Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. L, вып. 2, 1966 г.

КЛАССИФИКАЦИЯ И ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПРИРОДНЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

Г. С. Поротов

В ходе исследований поведения различных элементов в горных породах, рудах и минералах возникает необходимость математической обработки большого числа анализов. Результаты изучения используются для поисков месторождений полезных ископаемых, выяснения особенностей образования горных пород или руд, для целей опробования и подсчета запасов и решения других вопросов.

Как известно, распределение содержаний подвержено случайной и закономерной изменчивости. Хотя этот вывод относится к месторождениям полезных ископаемых, он, по-видимому, справедлив и в более общем случае распределения содержания в горных породах. Результаты наших исследований привели к необходимости разграничивать и количественно характеризовать как случайную, так и закономерную изменчивость содержаний с использованием методов теории вероятностей.

В данной работе сделана попытка сформулировать принципы, которые должны быть положены в основу математической обработки распределения элементов. Так как исследование поведения элементов — вопрос сравнительно мало изученный, то пришлось ввести ряд новых терминов (структура изменчивости содержаний, коэффициент влияния геологического фактора и др.). Они будут полезны при описании поведения элементов. Автор считает, что в данной работе возможны уточнения исходных положений и терминологии, и надеется на полезные критические замечания читателей.

Виды закономерностей распределения элементов. Несмотря на большое разнообразие, природные закономерности распределения элементов могут быть разделены на три группы: а) качественные закономерности; б) пространственные закономерности; в) взаимосвязи между элементами.

Качественные закономерности отражают зависимость содержания элементов от каких-либо качественных признаков руды или горной породы, не поддающихся количественному измерению (например, текстура, структура, окраска, качественный минералогический состав и т. д.). Как правило, полевая классификация руд и горных пород производится именно по таким качественным признакам. Для каждой руды или горной породы с определенным качественным признаком или комплексом признаков характерно определенное содержание элементов.

Пример 1. На Сарбайском месторождении среднее содержание железа в сплошных магнетитовых рудах 55,06% (по 141 пробе), а во вкрапленных — 41,37% (по 108 пробам). Среднеквадратичное отклонение содержания составляет соответственно 2,90 и 3,50%.

Эти данные свидетельствуют о существовании закономерной зависимости содержания железа в рудах от их текстуры. В каждой группе руд

содержание железа колеблется около среднего (рис. 1). Колебания носят случайный характер и могут быть численно выражены дисперсией или среднеквадратичным отклонением.

Пространственные закономерности отражают зависимость содержания элементов в руде или в горной породе от пространственного положения исследуемой пробы.

За необходимую для характеристики этих закономерностей систему координат можно принять расстояние от подошвы или кровли пласта, от плоскости тектонического нарушения, от поверхности интрузивного тела; номера пачек рудных тел или горных пород; номера разведочных профилей; топографические координаты и т. д. Так как геологические границы в основном криволинейны, то и система координат тоже может быть криволинейной (например, следуя изгибам рудных тел, пластов горных пород или интрузивных контактов).

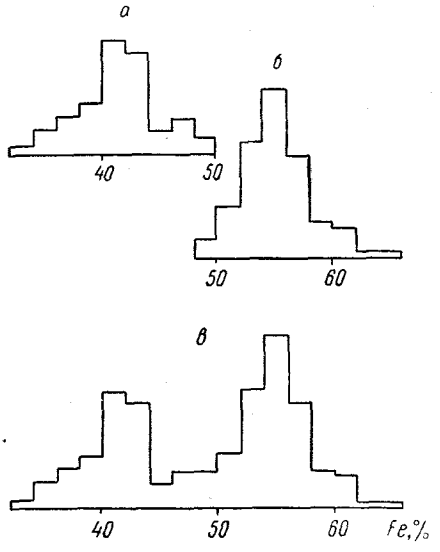


Рис. 1. Частоты содержания железа в рудах Сарбайского месторождения: *а* — вкрапленных; *б* — сплошных; *в* — суммарное распределение частот.

Число направлений (координат), по которым изучаются пространственные закономерности, зависит от числа исследуемых факторов и может быть любым. Так как дальнейшие рассуждения не зависят от числа направлений, то ограничимся примерами закономерной изменчивости в одном направлении. В наиболее простом случае, когда все пробы расположены в одном пересечении (в скважине, горной выработке, профиле), П. Л. Каллистов [1956] предложил сглаживать результаты наблюдений методом скользящего окна до получения минимума случайных колебаний. Это позволяет выделить закономерную изменчивость на фоне случайной.

