Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова т. LI, вып. 1, 1966 г.

УДК 622.834.2

НАДЕЖНОСТЬ УПРАВЛЕНИЯ ГОРНЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Н. А. Синькевич

Особое место среди проблем горного давления занимает крепление и управление кровлей в очистном пространстве. Отечественные и зарубежные исследователи изучали эти вопросы на моделях и в шахтных условиях. При этом основное значение придавали глубине разработки, мощности и крепости углей и боковых пород, длине лавы, скорости подвигания очистного забоя, а также выбору вида крепи и способа управления кровлей. Хотя многие ученые и практики горного дела признают существенное значение фактора времени и его влияние на надежность крепи, но при исследованиях его почти не учитывают. На небольших глубинах, при незначительном горном давлении, фактор времени и надежность не играют заметной роли. С глубиной разработки значительное увеличение горного давления приводит к изменению физико-механических свойств пород. Повышается склонность к пучению, возрастает их пластичность, ползучесть и текучесть. Эти процессы, а также процессы разрушения пород протекают во времени неодинаково. Поэтому изучение горных процессов без учета фактора времени и его влияния на надежность производственных схем невозможно.

Для решения этих вопросов были привлечены отдельные разделы из теории вероятности и математической статистики, использованы работы по определению длительной прочности горных пород, а также шахтные исследования зависимости опускания кровли от давления на крепь в условиях Донецкого бассейна.

Под *надежностью крепи* очистного пространства понимается вероятность выполнения всеми ее элементами своих функций в конкретных условиях в течение заданного периода времени. Крепь не выполняет свои функции, если она перестает нести нагрузку, и величина ее реакции резко снижается. Это может произойти при разрушении либо элементов самой крепи, либо почвы или кровли на контакте с крепью. Поэтому при решении задач надежности крепи необходимо рассматривать работу всей системы: кровля — крепь — почва. Разрушение пород кровли на контактах, происходящее при напряжениях реакции крепи, превышающих предел прочности пород, является самым неблагоприятным для очистного забоя вследствие попадания породы на очистные машины и механизмы и увеличения объема ремонтно-подготовительных работ. Это снижает общую надежность очистной выемки, приводит к преждевременному износу забойной техники и повышает опасность работ. Поэтому в дальнейшем преимущественно рассматривается этот случай.

Количественное определение надежности в данном случае лучше всего производить упрощенным способом [Маликов и др., 1960], исходя из наиболее вероятного относительного числа стоек, выполняющих свои функции, т. е. отношения числа работающих стоек к общему числу первоначально установленных.

Точное определение количественных показателей надежности осложнено необходимостью учета большого числа факторов: механической характеристики крепи, кровли и почвы в местах контакта с крепью; степени распора крепи, зависящей от точности ее изготовления и квалификации крепильщиков; точно установленной закономерности изменения давления на каждую из стоек во времени и т. д. Такой сложный расчет при настоящем уровне знаний невозможен. Однако его с успехом можно заменить приближенным расчетом с привлечением аппарата теории вероятности, применяемой в математической статистике. Это оправдано необходимостью решения вопроса — не какая стойка, а сколько их выйдет из строя, и какова вероятность того, что они окажутся рядом, т. е. какова вероятность завала лавы.

При этом необходимо учитывать следующие два важных момента.

1. В условиях длительной нагрузки горные породы проявляют свойства «усталости», т. е. разрушаются при нагрузке, значительно меньшей кратковременной. Другими словами, время разрушения образца породы, подверженного постоянной нагрузке, зависит от величины напряжения в нем. При испытаниях на одноосное сжатие (и растяжение) эту зависимость некоторые исследователи [Griggs, 1936; Журков, Нарзуллаев, 1953] установили в виде функции

$$\tau = A \exp(-\alpha\Phi), \tag{1}$$

где τ — время существования (разрушения) образца, *мин* (*сек*);

A — коэффициент, условно показывающий время существования образца при отсутствии внешней нагрузки, *мин* (*сек*);

α — коэффициент, характеризующий скорость разрушения внутренних связей под действием нагрузки (или скорость потери прочности), $см^2/кГ$;

Φ — напряжение сжатия при постоянной нагрузке на образец породы, $кГ/см^2$.

