Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LV, вып. 2, 1968 г.

ВЫБОР СПОСОБА ПОДСЧЕТА СРЕДНЕГО СОДЕРЖАНИЯ МЕЖДУ ДВУМЯ СЕЧЕНИЯМИ

Е. О. Погребицкий, В. И. Терновой, Н. И. Руденко

В практике подсчета запасов укоренилось правило, что при наличии корреляционной зависимости между содержанием полезного компонента и каким-либо другим параметром среднее содержание должно определяться способом средневзвешенного, а при отсутствии корреляционной зависимости — способом среднеарифметического. Эту точку зрения впервые высказал Н. В. Володомонов [1944] и впоследствии поддержали П. Л. Каллистов [1948], В. И. Смирнов, В. М. Крейтер, В. И. Кузьмин [1966] и др. Однако Н. Ф. Залата [1959] и А. А. Петров [1962] решительно утверждают, что способ средневзвешенного ошибочный и рекомендуют среднее содержание определять только способом среднеарифметического. В последней работе Л. Ф. Залата [1965] способ определения среднего содержания связывает с типом асимметрии распределения полезного компонента. В. И. Борзунов [1965] считает, что способ средневзвешенного применим лишь в случае изменения содержания по гиперболической кривой. В остальных случаях он рекомендует применить способ среднеарифметического. В. А. Петров [1965] же доказывает, что способ средневзвешенного определения среднего содержания в преобладающем числе случаев дает более удовлетворительный результат, чем способ среднеарифметического. Экспериментальные исследования, проведенные на моделях рудных тел И. А. Зиминым и Е. М. Тепляковым [1966], показали, что в одних случаях более оправдан средневзвешенный, а в других — среднеарифметический способы определения среднего содержания.

Противоречивость рекомендаций по этому вопросу определяется в большинстве случаев не заблуждением отдельных исследователей, а разнообразной природой рассматриваемых ими объектов. Наши исследования на большом числе реальных рудных тел и моделей подсчетных блоков показали, что универсальной формулы для определения среднего содержания не существует. Рациональный способ определения среднего содержания зависит не только от наличия или отсутствия корреляционной связи, но и от знака и формы кривой связи оценочных параметров (мощности и содержания, площади сечения и содержания). Кроме того, бывают случаи, когда обе используемые в практике формулы резко искажают истинное среднее содержание. Тогда необходим третий способ определения среднего содержания, названный нами интегральным.

Теоретическое обоснование выбора рационального способа определения среднего содержания, естественно, не может быть дано по какому-либо реальному рудному телу, так как определенная форма и знаки связи параметров на нем будут определять справедливость одной из формул.

Для наглядности выводов нами использованы идеализированные модели подсчетных блоков. Рассмотрение проблемы ограничивается обоснованием выбора рационального способа определения среднего содержания только в блоке между двумя сечениями.