В разведочной практике пробы обычно располагаются в нескольких пересечениях, и необходимо проследить закономерную изменчивость в направлении либо перпендикулярном, либо параллельном к пересечениям.

Пример 2. Содержание серы в магнетитовых рудах Сарбайского месторождения закономерно меняется по простиранию: под влиянием тектонического нарушения возрастает с XV по XIX разведочный профиль (с севера на юг). Пересечения (скважины) вертикальны, а закономерная изменчивость наблюдается в горизонтальном направлении — по простиранию рудной залежи. В качестве координат использованы номера разведочных профилей, пробуренных через 100 *м*. Содержание серы в рудах следующее:

Номер разведочного профиля	XV	XVI	XVII	XVIII	XIX
Число проб	116	107	133	101	106
Среднее содержание *S*, % . .	3,54	4,40	4,68	5,69	5,60
Среднеквадратичное отклонение	1,54	1,48	2,16	1,68	3,44

В пределах каждого разведочного профиля содержание серы в рудах испытывает случайные колебания (рис. 2), которые затушевывают закономерную изменчивость. Следовательно, можно говорить о некотором соотношении между закономерной и случайной изменчивостью.

Пример 3. На рис. 3 показано распределение железа по 15 разведочным скважинам, которые пересекли полную мощность Западной

рудной залежи Сарбайского месторождения. Направление пересечений (скважин) параллельно направлению изменчивости содержаний. В качестве координат использованы номера слоев рудной залежи.

Распределение железа закономерно повторяется с небольшими вариациями во всех скважинах. Это обусловлено избирательным замещением рудой известняков в слоистой толще. Поэтому можно говорить о случай-

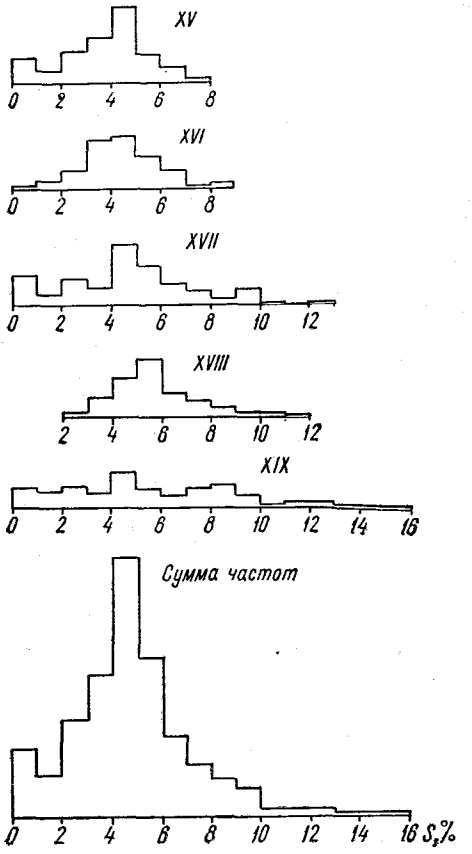


Рис. 2. Частоты содержания серы в магнетитовых рудах Сарбайского месторождения: XV, XVI, XVII, XVIII, XIX — номер профиля.

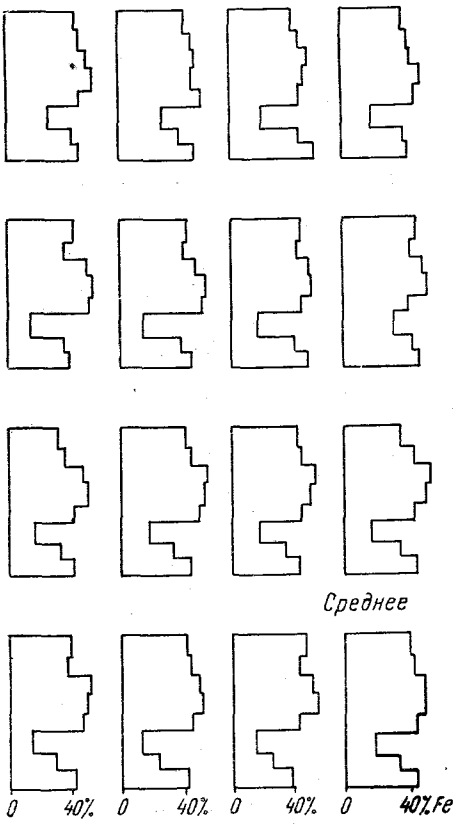


Рис. 3. Распределение содержания железа по мощности Западной рудной залежи по 15 скважинам. По вертикали сверху вниз — 8 слоев от висячего бока к лежачему; по горизонтали — содержание железа в руде.

