. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Эту систему уравнений можно записать иначе

$$\left.\begin{aligned} \ddot{\alpha} + 2n\dot{\alpha} + \omega_{св}^2\alpha + q\dot{\gamma} &= -qw, \\ \ddot{\gamma} + k^2\gamma - q\dot{\alpha} &= -\dot{w}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где $2n = \frac{f}{A}$, $\omega_{св}^2 = \frac{a}{A}$, $k^2 = \frac{K_0}{A}$, $q = \frac{H}{A}$.

Система (2) в операторной форме имеет вид

$$\left.\begin{aligned} (p^2 + 2np + \omega_{св}^2)\,\alpha(p) + qp\gamma(p) &= -qw(p), \\ -qp\alpha(p) + (p^2 + k^2)\,\gamma(p) &= -pw(p). \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Тогда передаточная функция гиротахометра по угловой скорости

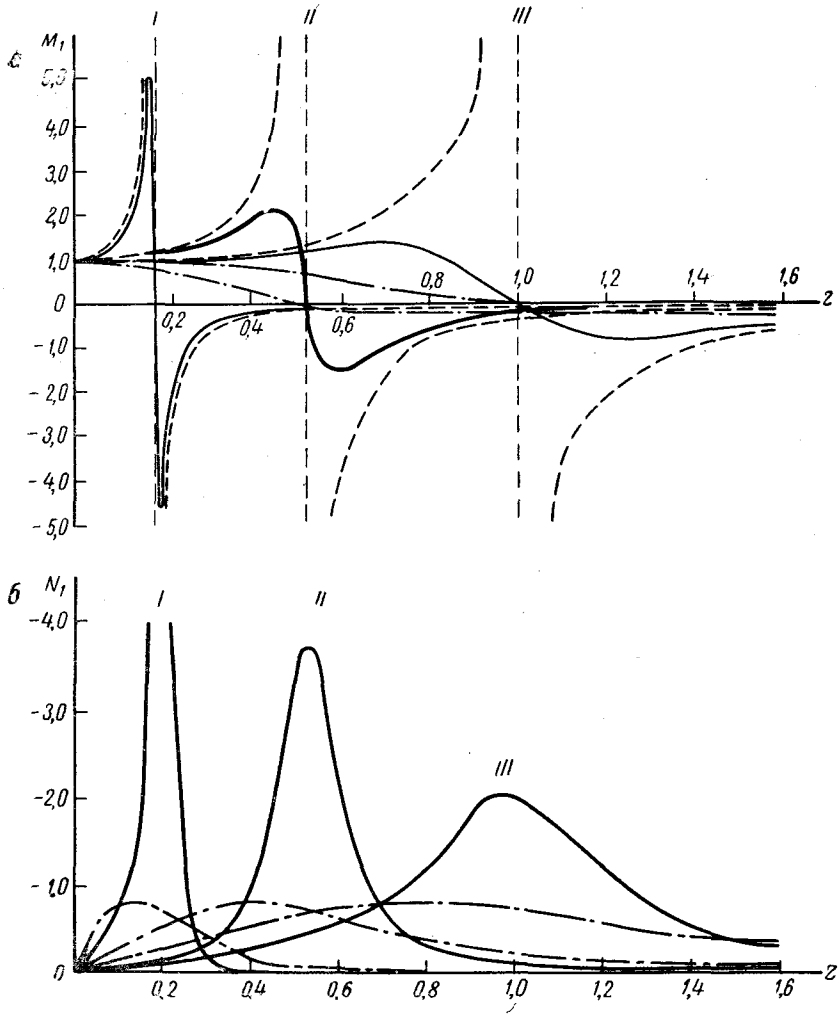
$$W_\alpha(p) = \frac{\alpha(p)}{w(p)} = -\frac{qk^2}{p^4 + 2np^3 + (q^2 + k^2 + \omega_{св}^2)\,p^2 + 2nk^2p + \omega_{св}^2k^2}.$$

Комплексная передаточная функция имеет вид

$$W_\alpha(i\omega) = -\frac{qk^2}{\omega^4 - (q^2 + k^2 + \omega_{св}^2)\,\omega^2 + \omega_{св}^2k^2 + i2n\omega\,(k^2 - \omega^2)}.$$