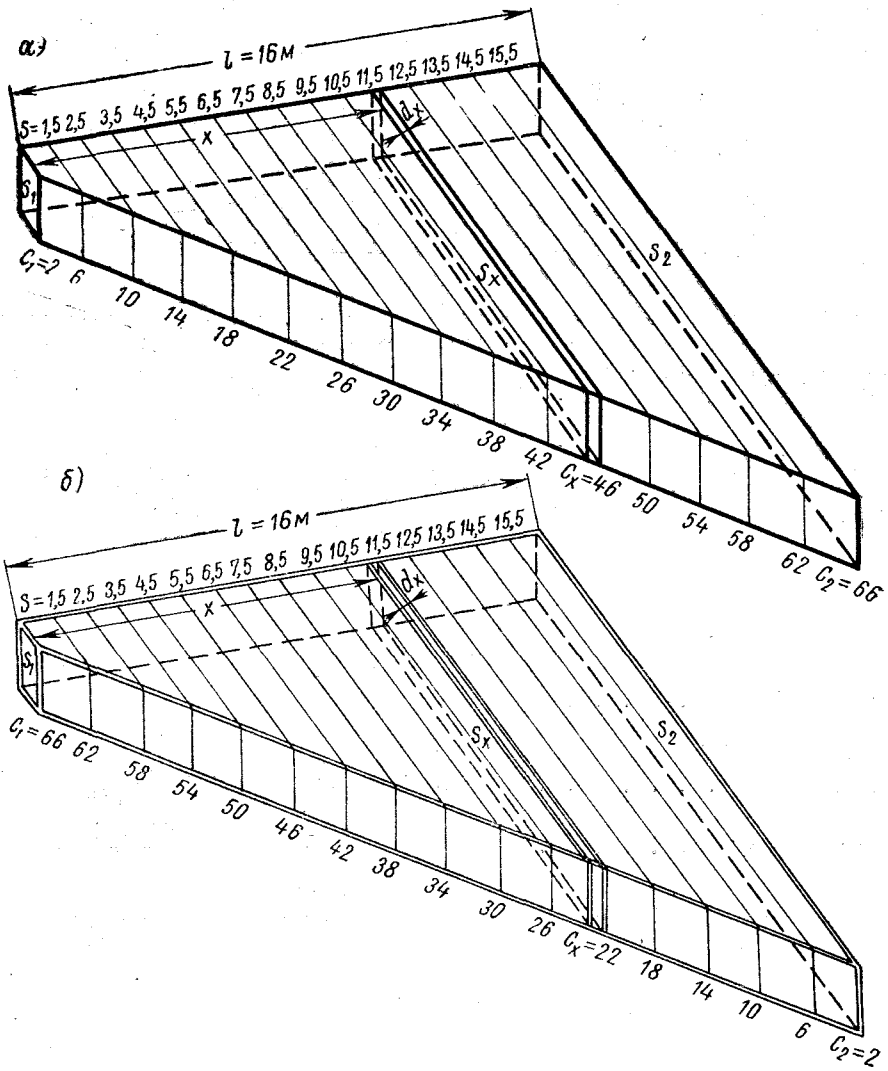


Рис. 1. Модель подсчетного блока с зависимостью между содержанием полезного компонента и площадью сечения *а* — прямой, *б* — обратной

Возьмем два блока соответственно с прямой и обратной связью между содержанием и площадью сечения (рис. 1). В каждом из этих блоков рассмотрим три типа формы связи между этими параметрами: прямолинейная, выпуклая и вогнутая кривые.

I. **Прямолинейная связь площади сечения и содержания** (рис. 1; рис. 2, кривая *1*).

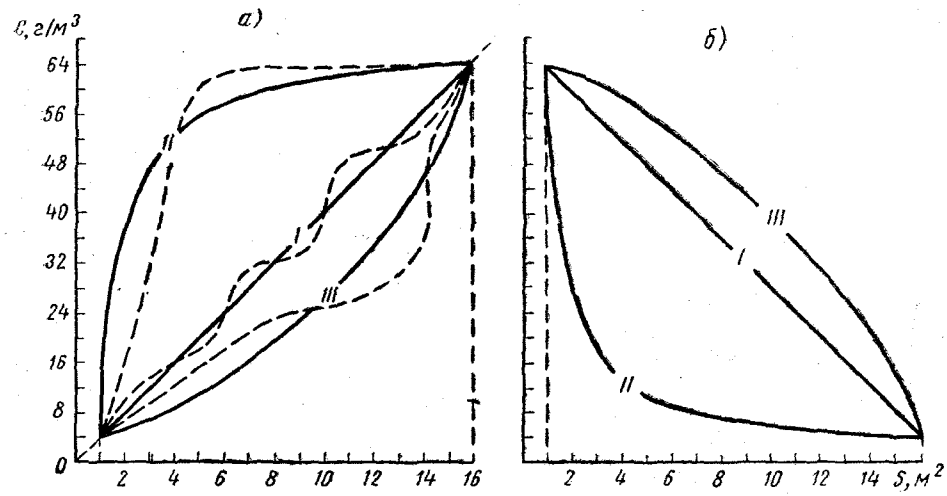


Рис. 2. Виды закономерного изменения содержания и оптимальные способы расчета среднего содержания в блоке между двумя сечениями.