ных колебаниях содержания железа относительно закономерно меняющегося среднего содержания, отраженного в правом нижнем углу рисунка.

Взаимосвязи между элементами широко распространены в природе и разнообразны: положительные и отрицательные, прямолинейные и криволинейные. Часто наблюдаются сложные взаимосвязи, когда содержание одного элемента зависит от содержания нескольких.

Пример. 4. Несмотря на значительные случайные колебания, с возрастанием содержания серы закономерно увеличивается содержание меди (рис. 4).

В приведенных примерах показана зависимость содержания от одного какого-либо фактора: группы руд, пространственного положения руд, содержания железа в руде. В действительности содержание любого элемента зависит от многих факторов. Если бы удалось количественно выразить степень зависимости содержания от любого геологического

фактора, то можно было бы установить главные и второстепенные факторы в распределении элементов. Это имеет большое практическое значение как для суждения о причинах закономерного распределения элементов, так и для прогноза их содержания в рудах, горных породах и минералах.

Исходные положения математической обработки закономерностей распределения элементов. В основу математической обработки закономерностей распределения элементов положено представление о наличии закономерной и случайной изменчивости содержаний. Согласно этому представлению, фактическое содержание любого элемента в горной породе,

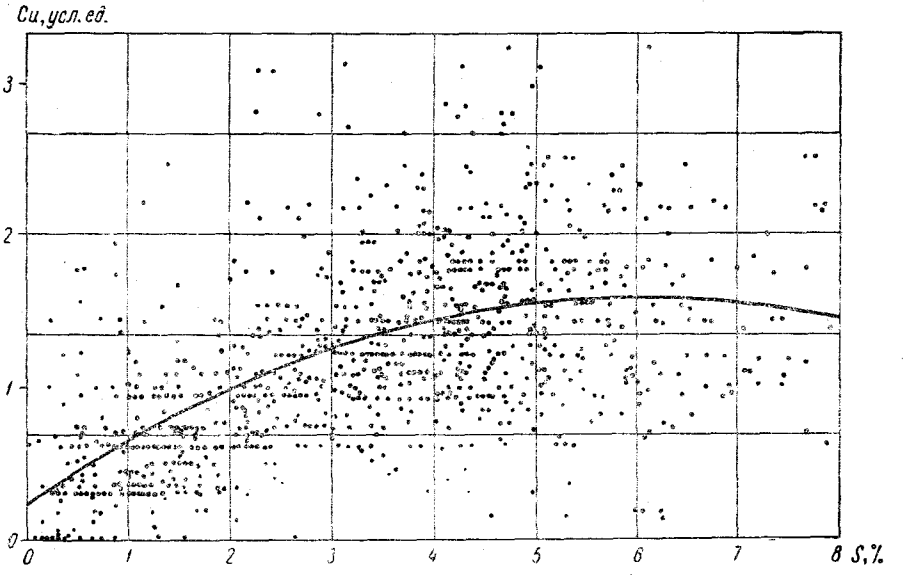


Рис. 4. Зависимость между содержаниями серы и меди в магнетитовых рудах Восточной рудной залежи.

в руде или в минерале рассматривается как сумма двух составляющих: закономерной и случайной. Обозначим закономерную составляющую $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, а случайную δ, тогда фактическое содержание

$$C = F(x_1, x_2, \ldots, x_k) + \delta. \quad (1)$$

Закономерная составляющая отражает функциональную зависимость содержания от геологических факторов — аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_k$, в роли которых могут быть качественные признаки, пространственные координаты, содержания других элементов. Если закономерность выявлена и изучена, то закономерная составляющая может быть вычислена при известных значениях аргументов в каждой пробе. Поэтому целесообразно закономерную составляющую назвать расчетным содержанием

$$C_р = F(x_1, x_2, \ldots, x_k). \quad (2)$$

Случайная составляющая δ обусловлена природной случайной изменчивостью содержаний и случайной погрешностью опробования (предполагается, что систематические ошибки опробования отсутствуют) и не может быть предсказана в каждой отдельной пробе, но ее можно охарактеризовать статистически по совокупности проб. Если в какой-либо пробе известно фактическое и расчетное содержание, то случайная составляющая

$$\delta = C - C_р. \quad (3)$$

Как видно из формулы (3), случайная составляющая служит мерой расхождения между фактическими и расчетным содержанием, поэтому це-

лесообразно δ назвать погрешностью расчетного содержания. Естественно, эта погрешность должна быть минимальной. Одно из наиболее удобных и распространенных условий есть минимум суммы квадратов погрешностей

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_i^2 = \min, \tag{4}$$

где n — число проб.