2. Образцы пород одинакового литологического состава даже при неизменных условиях эксперимента не имеют одинакового показателя прочности [Барон, 1948; Давидянц, 1951; Журков, Нарзуллаев, 1953]. Эти показатели колеблются вокруг определенной средней величины, подчиняясь, как правило, нормальному закону.

В общем виде плотность распределения случайной величины при нормальном законе, как известно, выражается формулой

$$\varphi(F) = \frac{1}{\sigma_F \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(F - F_{ср})^2}{2\sigma_F^2}\right\}, \tag{2}$$

где F — случайная переменная; здесь величина кратковременной прочности образца;

$F_{ср}$ и σ_F — соответственно, среднее значение и среднеквадратичное отклонение величины F.

Поскольку образцы имеют неодинаковую кратковременную прочность, их поведение при длительной нагрузке также будет различно. При этом образцы с бóльшей кратковременной прочностью имеют и бóльшую длительную прочность, т. е. характеристики длительной прочности

для различных образцов различны. Как показывают расчеты, это условие достаточно точно можно учесть вводом поправочного коэффициента в показатель экспоненты в формуле (1), в результате чего получим новое уравнение

$$\tau = A \exp\left(-\alpha \frac{F_{ср}}{F} \Phi\right). \qquad (3)$$

Для предварительного получения приближенных значений коэффициентов A и α в выражении (1) для различных горных пород обработаны данные для условий Донбасса, приведенные Г. А. Крупенниковым [1948]. Как показывают расчеты, величина A для различных пород принимает значение от 10^{36} до 10^{50} *мин*, а величина α — от 0,05 до 0,40 *см*^{2}/*кГ*.

При решении вопроса о надежности крепи возникают две принципиально различные задачи: при постоянном и изменяющемся во времени давлении на крепь.

Задача первого типа сводится к определению относительного числа стоек, которые перестают выполнять свои функции под действием постоянной длительной нагрузки по истечении времени τ_n, и относится к крепям постоянного сопротивления.

Предварительно рассмотрим случай, когда все стойки находятся под одинаковой нагрузкой, не изменяющейся во времени. Время работы породы на контакте можно уподобить работе образца породы при одноосном сжатии при испытании на длительную прочность, а величину его определить по формуле (3). Очевидно, те участки кровли, для которых время действия нагрузки больше времени их существования, т. е. $\tau_n \geqslant \tau$, будут разрушены. Чтобы определить число участков кровли на контактах с крепью, подлежащих разрушению по истечении времени τ_n, необходимо вычислить максимальную величину кратковременной прочности породы F_n этих участков. Величину F_n можно определить из уравнения (3), приравнивая $\tau_n = \tau$ и $F_n = F$,

$$\tau_n = A \exp\left(-\alpha \frac{F_{ср}}{F_n} \Phi\right),$$

$$\ln \frac{A}{\tau_n} = \alpha \frac{F_{ср}}{F_n} \Phi,$$

$$F_n \leqslant F_{ср} \Phi \frac{1}{\ln A - \ln \tau_n}. \qquad (4)$$

Относительное число разрушенных участков кровли (число вышедших из строя стоек) можно определить как функцию переменной величины F

$$q_{\tau_n} = \int_{-\infty}^{F_n} \varphi(F)\, dF. \qquad (5)$$

Выражение (5) справедливо лишь при одинаковом давлении на все стойки. Однако по величине создаваемой реакции стойки гидрокрепи по разным причинам неравноценны, и величина удельного давления на контактах кровля — крепь будет колебаться относительно среднего значения, подчиняясь главным образом нормальному закону распределения. Поэтому уравнение (3) необходимо решать относительно сочетания двух случайных переменных нормально распределенных величин F и Φ. В результате получим

$$V_n = \frac{\Phi}{F} \geqslant \alpha F_{ср} \ln \frac{A}{\tau_n}, \qquad (6)$$

где V_n — минимальная степень нагрузки разрушаемых участков породы.