Изменение: *I* — по закону прямой (интегральный способ); *II* — по выпуклой кривой *а* и вогнутой *б* (средневзвешенный способ); *III* — по вогнутой кривой *а* и выпуклой *б* (среднеарифметический способ)

Для первого блока $S_1=0{,}5$ м², $S_2=16{,}5$ м², $C_1=2$ г/м³, $C_2=66$ г/м³; для второго блока $S_1=0{,}5$ м², $S_2=16{,}5$ м², $C_1=66$ г/м³, $C_2=2$ г/м³.

Среднее содержание по принятым в практике способам подсчета будет:

Способ подсчета	Среднеарифметический	Средневзвешенный
Формула подсчета	$\frac{C_1+C_2}{2}$	$\frac{C_1\cdot S_1+C_2S_2}{S_1+S_2}$
Среднее содержание, г/м³:		
первый блок	$\frac{2+66}{2}=34$	$\frac{2\cdot 0{,}5+66\cdot 16{,}5}{0{,}5+16{,}5}=64{,}1$
второй блок	$\frac{66+2}{2}=34$	$\frac{0{,}5\cdot 66+16{,}5\cdot 2}{0{,}5+16{,}5}=3{,}9$

В зависимости от способа подсчета содержания различаются в первом блоке почти в 2 раза, а во втором — почти в 9 раз. Для нашей модели условие изменения площади сечения и содержания по линейному закону позволяет определить истинные запасы и, следовательно, истинное содержание по строгим аналитическим формулам.

Истинные запасы в блоке можно определить интегрированием запасов бесконечного числа элементарных блоков с постоянной вертикальной мощностью при расстоянии между сечениями $dx \to 0$, т. е.

$$P=\int_0^l S_x C_x\, d_x, \qquad (1)$$

где S_x — площадь сечения; d_x — горизонтальная мощность; C_x — среднее содержание.

При изменении признака от одной точки к другой (от одного сечения к другому) по закону прямой справедливы тождества

$$\frac{S_2 - S_1}{l} = \frac{S_x - S_1}{x}, \quad \frac{C_2 - C_1}{l} = \frac{C_x - C_1}{x}$$

или

$$S_x = \frac{S_1(l-x) + S_2 x}{l}, \quad C_x = \frac{C_1(l-x) + C_2 x}{l}.$$

Подставляя значения S_x и C_x в формулу (1) и решая интеграл, получим

$$P = \frac{l}{6}(2S_1C_1 + 2S_2C_2 + S_1C_2 + S_2C_1). \qquad (2)$$

Истинное среднее содержание можно определить из формулы

$$C_{ср} = \frac{P}{v}, \quad v = \frac{S_1 + S_2}{2} l,$$

следовательно,

$$C_{ср} = \frac{1}{3}\left[\frac{S_i C_1 + S_2 C_2}{S_1 + S_2} + C_1 + C_2\right].$$

Полученную формулу можно переписать.

$$C_{ср} = \frac{2}{3}\left(\frac{C_1 + C_2}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{C_1 S_1 + C_2 S_2}{S_1 + S_2}\right).$$

Эта формула для определения среднего содержания по площади четырехугольника и трапеции была выведена Л. И. Панкулем и А. С. Золотаревым [1935]. Однако условия ее использования не были оговорены, и среди геологов она не нашла применения.

