Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. L, вып. 2, 1966 г.

ПРИМЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РУДНЫХ ЗАПАСОВ В ПОЛИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ

Д. Н. Сафронов

При рассмотрении распределения глобальных однокондиционных запасов какого-либо металла в постмагматических месторождениях [Сафронов Н., Сафронов Д., 1964] ранее был получен ряд гипотетических зависимостей для распределения численности месторождений (рудных тел) различной крупности

$$N_{n+1} = N_n \left(\frac{l_n}{l_{n+1}}\right)^2 \tag{1}$$

и распределения суммарных объемов руды, заключенных в рудных телах тех же размеров

$$\sum V_{n+1} = \sum V_n \frac{l_{n+1}}{l_n} \tag{2}$$

или

$$\sum V_{n+1} = \sum V_n \left(\frac{l_{n+1}}{l_n}\right)^2, \tag{3}$$

где N_n, N_{n+1} и $\sum V_n$, $\sum V_{n+1}$ — соответственно, числа рудных тел и суммарные объемы руды в них для рудных тел линейных размеров l_n и l_{n+1}.

Под линейным размером рудного тела понимается его протяженность по простиранию (или падению на глубину) в предположении, что форма всех рудных тел единообразная и для простоты рассуждения квадратная.

Для рудного тела размера l_n площадь его в собственной плоскости есть *

$$S_n = l_n^2. \tag{4}$$

Наличие двух видов зависимостей (2), (3) для распределения суммарных объемов обусловлено возможностью существования двух типов связи между линейными размерами рудных тел и их максимальными (или средними) мощностями: мощности могут быть пропорциональны просто линейным размерам или площадям сечения рудных тел в их плоскостях

$$f_n = A l_n \tag{5}$$

или

$$f_n = B l_n^2, \tag{6}$$

* Зависимости, аналогичные формулам (1), (2), (3), могут быть выведены и для других единообразных форм рудных тел в их плоскости сечения (например, прямоугольника, круга и т. п.). В этом случае в формуле (4) появляется коэффициент, связывающий размер по простиранию с размером по падению.

где f_n — мощность (максимальная или средняя) рудного тела размера l_n; A и B — постоянные коэффициенты, не зависящие от l_n; B имеет размерность, обратную длине.

Забегая несколько вперед, заметим, что поля корреляции для 18 рудных тел из полиметаллического пояса Восточного Забайкалья показали наличие линейных зависимостей между величинами: а) фактической максимальной мощностью этих рудных тел и их фактическими средними размерами (среднее из размеров по простиранию и падению); б) той же мощностью и фактической площадью рудовмещающей зоны $l^2_{ср}$.

Как в первом, так и во втором случаях, получены очень близкие, относительно высокие величины коэффициентов корреляции ($r_a = 0{,}81$; $r_b = 0{,}79$) при достаточной степени надежности определения ($\varkappa_a \approx \varkappa_b = 4{,}3 > 3$).

Коэффициент надежности вычислялся по формуле

$$\varkappa = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \sqrt{n-3},$$

где r — коэффициент корреляции; n — число рудных тел.

Возвращаясь к зависимостям (5) и (6), видим, что в итоге объем руды, заключенный в рудном теле размера l_n, может составлять

$$V_n = A' l_n^3 \tag{7}$$

или

$$V_n = B' l_n^4, \tag{8}$$

где A', B' — некоторые постоянные коэффициенты (в том числе учитывающие форму рудного тела), не зависящие от его линейных размеров l_n.

Таким образом, гипотетическая зависимость (1) предполагает преобладание числа рудопроявлений и мелких месторождений над средними и крупными. В свою очередь зависимости (2) или (3) также гипотетически предсказывают преобладающую роль последних над первыми относительно суммарных объемов руды.

При условии небольшого диапазона изменения плотности руд разных кондиций эти формулы применимы и к запасам руды, а при относительной выдержанности средних содержаний металла в руде — и к запасам металла.

Безусловно, эта схема рассуждений довольно общая и содержит много допущений и упрощенных представлений. Однако никакая систематизация невозможна без известной схематизации. Тем более любопытно, что в первом приближении эмпирические данные согласуются с намеченными закономерностями.