Это условие имеет теоретико-вероятностное объяснение [Вентцель, 1958], если погрешность δ подчиняется, как в основном и бывает, нормальному закону. Поэтому условие (4) можно считать вполне приемлемым для практических целей.

Итак, задача математической обработки закономерностей распределения элементов может быть сведена к нахождению закономерной составляющей $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ при минимальной сумме квадратов погрешностей δ.

Примеры нахождения закономерной составляющей содержания. Закономерная составляющая $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ может быть выражена тремя способами: аналитическим, табличным и графическим. Для математической обработки представляют интерес первые два способа.

При аналитическом выражении для определения закономерной составляющей методом наименьших квадратов необходимо вначале определить вид функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, исходя из эмпирических соображений или рассмотрения предлагаемого процесса, обусловившего ту или иную природную закономерность. В геологической практике наиболее распространен эмпирический подход к выбору вида функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, так как природные процессы очень сложны и для математического описания изучены пока недостаточно.

При табличном выражении закономерной составляющей для математической обработки функцию можно изобразить в виде своеобразной импульсной функции, например,

$$F(x) = a_1 z_1 + a_2 z_2 + \ldots + a_m z_m, \tag{5}$$

где $z_1, z_2, \ldots, z_m$ — последовательные конкретные значения функции $F(x)$; $a_1, a_2, \ldots, a_m$ — постоянные коэффициенты.

Если один из коэффициентов a равен единице, то все остальные равны нулю. При последовательном изменении аргумента x каждый из коэффициентов поочередно становится равным единице. Таким образом, функция $F(x)$ последовательно принимает значения $z_1, z_2, \ldots, z_m$, нахождение которых и составляет задачу математической обработки. Аналогичный прием позволяет изобразить в виде импульсной табличную функцию двух, трех и более аргументов.

Рассмотрим конкретные приемы установления функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ для различных видов закономерностей распределения элементов. При обработке качественных закономерностей каждому качественному признаку соответствует определенное содержание элемента в руде или горной породе. Если в пробе присутствуют руды или горные породы с различными качественными признаками в известном количественном отношении, то расчетное содержание элемента в пробе может быть найдено по формуле

$$C_p = F(x_1, x_2, \ldots, x_k) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_k x_k, \tag{6}$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_k$ — содержания элемента в различных рудах или горных породах; $a_1, a_2, \ldots, a_k$ — доли различных руд или горных пород в пробе.

Именно по этой формуле производится опробование по типам руд [Иванов, 1941; 1963].

Согласно выражению (1), фактическое содержание элемента в пробе в рассматриваемом случае равно

$$C = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k + \delta. \tag{7}$$

Пусть имеется некоторое число проб, в каждой из которых установлено фактическое содержание C и известны доли различных руд или горных пород a_1, a_2, . . ., a_k. Тогда задачей математической обработки качественных закономерностей является нахождение содержания элемента x_1, x_2, . . ., x_k в каждом из типов руды или горной породы при условии минимума суммы квадратов погрешностей δ. Подобная задача изучена в теории вероятностей и сводится к решению так называемой системы линейных нормальных уравнений [Бронштейн, Семендяев, 1948]

$$\left.\begin{aligned}
[a_1a_1]\,x_1 + [a_1a_2]\,x_2 + \ldots + [a_1a_k]\,x_k &= [a_1C] \\
[a_2a_1]\,x_1 + [a_2a_2]\,x_2 + \ldots + [a_2a_k]\,x_k &= [a_2C] \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & \\
[a_ka_1]\,x_1 + [a_ka_2]\,x_2 + \ldots + [a_ka_k]\,x_k &= [a_kC],
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

где $[a_1a_1]$, $[a_1a_2]$, $[a_1C]$ и т. д. — обозначения Гаусса сумм произведений $\sum_{i=1}^{n} a_{1_i}a_{1_i}$, $\sum_{i=1}^{n} a_{1_i}a_{2_i}$, $\sum_{i=1}^{n} a_{1_i}C_i$; n — число проб.