Таким образом, для всех случаев, когда величина V_n удовлетворяет условию (6), участки кровли будут разрушены. Отсюда относительное число вышедших из строя стоек

$$q_{\tau_n} = \int_{V_n}^{\infty} \varphi(V)\, dV = 1 - \int_{-\infty}^{V_n} \varphi(V)\, dV. \qquad (7)$$

Плотность распределения частного от двух нормально распределенных переменных величин для случая, когда математическое ожидание знаменателя намного больше его стандарта или среднеквадратичного отклонения, т. е. при знаменателе практически положительном, Кендэл [Kendall, 1948] определяет

$$\varphi(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{F_{\text{ср}}\sigma_\Phi^2 + \Phi_{\text{ср}}\sigma_F^2 V}{\left(\sigma_\Phi^2 + \sigma_F^2 V^2\right)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(\Phi_{\text{ср}} - F_{\text{ср}}V)^2}{\sigma_\Phi^2 + \sigma_F^2 V^2}\right\}, \qquad (8)$$

где $\Phi_{\text{ср}}$ и σ_Φ — соответственно, среднее значение и среднеквадратичное отклонение величины Ф.

В соответствии с уравнением (8) построим интегральную кривую, принимая значения V через определенные интервалы от середины кривой, абсцисса которой примерно равна $V_{\text{ср}} \approx \frac{\Phi_{\text{ср}}}{F_{\text{ср}}}$. Построив кривую распределения частного и вычислив площадь S_n (отсекаемую ординатой V_n), можно достаточно точно определить относительное число стоек, вышедших из строя,

$$q_{\tau_n} = \frac{S_n}{S_{\text{инт}}}, \qquad (9)$$

где $S_{\text{инт}}$ — полная подынтегральная площадь.

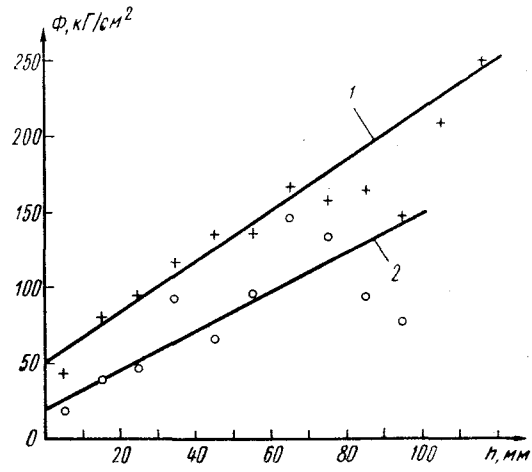


Рис. 1. Зависимость напряжения сжатия на контакте кровля — крепь от опускания кровли h для крепи:

1 — металлической; *2* — деревянной.

Задача второго типа намного сложнее из-за того, что давление в этом случае изменяется во времени. Задача относится к крепям нарастающего сопротивления.

Обработка результатов одновременного замера оседаний кровли и давления на крепь, проведенного ДонУГИ в лавах участков 1 и 2 шахты № 27 треста Снежнянантрацит в 1948 г., показала рост среднего значения нагрузки на крепь с опусканием кровли как при деревянной крепи, так и металлической (рис. 1). При довольно сильной корреляционной связи эта зависимость практически прямолинейна, а нагрузка на крепь представляет собой переменную величину, распределение которой близко к нормальному и тем ближе, чем больше абсолютное значение ее средней величины.

Многочисленные исследования [Кузнецов, 1953; Давидянц, Козелов, 1960; Садыков, 1961] показывают, что опускание кровли происходит скачкообразно. Существуют макроскачки, связанные с процессами посад-

ки и выемки полосы угля, и микроскачки, почти равномерно распределенные во времени (рис. 2).

В первом приближении все скачки можно сгладить и представить зависимость опускания кровли от времени как прямолинейную. Тогда расчетная нагрузка на крепь будет величиной, возрастающей пропорционально времени.