Однако случай, когда изменение признаков между двумя сечениями является прямолинейным (кривая *I* на рис. 2) или за отсутствием данных принимается прямолинейным, не так уж редок (например, при определении среднего содержания между двумя горизонтами, двумя вертикальными сечениями, двумя выработками). Очевидно, что тогда наиболее правильным является использование этой формулы.

Интегральный способ исходит из того, что истинное среднее содержание в блоке между двумя сечениями при изменении содержания по закону прямой равно сумме 2/3 среднеарифметического и 1/3 среднезвешенного содержаний.

Для наших моделей среднее содержание, рассчитанное по этой формуле, составит для первого блока 44 и для второго 24 *г/м*³.

II. **Изменение площади сечения по закону прямой, а содержания по выпуклой (прямая зависимость) и вогнутой (обратная зависимость)** (рис. 2, кривая *II*). Кривую *II* можно построить из предположения изменения по закону прямой площади сечения и запасов полезного компонента. Если в нашем примере допустить, что площадь сечения и запасы полезного компонента изменяются по закону прямой, т. е. запасы в элементарных блоках, тяготеющих к сечениям S_1 и S_2 на длину 1 *м*, будут, соответственно, 4 и 1024 *кг*, а приращение запасов на единицу площади сечения составит

$$\Delta_{зап} = \frac{1024 - 4}{16 - 1} = 68 \ г,$$

тогда запасы каждого элементарного блока будут $q_1 = 4$; $q_2 = q_1 + 68 = 72$; $q_3 = q_2 + 68 = 140$ *г* и т. д.

Нетрудно подсчитать, что суммарные запасы по всему подсчетному блоку составят 8224 *г*, а среднее содержание

$$C_{ср} = \frac{8224}{136} = 60{,}47.$$

Полученное среднее содержание полностью тождественно содержанию, рассчитанному средневзвешенным способом. Другими словами, средневзвешенный способ подсчета среднего содержания в блоке между двумя сечениями предполагает линейные изменения площади сечения и запасов полезного компонента. При таких условиях содержание полезного компонента на графике будет представлено при положительной закономерной связи выпуклой, а при отрицательной — вогнутой кривой *II* (рис. 2, *б*).

III. **Изменение площади по закону прямой, а содержания по вогнутой при прямой зависимости и выпуклой при обратной** (рис. 2, кривые *III*).

Если принять содержания, соответствующие кривой *III* (таблица), то легко убедиться, что истинное среднее содержание будет равно среднему содержанию, вычисленному среднеарифметическим способом.

Расчет среднего содержания в блоке при изменении площади сечения по закону прямой и содержания по выпуклой и вогнутой кривым *II* и *III* (рис. 2)

Площадь, $м^2$; объем, $м^3$ элементарных блоков	Содержание, $г/м^3$		Запасы, *г*	
	Вогнутая кривая *III*	Выпуклая кривая *II*	Вогнутая кривая *III*	Выпуклая кривая *II*
1	4	4,0	4,0	4,0
2	5	36,0	10,0	72,0
3	6,5	46,66	19,5	140,0
4	8,5	52,00	34,00	208,0
5	10,6	55,2	53,0	276,0
6	13,0	57,33	78,0	344,0
7	16,0	58,85	102,0	412,0
8	19,0	60,00	152,0	480,0
9	22,5	60,9	202,5	548,0
10	26,0	61,6	260,0	616,0
11	30,0	62,18	330,0	684,0
12	34,0	62,6	408,0	752,0
13	39,0	63,07	507,0	820,0
14	46,0	63,4	644,0	888,0
15	53,0	63,7	795,0	956,0
16	64,0	64,0	1024,0	1024,0
136			4623,0	8224,0

Очевидно, что кривых типа *III*, так же как и кривых типа *II*, может быть бесчисленное множество. Общим для кривых *III* будет вогнутый характер при прямой и выпуклый при обратной зависимости. А для кривых типа *II*, наоборот, выпуклый при прямой и вогнутый при обратной зависимости. При этом совершенно ясно, что коэффициенты корреляции и в том и в другом случае могут быть равны или изменяться в любых пределах.

