Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. L, вып. 2, 1966 г.

ЧАСТНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ КОРРЕЛЯЦИИ ПРИ ГЕОХИМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Л. М. Горбунова, Ю. Н. Капков

Приемы корреляционного анализа, как метода статистической обработки результатов различных определений, в настоящее время находят все более широкое применение при геохимических исследованиях.

Корреляционный анализ используют для оценки характера и силы связи между химическими элементами в парагенетических ассоциациях. С этой целью наиболее часто исследуют регрессии между двумя элементами с помощью вычисления и оценки значимости парных коэффициентов корреляции r. При геохимической интерпретации регрессий следует учитывать возможность влияния на выделенные связи других химических элементов, присутствующих в характерных ассоциациях.

Иногда корреляция между x и y может целиком или частично быть вызвана существующей тесной связью между x и y, с одной стороны, и третьей случайной величиной z — с другой. Исключив влияние z, выясним реальную меру связи между x и y. Некоторую информацию в этом направлении можно получить расчетом и оценкой так называемых частных коэффициентов корреляции [Длин, 1958; Смирнов, Дунин-Барковский, 1959, Ван дер Варден, 1960]

$$r_{xy\,(z)} = \frac{r_{xy} - r_{xz}r_{yz}}{\sqrt{\left(1-r_{xz}^2\right)\left(1-r_{yz}^2\right)}},$$

$$r_{xz\,(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy}r_{yz}}{\sqrt{\left(1-r_{xy}^2\right)\left(1-r_{yz}^2\right)}},$$

$$r_{yz\,(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy}r_{xz}}{\sqrt{\left(1-r_{xy}^2\right)\left(1-r_{xz}^2\right)}},$$

где $r_{xy\,(z)}$, $r_{xz\,(y)}$, $r_{yz\,(x)}$ — частные коэффициенты корреляции; r_{xy}, r_{xz}, r_{yz} — парные коэффициенты корреляции.

Значения частного коэффициента корреляции, так же как и обычного парного коэффициента корреляции, могут изменяться от -1 до $+1$. Когда $r_{xy\,(z)} = 0$, частная связь между x и y не может быть линейной.

Частные коэффициенты корреляции имеют ту же функцию распределения, что и обычный выборочный коэффициент корреляции, но с заменой общего числа переменных с n на $n - 1$. В связи с этим значимость частных коэффициентов корреляции оценивается так же как и простых

коэффициентов корреляции [Смирнов, Дунин-Барковский, 1959; Ван дер Варден, 1960], т. е. в зависимости от числа анализов n или по соотношениям

$$\frac{r}{\sigma_r}(n>50); \quad \frac{z}{\sigma_z}(n<50),$$

где r — вычисленное значение коэффициента корреляции; $\sigma_r \approx \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$ — ошибка коэффициента корреляции; $z = \frac{1}{2}\ln\frac{1+r}{1-r}$ — критерий Фишера, который не зависит от значения r и подчиняется или близок нормальному распределению, значения z табулированы по аргументу r [Длин, 1958, табл. XV]; $\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}$ — квадратичное уклонение z.

Если $\varkappa \approx \frac{r}{\sigma_r}$ или $\varkappa = \frac{z}{\sigma_z} \geqslant 3$, то коэффициент корреляции считается значимым, а линейная связь реальной. Если $\varkappa < 3$, то независимо от абсолютного значения r линейная корреляционная связь между рассматриваемыми элементами считается недоказанной.

Рассмотрим частные коэффициенты корреляции при геохимических исследованиях на примере двух рудных районов Кольского полуострова: одного из месторождений Алла-Ярвинского рудного района и так называемого серпентинитового пояса.

Все концентрации элементов в рудах и породах определялись полуколичественным спектральным анализом повышенной чувствительности и точности. Общее число определений превышает 1000. Распределение концентрации элементов подчиняется в обоих районах логарифмически-нормальному закону Разумовского [1948].

Месторождение связано с Аллакинским поясом интрузий, относящихся к габбро-перидотитовой формации. Характерная геохимическая ассоциация элементов руд месторождения включает Ni, Co, Cu, Zn, V, Mn, Ti. Связи между элементами анализировали вычислением парных коэффициентов корреляции (табл. 1). Оценка их значимости показывает, что реальные линейные корреляционные связи обеспеченной надежности существуют между Ni и Co, V и Ti, Ti и Mn. Несколько приближается к линейной зависимости, хотя и при малом уровне значимости, связь между Zn и Mn.

Влияние на установленные связи остальных элементов в ассоциации оценивалось по данным частных коэффициентов корреляции. По табл. 2 устанавливается достаточно надежная линейная связь, независимо от других элементов, между Ni и Co. Независимо от Ni, Co и других элементов существует линейная корреляционная связь между Ti и Mn. На регрессию V и Ti некоторое влияние оказывает Mn.