Решение задачи второго типа следующее. Если образец подвергнуть сжатию нагрузкой определенной величины на период, меньший времени его существования при данной нагрузке, то образец потеряет некоторую часть своей прочности, равную отношению времени приложения нагрузки к общему времени существования образца при данной нагрузке. Если затем изменять напряжение сжатия и при каждом фиксированном положении выдерживать определенные промежутки времени до тех пор, пока образец не разрушится, то сумма всех частей потерь прочности должна составить единицу.

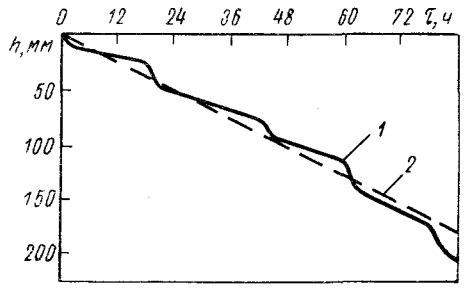


Рис. 2. Опускание кровли во времени при гидрокрепи для пород класса III.

1 — естественная кривая; *2* — спрямляющая.

Пусть в промежутки времени τ_1, τ_2, ..., τ_n образец подвергался сжатию при напряжениях, соответственно, Φ_1, Φ_2, ..., Φ_n и в результате разрушился. Тогда, в силу приведенных выше рассуждений, справедливо равенство

$$\frac{\tau_1}{A\exp\left(-\alpha\frac{F_{cp}}{F_n}\Phi_1\right)}+\frac{\tau_2}{A\exp\left(-\alpha\frac{F_{cp}}{F_n}\Phi_2\right)}+$$

$$+\ \ldots\ +\frac{\tau_n}{A\exp\left(-\alpha\frac{F_{cp}}{F_n}\Phi_n\right)}=1. \qquad (10)$$

Если взять промежутки времени равными и очень малыми, т. е. $\tau_1=\tau_2=\ldots=\tau_n=\Delta\tau$, а напряжение изменять в зависимости от времени, т. е. $\Phi=\varphi(\tau)$, то, суммируя левую часть равенства (10), заменяя $\Phi=\varphi(\tau)$ и переходя в пределе к интегралу, получим

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta\tau}{A\exp\left(-\alpha\frac{F_{cp}}{F_n}\Phi_i\right)}=1,\\&\int_0^{\tau_n}\frac{d\tau}{A\exp\left[-\alpha\frac{F_{cp}}{F_n}\varphi(\tau)\right]}=1,\\&A=\int_0^{\tau_n}\exp\left[\alpha\frac{F_{cp}}{F_n}\varphi(\tau)\right]d\tau.\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Подставив значение $\varphi(\tau)$ и найдя определенный интеграл, можно решить уравнение (11) относительно τ_n.

При прямолинейном изменении нагрузки, характеризующемся уравнением в общем виде

$$\varphi(\tau) = a + b\tau,$$

значение τ_n, т. е. длительность существования участка кровли (образца), можно рассчитать по формуле

$$\int_0^{\tau_n} \exp\left[\alpha \frac{F_{\text{ср}}}{F_n}(a + b\tau)\, d\tau = \right.$$

$$= \frac{F_n}{\alpha b F_{\text{ср}}}\left\{\exp\left[\alpha \frac{F_{\text{ср}}}{F_n}(a + b\tau_n) - \exp\left(\alpha \frac{F_{\text{ср}}}{F_n} a\right)\right]\right\} = A,$$

$$\tau_n = \frac{F_n}{\alpha b F_{\text{ср}}} \ln\left[\frac{\alpha A b F_{\text{ср}}}{F_n \exp\left(\alpha \frac{F_{\text{ср}}}{F_n} a\right)} + 1\right]. \qquad (12)$$

Как следует из анализа уравнений (12), при постоянной скорости нагружения длительность существования образца зависит как от параметров, характеризующих прочностные свойства самого образца, так и от скорости нагружения, ибо константа b в уравнении $\varphi(\tau) = a + b\tau$ представляет собой скорость изменения нагрузки, а постоянная a характеризует наличие предварительного распора.