В частном случае, когда каждая проба включает только один какой-либо тип руды или горной породы, система (8) упрощается

$$\left.\begin{aligned}
[a_1a_1]\,x_1 &= [a_1C] \\
[a_2a_2]\,x_2 &= [a_2C] \\
\ldots\ldots\ldots & \\
[a_ka_k]\,x_k &= [a_kC]
\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Здесь суммы левых частей уравнений равны числу проб, а правых — сумме содержаний по каждому типу руды или горной породы, поэтому содержание в каждом типе руды или горной породы вычисляется как среднеарифметическое. Именно такой случай рассмотрен выше в примере 1.

Когда содержание элемента в рудах или горных породах найдено, по формуле (6) можно вычислить расчетное содержание элемента в любой смеси руд или горных пород, т. е. найти закономерную составляющую содержания.

При математической обработке пространственных закономерностей закономерную составляющую можно выражать либо в аналитическом, либо в табличном виде.

При аналитическом выражении необходимо предварительно установить вид функции $F(x_1, x_2, \ldots, x_k)$. Так, в рассмотренном выше примере 3, исходя из эмпирических соображений, можно предположить, что между содержанием серы и расстоянием до тектонического нарушения существует линейная или параболическая зависимость. По методу наименьших квадратов можно найти параметры этой зависимости.

Если решение задачи отыскивается в табличном виде, то система уравнений полностью аналогична системе (8), только вместо неизвестных аргументов x_1, x_2, . . ., x_k в уравнении будут неизвестными значения z_1, z_2, . . ., z_m, которые вычисляются как среднеарифметические для каждой пространственной координаты. Так, в примере 2 аргументом x служат пространственные координаты — номера разведочных профилей, а табличные значения z_1, z_2, . . ., z_m закономерной составляющей $F(x)$ приведены выше. По найденной закономерной составляющей всегда можно определить расчетное содержание при известных координатах проб.

Отметим, что зависимость содержания от пространственного положения проб используется в геологической практике при опробовании по эмпирическим кривым [Иванов, 1962; 1963].

При изучении взаимосвязей между элементами также возможны два способа выражения закономерной составляющей: в виде аналитической формулы и в виде таблицы. В геологической практике наиболее распространен первый способ. Но если разделить пробы на классы по содержанию элементов, то можно прийти и ко второму способу.

Вид аналитической зависимости между элементами обычно устанавливается эмпирически. Например, по рис. 4 можно предполагать параболическую * зависимость между содержанием меди и серы в руде

$$C_р = -0{,}0355\,x^2 + 0{,}433\,x + 0{,}259.$$

Эта формула позволяет с какой-то степенью точности прогнозировать содержание меди в руде, если известно процентное содержание серы.

Нередко содержание одного элемента зависит от содержания нескольких элементов. Если зависимость линейная, то можно предположить, что

$$C_р = a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_kx_k + b, \qquad (9)$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_k$ — содержание элементов; $a_1, a_2, \ldots, a_k, b$ — некоторые постоянные коэффициенты. Применение метода наименьших квадратов к выражению (9) приводит к уравнению множественной линейной корреляции [Длин, 1958].

Структура изменчивости содержаний. Изменчивость содержаний можно охарактеризовать тремя взаимозависимыми величинами: дисперсией, среднеквадратичным отклонением и коэффициентом вариации. Для целей настоящей работы наиболее удобно пользоваться дисперсией. Она может служить характеристикой как случайной, так и закономерной изменчивости, хотя и не вскрывает всех их особенностей. Измерение двух видов изменчивости в одних и тех же единицах позволяет сравнивать их между собой.

Некоторое влияние на наблюдаемую дисперсию содержания оказывают случайные погрешности опробования. Если предположить, что оба вида изменчивости и погрешности опробования независимы друг от друга, то, согласно теореме сложения дисперсий [Вентцель, 1958, стр. 210—211], можно записать

$$\sigma^2_{набл} = \sigma^2_{зак} + \sigma^2_{сл} + \sigma^2_{опр}, \qquad (10)$$

где $\sigma^2_{набл}$ — наблюдаемая дисперсия содержания элемента в руде или горной породе; $\sigma^2_{зак}$ — дисперсия закономерной изменчивости; $\sigma^2_{сл}$ — дисперсия случайной изменчивости; $\sigma^2_{опр}$ — дисперсия погрешности опробования.