Выводы

Закономерное изменение содержания от одного сечения к другому и, следовательно, наличие корреляционной связи еще не определяет рационального способа определения среднего содержания. В зависимости от характера закономерности или типа кривой связи между содержанием и площадью сечения (мощностью) более рациональным способом определения среднего содержания могут оказаться любой из трех названных выше.

Для правильного выбора способа определения среднего содержания кроме установления связи разведочных параметров необходимо знать знак зависимости (прямая или обратная) и характер связи, представленной выпуклой, прямолинейной или вогнутой кривой.

Реальные рудные тела характеризуются сложной изменчивостью содержания от одного сечения к другому, однако, любую из кривых изменения признака путем сглаживания или других специальных операций всегда можно привести к одной из названных кривых.

Приведем практические рекомендации для выбора оптимального способа определения среднего содержания:

Знак и форма связи	Прямая (выпуклая) / Обратная (вогнутая)	Прямая и обратная (прямолинейная)	Прямая (вогнутая) / Обратная (выпуклая)
Способ подсчета	Средневзвешенный	Комбинированный	Среднеарифметический

Указанными рекомендациями необходимо пользоваться только тогда, когда, во-первых, значения признаков в двух соседних сечениях имеют значительные отклонения и, во-вторых, известен характер изменения признаков от одного сечения к другому. Если такие сведения отсутствуют, что нередко бывает при практических подсчетах, среднее содержание должно определяться интегральным способом, потенциальная погрешность которого значительно меньше, чем среднеарифметического и, особенно, средневзвешенного способов.

Приведенные рекомендации по способам определения среднего содержания справедливы не только для двух соседних горизонтальных или вертикальных разрезов (сечений), но и для двух соседних проб (сечений) в выработках, пройденных по простиранию, падению или восстанию рудного тела, а также для соседних выработок на одном разрезе (сечении).

Среднее содержание в пробах по выработкам, пройденным вкрест простирания, или по мощности рудного тела (скважины, квершлаги, рассечки, канавы) необходимо определять методом средневзвешенного во всех случаях, когда меняются минимум два параметра (длина секционных проб, объемный вес, содержание).

Это полностью соответствует установившейся практике и указанным выше теоретическим выводам, так как в этих случаях по закону прямой от одной пробы к другой изменяются запасы полезного компонента.

ЛИТЕРАТУРА

Борзунов В. М. Геолого-промышленная оценка нерудных полезных ископаемых. Недра, 1965.

Володомонов Н. В. О методе подсчета запасов жильных месторождений. Горн. журн., № 3—4, 1944.

Залата Л. Ф. О недостатках применения метода взвешивания при определении средних содержаний. Разв. и охр. недр, № 4, 1959.

Залата Л. Ф. Об определении средних содержаний полезных компонентов в руде. Разв. и охр. недр, № 8, 1965.

Зимин И. А., Тепляков Е. М. О вычислении запасов металла в блоках. Разв. и охр. недр, № 9, 1966.

Каллистов П. Л. Ассиметрия распределения некоторых свойств золота и связанные с нею погрешности определения запасов. В сб. «Мат. по геол. золота и платины», вып. 9. Главспеццветмет, 1948.

Кузьмин В. К. Условия применения формул средневзвешенного при подсчете запасов. Разв. и охр. недр, № 2, 1966.

Панкуль Л. И., Золотарев А. С. Новые формулы средних содержаний, площадей и объемов для подсчета запасов полезных ископаемых. Горн. журн., № 1, 1935.

Петров А. А. О непременимости метода взвешивания для расчета средних содержаний. Разведка и охр. недр, № 3, 1962.

Петров В. А. О применении способов среднего арифметического и среднего взвешенного для расчета средних параметров при подсчете запасов полезного ископаемого. Сов. геология, № 2, 1965.