Так, согласно данным В. И. Красникова [1959], крупные месторождения железных руд, меди, свинца, цинка, вольфрама, молибдена, сурьмы, ртути, кобальта и золота составляют (табл. 1) от 2 до 13%, или в среднем около 7% от общего числа известных на 1955—1959 гг. месторождений, т. е. весьма незначительную их часть. В то же время на их долю приходится от 36 до 91%, в среднем 65% общих запасов металлов. Средние по масштабу месторождения играют второстепенную роль. На их долю приходится 23% общего числа месторождений и 26% запасов. Мелкие месторождения в среднем по числу составляют свыше двух третей (70%), в суммарных же запасах их роль ничтожна (9%).

Для эмпирической проверки этих теоретических предположений в пределах достаточно обширного по площади и геологически однотипного района были статистически обработаны данные по добыче полиметаллических руд из 186 месторождений полиметаллического пояса Восточного

Таблица 1

Распределение запасов и добычи некоторых металлов по месторождениям различного масштаба
[Красников, 1959]

Металл	Процент месторождений								
	крупных			средних			мелких		
	число	запасы	добыча	число	запасы	добыча	число	запасы	добыча
Железо	13	91	81	22	5	8	65	4	11
Медь	4	66	644	17	26	23	79	8	13
Свинец	2	39	29	10	37	39	88	24	32
Цинк	3	54	42	14	32	42	83	14	16
Вольфрам	3	72	50	8	19	22	89	9	28
Молибден	4	51	40	16	37	27	80	12	33
Сурьма	8	36	45	48	60	47	44	4	8
Ртуть	8	77	82	23	16	17	69	7	1
Кобальт	11	82	39	33	15	51	56	3	10
Золото	13	85	70	39	13	19	48	2	11

Забайкалья *. Эта добыча интенсивно для своего времени производилась в XVIII—XIX и в самом начале XX вв. (до 1905 г.).

Все полиметаллические месторождения района гидротермальные. Основную роль в пространственной локализации рудных тел играет тектоника. Свыше 80% от числа ранее разрабатывавшихся месторождений залегает в однотипных карбонатных породах, суммарное же количество добытых руд, приходящихся на их долю, превышает 95% [Смирнов, 1961].

Можно принять, что истинные запасы руды в этих месторождениях $Q_{ист}$ с некоторым статистически постоянным коэффициентом α в среднем пропорциональны количеству добытых на них руд $D_{доб}$

$$Q_{ист} = \alpha D_{доб}. \qquad (9)$$

По смыслу $\alpha > 1$, но в пределе, когда месторождение полностью выработано, $\alpha = 1$.

Возможность использования данных по добыче вместо данных по запасам в какой-то мере подтверждается табл. 1 и 2. Табл. 2 составлена на основе табл. 1. Коэффициент α' характеризует соответствие относительных долей добычи ряда металлов (в процентах) относительным долям запасов тех же металлов, находящихся в крупных, средних и мелких месторождениях

$$\alpha' = \frac{Q}{D}, \qquad (10)$$

где Q — доля запасов металла, находящаяся в месторождениях данной крупности (средние мировые данные на 1955—1959 гг.), %; D — доля добычи из тех же месторождений на тот же период, %.

Если принять в качестве хорошего соответствия запасов и добычи величину $0{,}75 \leqslant \alpha' \leqslant 1{,}5$, удовлетворительного — величины $0{,}5 \leqslant \alpha' < 0{,}75$ и $1{,}5 < \alpha' \leqslant 2$, неудовлетворительного $-\alpha' < 0{,}5$ и $\alpha' > 2{,}0$, то для всех металлов, кроме кобальта, в крупных и средних месторождениях согласование хорошее, для железа и золота в средних месторождениях — удовлетворительное. В мелких же месторождениях для свинца и цинка — хорошее, меди и сурьмы — удовлетворительное. Подобное

* Подробное описание района и отдельных месторождений см. в работе С. С. Смирнова [1961].