Дисперсии $\sigma^2_{зак}$ и $\sigma^2_{сл}$ могут меняться в зависимости от пространственного положения проб, числа учтенных факторов, степени познания природных закономерностей.

Первые два слагаемых в правой части выражения (10) характеризуют природную изменчивость содержаний, дисперсию которой обозначим

$$\sigma^2_{пр} = \sigma^2_{зак} + \sigma^2_{сл}. \qquad (11)$$

Последние два слагаемых в правой части выражения (10) есть дисперсия погрешности δ, которая включает природную случайную изменчивость содержаний и погрешность опробования

$$\sigma^2_{\delta} = \sigma^2_{сл} + \sigma^2_{опр}.$$

---

* Вычисление параболической зависимости методом наименьших квадратов рассмотрено Е. С. Вентцель [1958, стр. 334—336].

Как известно, погрешность опробования слагается из погрешности взятия, обработки проб и погрешности анализа. Эти погрешности можно считать независимыми, поэтому по теореме сложения дисперсий

$$\sigma^2_{\text{опр}} = \sigma^2_{\text{вз}} + \sigma^2_{\text{хим}},$$

где $\sigma^2_{\text{вз}}$ — дисперсия погрешности взятия и обработки проб; $\sigma^2_{\text{хим}}$ — дисперсия погрешности анализа.

Полученные четыре соотношения вскрывают *структуру изменчивости содержаний*, и одна из задач математической обработки заключается в количественной оценке всех рассмотренных дисперсий. Наиболее важной является дисперсия $\sigma^2_{\text{сл}}$, так как она характеризует погрешность расчетных содержаний.

Непосредственно можно рассчитать дисперсии $\sigma^2_{\text{набл}}$, σ^2_{δ}, $\sigma^2_{\text{опр}}$ и $\sigma^2_{\text{хим}}$. Остальные дисперсии определяются по приведенным выше соотношениям.

Наблюдаемая дисперсия содержания элемента в руде или горной породе вычисляется по обычной формуле

$$\sigma^2_{\text{набл}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(C_i - C_0)^2, \tag{12}$$

где C_0 — среднее содержание элемента по n пробам.

Дисперсия погрешности δ равна

$$\sigma^2_{\delta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2. \tag{13}$$

Дисперсия погрешности опробования вычисляется на основании данных контрольного опробования по формуле

$$\sigma^2_{\text{опр}} = \frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2, \tag{14}$$

где x и y — содержания в основных и контрольных пробах; n — число контрольных проб.

По такой же формуле находится дисперсия погрешности анализа на основании данных внутреннего контроля.

Определим структуру изменчивости содержания в рассмотренных выше примерах.

Пример 1. Распределение частот содержания железа в рудах показано на рис. 1. Наблюдаемая дисперсия содержания железа равна $\sigma^2_{\text{набл}} = 56{,}1$. Если найти отклонения фактических содержаний от расчетных, т. е. совместить графики *а* и *б* рис. 1 так, чтобы средние содержания совпали, то получим график частот погрешностей δ (рис. 5, *а*), где дисперсия погрешности $\sigma^2_{\delta} = 10{,}9$. Распределение частот погрешностей нормальное (критерий Пирсона χ^2 при 7 степенях свободы равен 8,44), что оправдывает применимость условия (4). Дисперсия закономерной изменчивости $\sigma^2_{\text{зак}} = \sigma^2_{\text{набл}} - \sigma^2_{\delta} = 45{,}2$. По данным контрольного опробования, дисперсия погрешности опробования $\sigma^2_{\text{опр}} = 2{,}2$. Следовательно, $\sigma^2_{\text{сл}} = \sigma^2_{\delta} - \sigma^2_{\text{опр}} = 8{,}7$.

Таким образом, структура изменчивости содержания железа имеет вид

$$\begin{aligned}\sigma^2_{\text{зак}} &= 45{,}2\\ \sigma^2_{\text{сл}} &= 8{,}7\\ \sigma^2_{\text{опр}} &= 2{,}2\\ \hline \sigma^2_{\text{набл}} &= 56{,}1.\end{aligned}$$

Из полученных значений дисперсий вытекает ряд выводов.

Во-первых, главную роль играет закономерная изменчивость.

Во-вторых, дисперсия случайной изменчивости примерно в четыре раза больше дисперсии погрешности опробования.