Учитывая, что для реальных гиротахометров $\omega_{св}^2 \ll k^2 + q^2$, и произведя некоторые преобразования, имеем

$$W_\alpha(i\omega) = -\frac{\dfrac{q}{\omega_{св}^2}}{1+\left[\dfrac{\omega^2}{k^2} - \left(1+\dfrac{q^2}{k^2}\right)\right]\dfrac{\omega^2}{\omega_c^2} + i2\,\dfrac{n}{\omega_{св}}\cdot\dfrac{\omega}{\omega_{св}}\left(1-\dfrac{\omega^2}{k^2}\right)}.$$



Частотные характеристики: *а* — вещественные; *б* — мнимые.
$\nu = 0$ — пунктир; $\nu = 0{,}707\mu$ — штрих-пунктир; $\nu = 0{,}25$ — сплошная.
I — $\mu = 5{,}0$; *II* — $\mu = 1{,}85$; *III* — $\mu = 1{,}0$.

Ограничиваясь рассмотрением частот $\omega \ll k$, окончательно запишем

$$W_\alpha(i\omega) = -\frac{\dfrac{q}{\omega_{св}^2}}{1-\left(1+\dfrac{q^2}{k^2}\right)\dfrac{\omega^2}{\omega_{св}^2} + i2\,\dfrac{n}{\omega_{св}}\cdot\dfrac{\omega}{\omega_{св}}}.$$

По работе [Слив, Узкая, 1965] фактор упругости $\mu = \sqrt{1+\dfrac{q^2}{k^2}}$.

Тогда комплексная передаточная функция запишется

$$W_\alpha(i\omega) = -\frac{J}{1-z^2\mu^2+i2\nu z},$$

где $\frac{n}{\omega_{св}} = \nu$; $\frac{\omega}{\omega_{св}} = z$; $\frac{q}{\omega_{св}} = J$.

Вещественная часть передаточной функции

$$M = \frac{J(1-z^2\mu^2)}{(1-z^2\mu^2)^2+4\nu^2z^2}.$$

Мнимая часть

$$N = -\frac{2\nu z J}{(1-z^2\mu^2)^2+4\nu^2z^2}.$$

Или, поделив то и другое выражение на J, получим

$$M_1 = \frac{1-z^2\mu^2}{(1-z^2\mu^2)^2+4\nu^2z^2},$$

$$N_1 = -\frac{2\nu z}{(1-z^2\mu^2)^2+4\nu^2z^2}.$$

Вычисления проведены (рисунок) для трех значений фактора упругости $\mu : \mu = 1$ соответствует прибору с абсолютно жесткими опорными элементами, а $\mu = 1{,}85$ — гиротахометру с параметрами $H = 13 \cdot 10^3$ *г · см · сек*; $A = 3{,}5$ *г · см · сек*^{2}; $K_0 = 2 \cdot 10^7$ *г · см* [Сайдов, Слив, Чертков, 1961].

Значение коэффициента $\nu = 0$ соответствует отсутствию затухания, а $\nu = 0{,}707\,\mu$ — оптимальному коэффициенту затухания.

Полосу пропускания частот ω_c выбирем из условия [Основы ..., 1954]

$$\frac{M_1(\omega_c)}{M_1(0)} = 0{,}1 \div 0{,}2.$$

Тогда (рисунок, *а*) учет конечной жесткости опорных элементов прибора существенно снижает полосу пропускания частот при одном и том же значении коэффициента ν.

Из анализа качества переходных процессов по частотным характеристикам известно, что чем шире граница полосы пропускания частот, тем короче по времени переходные процессы. Это позволяет сделать заключение, что учет конечной жесткости опорных элементов гиротахометра оказывает существенное влияние на качество переходного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

Основы автоматического регулирования. Под ред. В. В. Солодовникова. Машгиз, 1954.

Сайдов П. И., Слив Э. И., Чертков Р. И. Вопросы прикладной теории гироскопов. Судпромгиз, 1961.

Слив Э. И., Узкая М. А. Влияние упругих свойств опорных элементов гиротахометра на частоту его свободных колебаний. Изв. вузов, Приборостроение, т. 8, № 5, 1965.