Таблица 2

Изменчивость коэффициента $\alpha' = \frac{Q}{D}$

Металл	Значение α' для месторождений		
	крупных	средних	мелких
Железо	1,12	0,63	0,36
Медь	1,03	1,13	0,62
Свинец	1,35	0,95	0,75
Цинк	1,29	0,76	0,88
Вольфрам	1,42	0,86	0,32
Молибден	1,27	1,37	0 36
Сурьма	0,80	1,28	0,50
Ртуть	0,94	0,94	7,00
Кобальт	2,10	0,29	0,30
Золото	1,21	0,68	0,18

соответствие возникает, безусловно, произвольно в отдельных промышленных районах при длительной разработке месторождений.

Статистические данные о добыче руды из 186 месторождений Восточного Забайкалья обрабатывались в классах крупности по отдельным месторождениям. Например, определялось число месторождений, для которых добыча руды из каждого составляла 1—16, 16—81, ..., $16 \cdot 10^4$ *m*, а затем вычислялись суммарные добычи в каждом из классов. Позднее, согласно граничным значениям классов подсчета (1, 16, 81, ..., $16 \cdot 10^4$ *m*), вычислены граничные условные размеры месторождений, в соответствии с формулами, вытекающими из уравнений (7) и (8),

$$l_{усл} = \sqrt[3]{D'} \qquad (11)$$

и

$$l_{усл} = \sqrt[4]{D'}, \qquad (12)$$

где $l_{усл}$ — условный размер месторождения; D' — количество добытой из него руды, *m*.

Поправки на различный удельный вес руд с различными содержаниями свинца не вводились.

Все эти вычисления произведены с целью определения теоретических кривых распределения числа месторождений и суммарных запасов руды в них для гипотетических зависимостей (1), (2), (3). Постоянные коэффициенты, входящие в величину $l_{усл}$, $\frac{1}{\sqrt[3]{B'}}$ и $\frac{1}{\sqrt[4]{B'}}$ (см. формулы (7) и (8)) в относительном выражении (см. формулы (1) и (2)) исчезают.

Рассмотрим непосредственно эмпирические результаты. За указанный период на упомянутых 186 месторождениях полиметаллического пояса Восточного Забайкалья 92% всей добычи руды получено из 28 месторождений. Из них 5 месторождений дали 100 *тыс. т* руды и более, а 23 месторождения — от 10 до 100 *тыс. т*. Минимальная же добыча руд из отдельных месторождений составляла первые тонны.

Суммарная добыча руды и свинца из месторождений с различными содержаниями свинца в руде иллюстрируется следующими данными (рис. 1), %:

Содержание свинца в руде . . .	2,5—5	5—10	10—15	15—20	20—25	25—30
Руда	32,0	44,6	19,8	2,9	0,5	0,2
Свинец	12,9	41,8	33,2	9,0	1,5	1,5

Относительно малая добыча руды и свинца из месторождений с содержанием свинца 2,5—5% объясняется низким (сравнительно с современным) уровнем технологии промышленности.

Сопоставление теоретически намеченных зависимостей (в соответствии с формулами (1), (2) и (3)) с реально наблюдаемыми распределениями приведено на рис. 2. Теоретические кривые вычислены по интегральным формулам, полученным из (1), (2), (3),

$$\frac{N_{l_i-l_{i+1}}}{N_{l_{\min}-l_{\max}}} = \frac{\frac{1}{l_i}-\frac{1}{l_{i+1}}}{\frac{1}{l_{\min}}-\frac{1}{l_{\max}}}, \qquad (13)$$