Отношение $\sigma_{сл}/\sigma_{опр} \approx 2$, следовательно, прогнозирование содержания железа на основе качественных признаков уступает по точности химическому опробованию всего лишь в два раза.

Пример 2. Наблюдаемая дисперсия содержания серы в рудах, соответствующая сумме частот рис. 2, равна 5,80. График погрешностей δ, полученный совмещением гистограмм по профилям XV, XVI, XVII, XVIII, XIX рис. 2 так, чтобы совпали средние содержания серы, показан на рис. 5, *б*. В данном случае распределение погрешностей несколько отличается от нормального (критерий χ^2 Пирсона при 10 степенях свободы

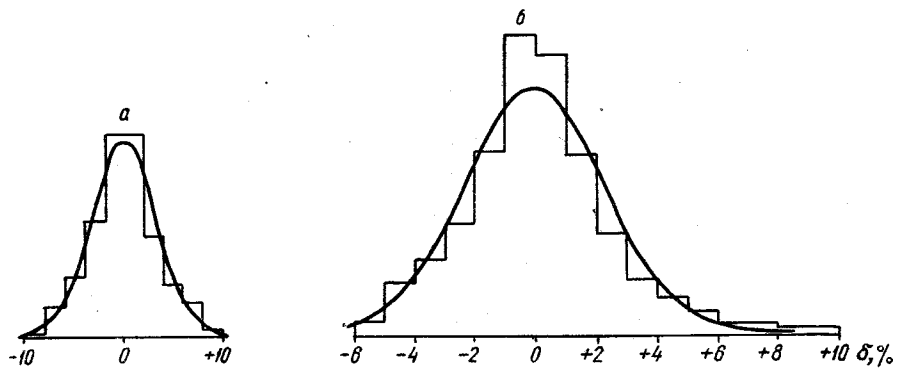


Рис. 5. Распределение частот погрешностей содержаний: *а* — железа; *б* — серы.

равен 29,5), однако незначительно. Дисперсия погрешностей δ равна $\sigma_\delta^2 = 5{,}27$. Структура изменчивости приведена в табл. 1.

Таблица 1

Структура изменчивости содержания элементов

Пример	Элемент	Дисперсия			
		$\sigma^2_{зак}$	$\sigma^2_{сл}$	$\sigma^2_{опр}$	$\sigma^2_{набл}$
1	Железо . . .	45,2	8,7	2,2	56,1
2	Сера	0,53	4,58	0,69	5,80
3	Железо . . .	92,2	16,8	2,2	111,2
4	Медь	0,102	0,179	0,126	0,407

Пример 3. Частоты распределения содержания железа и погрешностей δ показаны на рис. 6. Погрешности δ найдены как отклонения содержания железа от среднего содержания на эмпирическом графике рис. 3. Несмотря на то, что распределение частот содержания железа в руде (рис. 6, *а*) явно асимметрично, распределение погрешностей подчиняется нормальному закону (критерий χ^2 Пирсона при 5 степенях свободы равен 8,77). Структура изменчивости приведена в табл. 1.

Пример 4. Распределение частот содержания меди и погрешностей δ приведено на рис. 6. Погрешности найдены как отклонения фактических содержаний меди от закономерно меняющегося по параболе расчетного содержания (рис. 4). Распределение частот погрешностей заметно отличается от нормального (критерий χ^2 Пирсона при 8 степенях свободы

равен 87,3), что, однако, нельзя рассматривать как препятствие для применения метода наименьших квадратов. Дисперсия случайной изменчивости (табл. 1) сопоставима с дисперсией погрешности химического опробования, поэтому точность прогнозирования содержания меди по известному содержанию серы, по-видимому, лишь немного уступит (на 20%) химическому опробованию.

Используя понятие о доверительных границах, можно во всех рассмотренных примерах оценить надежность прогнозирования содержания элементов на основе закономерностей их распределения. Так как распределение частот погрешностей в основном нормальное или близко к нему, то можно с некоторым приближением утверждать, что в 95% проб рас-