Таблица 1

Матрица парных коэффициентов корреляции между элементами. Месторождение Алла-ярвинского рудного района

Элемент	Co		Gu		Zn		Cr		V		Ti		Mn	
	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$
Ni	0,71	4,07	0,454	2,25	—0,04	0,12	0,09	0,43	—0,10	0,47	—0,37	1,78	0,01	0,04
Co	—	—	0,453	2,22	—0,15	0,69	0,03	0,11	—0,17	0,79	—0,26	1,22	0,38	1,80
Cu	—	—	—	—	0,09	0,43	0,15	0,73	—0,25	1,17	—0,35	1,65	0,13	0,60
Zn	—	—	—	—	—	—	0,10	0,46	0,36	1,74	0,35	1,65	0,55	2,80
Cr	—	—	—	—	—	—	—	—	0,08	0,34	0,47	2,34	0,24	1,12
V	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,69	3,88	0,51	2,58
Ti	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,81	5,15

Сопоставление частных коэффициентов корреляции V и Ti, Ti и Mn дает основание предполагать возможное наличие множественной корреляционной зависимости, связывающей V, Ti, Mn. Элементы Ni и Co не связаны линейно ни с Cu, ни с Zn. Вместе с тем на регрессию Zn и Mn оказывает существенное влияние V, Ti и, в несколько меньшей степени, Ni, Cu, Cr.

Таблица 2

Матрица частных коэффициентов корреляции между элементами. Месторождение Алла-ярвинского рудного района

Элемент	Ni		Co		V		Ti		Mn		Zn		Cu		Cr	
	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$
Ni, Co	—	—	—	—	0,71	4,07	0,68	3,80	0,73	4,26	0,71	4,07	0,64	3,48	0,71	4,07
V, Ti	0,71	4,07	0,68	3,80	—	—	—	—	0,56	2,90	0,65	3,56	0,66	3,64	0,74	4,34
Ti, Mn	0,87	6,10	0,92	7,30	0,74	4,35	—	—	—	—	0,78	4,75	0,91	7,00	0,81	5,85
Zn, Mn	0,55	2,80	0,65	3,50	0,46	2,28	0,48	2,40	—	—	—	—	0,55	2,80	0,55	2,80

Для сравнения приведем некоторые данные по геохимической характеристике пород серпентинитового пояса. Породы являются безрудными и относятся к дунит-гарцбургитовой формации. Исследование характера и силы связи элементов в ассоциации, свойственной этим породам (Ti, V, Cr, Ni, Co, Cu, Zn), показывает их существенное отличие по этому геохимическому фактору от Аллакинских руд. Так, по парным коэффициентам корреляции (табл. 3) наиболее сильная линейная корреляционная связь отмечается между Co и Cu и несколько меньшая — между Ni и Co.

Значения частных коэффициентов корреляции (табл. 4) углубляют отмеченную разницу. Связь между Co и Cu (которой нет в Аллакинских рудах) остается наиболее сильной и значимой. Это и обусловливает в какой-то мере зависимость между Ni и Co.

Таблица 3

Матрица парных коэффициентов корреляции между элементами. Породы серпентинитового пояса

Элемент	Cu		Co		V		Mn		Zn		Ti		Cr	
	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$
Ni	0,40	2,00	0,60	3,30	—0,19	0,92	—0,13	0,63	—	—	0,11	0,52	—0,05	0,24
Cu	—	—	0,81	5,40	—0,11	0,52	0,27	1,33	0,06	0,29	—0,11	0,52	0,03	0,14
Co	—	—	—	—	0,04	0,19	—	—	0,08	0,40	—	—	—	—
V	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,26	1,26
Mn	—	—	—	—	—	—	—	—	—0,21	1,00	0,18	0,88	0,32	1,58
Ti	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,19	0,92

Таблица 4

Матрица частных коэффициентов корреляции между элементами. Породы серпентинитового пояса

Элемент	Ni		Cu		Zn	
	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$	r	$\varkappa$
Ni, Co	—	—	0,51	2,63	0,67	3,80
Co, Cu	0,77	4,75	—	—	0,81	5,40

Следовательно, частные коэффициенты корреляции позволяют установить некоторые геохимические факторы, индивидуализирующие характеристику геологических объектов.

ЛИТЕРАТУРА

Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. ИЛ, 1960.

Длин А. М. Математическая статистика в технике. Сов. наука, 1958.

Разумовский Н. К. Логарифмический нормальный закон распределения веществ и его свойств. Зап. ЛГИ, т. XX, 1948.

Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Краткий курс математической статистики для технических приложений. Физматгиз, 1959.