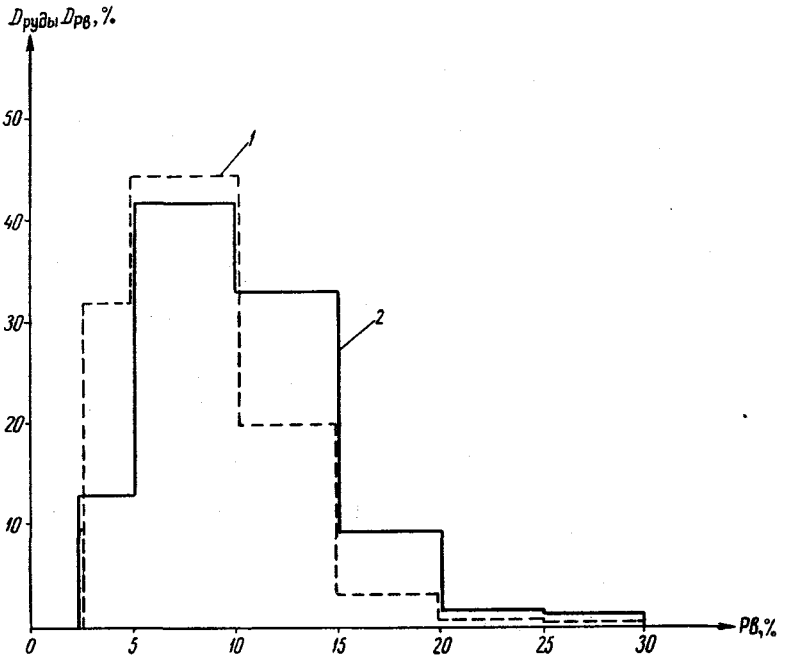


Рис. 1. Гистограммы суммарной добычи руды *1* и свинца *2* из руд разных содержаний.

где $N_{l_i-l_{i+1}}$ — число месторождений в классе условных размеров от l_i до l_{i+1} ($l_i < l_{i+1}$); $N_{l_{\min}-l_{\max}}$ — общее число месторождений во всей совокупности с размерами от $l_{\min}$ до $l_{\max}$.

А также

$$\frac{Q_{l_i-l_{i+1}}}{Q_{l_{\min}-l_{\max}}} = \frac{l_{i+1}^2-l_i^2}{l_{\max}^2-l_{\min}^2} \qquad (14)$$

и

$$\frac{Q_{l_i-l_{i+1}}}{Q_{l_{\min}-l_{\max}}} = \frac{l_{i+1}^3-l_i^3}{l_{\max}^3-l_{\min}^3}, \qquad (15)$$

где $Q_{l_i-l_{i+1}}$ — суммарные запасы (суммарная добыча) руды в классе условных размеров от l_i до l_{i+1} ($l_i < l_{i+1}$); $Q_{l\min-l_{\max}}$ — полные суммарные запасы (полная добыча) во всей совокупности месторождений.

Как следует из гистограммы *1* (рис. 2), в противоречие намеченной теоретической зависимости, в интервале условных размеров $1 \leqslant l_{усл} = \sqrt[4]{D'} \leqslant 2$ (или $1 \leqslant l_{усл} = \sqrt[3]{D'} \leqslant 2{,}52$) фактическое число месторо-

ждений по сравнению с соседним (правым) интервалом уменьшается. Это объясняется тем, что не все из возможных мелких месторождений были вовлечены в промышленную эксплуатацию, т. е. реальная выборка из месторождений этого размера не представительна. Напомним, что в пределах полиметаллического пояса Восточного Забайкалья уже тогда было известно около 500 точек полиметаллического рудопроявления [Смирнов, 1961].