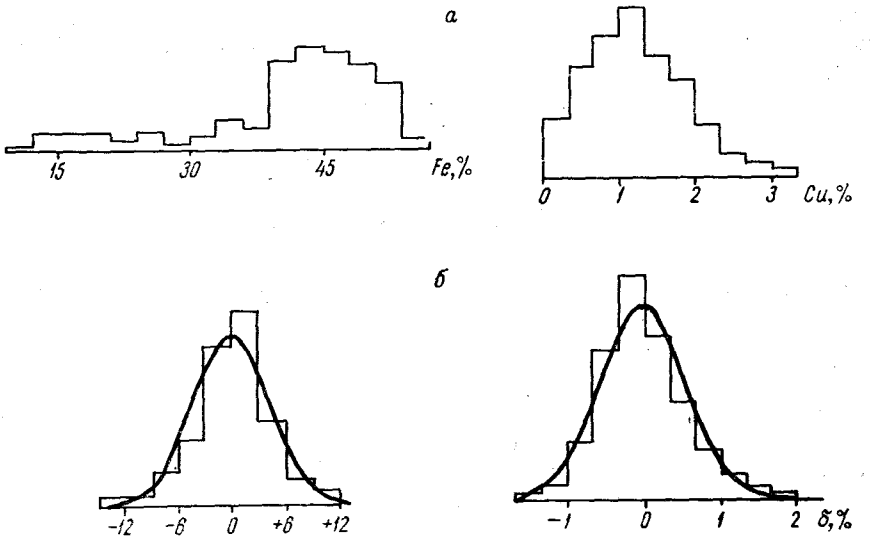


Рис. 6. Распределение частот: *а* — содержаний железа и меди; *б* — погрешности содержаний.

четное содержание элементов будет отличаться от фактического не более чем на $2\sigma_{сл}$. Если точность прогнозирования содержаний не уступает точности химического опробования, то химическое опробование можно заменить прогнозированием.

Оценка влияния геологических факторов на распределение элементов. За основу оценки влияния геологических факторов на распределение элементов целесообразно взять соотношение между дисперсиями закономерной и случайной изменчивости. Чем сильнее влияет какой-либо фактор на распределение элементов, тем лучше выражена закономерная изменчивость содержания и меньше расхождение между фактическими и расчетными содержаниями элементов. В качестве показателя влияния геологического фактора удобно взять безразмерную величину

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma^2_{зак}}{\sigma^2_{зак}+\sigma^2_{сл}}}. \qquad (15)$$

Когда закономерная изменчивость отсутствует, т. е. $\sigma^2_{зак} = 0$, то $\eta = 0$. Когда отсутствует случайная изменчивость, т. е. $\sigma^2_{сл} = 0$, то величина $\eta = 1$.

Таким образом, в зависимости от соотношения между дисперсиями $\sigma^2_{зак}$ и $\sigma^2_{сл}$ величина η может колебаться от 0 до 1. Чем больше значение величины η, тем большую роль играет закономерная изменчивость и силь-

нее влияет геологический фактор на распределение элемента. Поэтому величину η целесообразно назвать коэффициентом влияния геологического фактора (или группы факторов).

Если из выражения (11) найти дисперсию $\sigma^2_{зак}$ и подставить в формулу (15), то получим

$$\eta = \sqrt{\frac{\sigma^2_{пр} - \sigma^2_{сл}}{\sigma^2_{пр}}}. \qquad (16)$$

Из этой формулы видно, что коэффициент η формально отвечает корреляционному отношению [Длин, 1958, стр. 245]. В частном случае, когда расчетные и фактические содержания связаны прямолинейной зависимостью, абсолютная величина η равна коэффициенту корреляции.

Имея для каждого элемента значения коэффициентов η различных геологических факторов (табл. 2), можно выделить среди них главные и перейти к изучению многофакторных зависимостей.

Таблица 2

Коэффициенты влиянии факторов

Пример	Элемент	Геологические факторы	η
1	Железо	Группа руд	0,915
2	Сера	Пространственное положение руд по простиранию рудной залежи	0,322
3	Железо	по мощности рудной залежи	0,920
4	Медь	Содержание серы в руде	0,602

ЛИТЕРАТУРА

Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. Гостехиздат, 1948, стр. 513—514.

Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Физматгиз, 1958.

Длин А. М. Математическая статистика в технике. Изд-во Советская наука, 1958.

Иванов Н. В. Методика опробования Карабашских колчеданных месторождений по типам руд. Сов. геология, № 4, 1941.

Иванов Н. В. Метод опробования по эмпирическим кривым. Магматические образования Кольского полуострова. Изд-во АН СССР, Кольский филиал, 1962.

Иванов Н. В. Новое направление в опробовании рудных месторождений. Госгеолтехиздат, 1963.

Каллистов П. Л. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. Сов. геология, № 53, 1956.