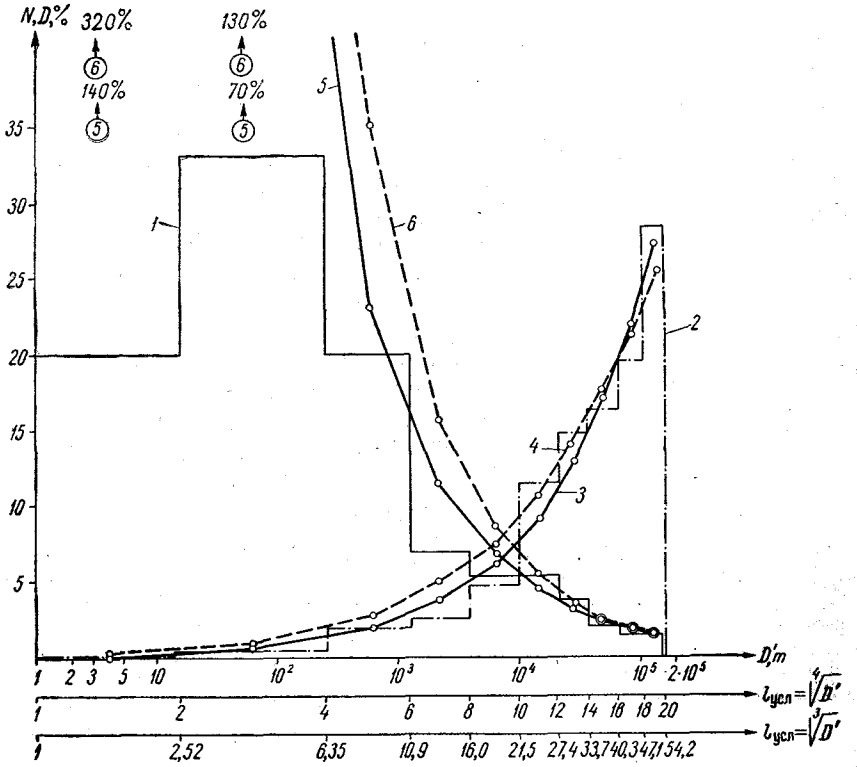


Рис. 2. Распределение числа месторождений и суммарной добычи руды из них для 186 месторождений Восточного Забайкалья.

1 и *2* — гистограммы соответственно фактического числа месторождений и фактической добычи руды; *3* и *4* — расчетные кривые добычи для зависимостей соответственно $V_{\text{рудн. тела}} = Al^4$ и $V_{\text{рудн. тела}} = Al^3$; *5* и *6* — расчетные кривые числа месторождений, соответствующие кривым *3* и *4*.

С другой стороны, гистограмма фактического распределения добычи (гистограмма *2*) достаточно хорошо согласуется с теоретически рассчитанными кривыми *3*, *4*. Поэтому теоретические кривые распределения числа месторождений (кривые *5* и *6*) были приведены к масштабу гистограммы *1*, при котором число месторождений 186 принято за 100%. Реальная и теоретическая кривые расходятся в области малых условных размеров месторождений (приблизительно для $l_{\text{усл}} = \sqrt[4]{D'} < 10$).

Однако проверка согласия кривых *1*, *5* и *6* с помощью критерия Пирсона χ^2 для классов условных размеров $10 \leqslant l_{\text{усл}} = \sqrt[4]{D'} \leqslant 20$ (или $21{,}5 \leqslant l_{\text{усл}} = \sqrt[3]{D'} \leqslant 54{,}2$) показала, что теоретически намеченные распределения числа месторождений (кривые *5*, *6*) с вероятностью $0{,}95 \leqslant p \leqslant 0{,}98$ не противоречат опытным данным.

В целом, с учетом сделанного ранее замечания о непредставительности выборки в области малых размеров, согласие гипотетических кривых с реальными можно считать хорошим.

Какая же из зависимостей, (2) или (3), выражает лучшее приближение к реальному процессу, пока не ясно. Вероятно, возможна закономерность, средняя между ними [Сафронов Н., Сафронов Д., 1964]. Заметим только, что зависимость (2), при отсутствии сведений о фактических размерах рудных зон и использовании условных размеров, предполагает бóльшее число мелких месторождений и рудопроявлений, соответствующих одному и тому же числу крупных месторождений, чем закономерность (3) (примерно вдвое).

Подавляющее большинство изученных месторождений по современным понятиям скорее соответствует рудопроявлениям или, в крайнем случае, мелким месторождениям. Однако нет оснований считать, что характер законов распределения может существенно измениться для «современных» месторождений, учитывая относительность границы между понятиями «рудопроявление» и «месторождение».

Таким образом, есть все основания считать, что сопоставление аналогичных кривых применительно и к «современным» месторождениям Восточного Забайкалья сможет выявить ряд практически важных данных. Так, по общему соответствию и отдельным частным расхождениям реальных и теоретических кривых можно с определенной степенью приближения оценить число месторождений, «пропущенных» или еще «необнаруженных» при поисках и разведке, и общие запасы руды в них. При этом теоретические кривые можно построить с учетом числа известных, но еще не изученных бурением рудопроявлений в районе, или даже с учетом числа вторичных ореолов рассеяния элементов с известной величиной продуктивности.

ЛИТЕРАТУРА

Красников В. И. Рациональные поиски рудных месторождений. Госгеолтехиздат, 1959.

Сафронов Н. И., Сафронов Д. Н. О вероятных закономерностях распределения запасов металлов в земной коре. Сб. ВИТРа Методика и техника разведки, № 44, 1964.

Смирнов С. С. Полиметаллические месторождения и металлогения Восточного Забайкалья. Изд-во АН СССР, 1961.