Определение величины F_n из уравнения (12) алгебраически чрезвычайно громоздко. Проще построить график зависимости F_n от τ_n при определенных значениях всех входящих в выражение (12) величин, задаваясь различными значениями F от минимума до максимума.

Если все образцы находятся под одинаковой нагрузкой, то по истечении времени τ_n будут разрушены те из них, для которых $F \leqslant F_n$. Построив график зависимости F_n от τ_n, найдем каждое F_n, соответствующее значению τ_n.

Относительное число разрушенных образцов можно определить как интегральную функцию

$$q_{\tau_n} = \int_{-\infty}^{F_n} \varphi(F)\, dF. \qquad (13)$$

Определение числа стоек, не выполняющих свою функцию при заданных условиях, аналогично определению числа образцов породы, которые разрушатся на момент τ_n.

Как показывают эксперименты, нагрузка на каждую из стоек при возрастании среднего ее значения — величина переменная, имеющая свое близкое к нормальному распределение. Тем не менее, как показано ниже, ошибка при использовании среднего значения нагрузки в расчетах по надежности сравнительно небольшая (1—5%). Поэтому в первом приближении при количественной оценке надежности в задаче второго типа можно пользоваться формулами (12) и (13).

Приведем примеры решения задач на количественную оценку надежности крепи, при влиянии факторов времени и удельного давления на контакте кровля — крепь.

Пример 1. Определить относительное число стоек, вышедших из строя к концу постоянного сжатия, в зависимости от их распора и построить кривую вероятности выхода стоек из строя в зависимости от величины удельного давления Ф через 10, 100 и 200 *ч* без учета отклонений нагрузки на крепь. Установить зависимость надежности крепи от времени

при $\Phi_{ср} = 400$ *кГ/см*^{2} с нормальным распределением и $\sigma_\Phi = 100$ *кГ/см*^{2} с учетом и без учета отклонений Φ от $\Phi_{ср}$ для следующих условий.

Лава закреплена гидравлическими стойками, которым предварительно дан все время поддерживающийся распор. Средняя прочность пород кровли (глинистого сланца) на сжатие $F_{ср} = 450$ *кГ/см*^{2}, а среднеквадратичное отклонение $\sigma_F = 150$ *кГ/см*^{2}, $A = 5 \cdot 10^{42}$ *мин*, $\alpha = 0{,}22$ *см*^{2}*/кГ*.

Решение. Число стоек, вышедших из строя, в зависимости от времени и напряжения сжатия на контактах кровля — крепь, установим по урав-

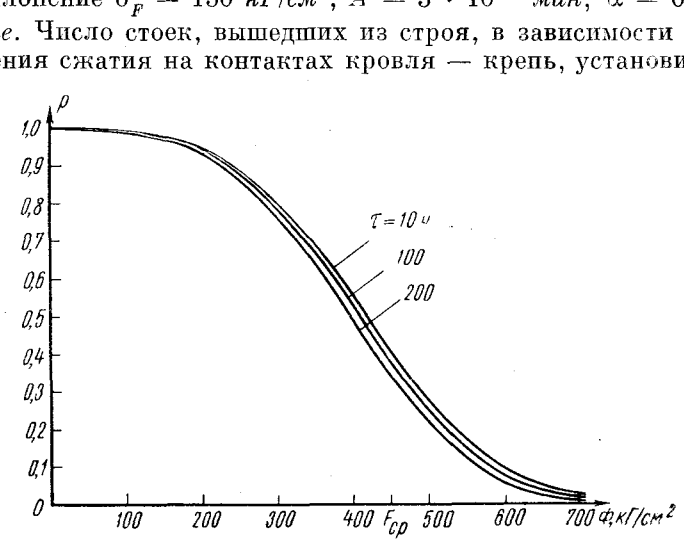


Рис. 3. Надежность крепи p через 10, 100 и 200 *ч* в зависимости от напряжения сжатия на контакте кровля — крепь.

нениям (2), (9) и (10). В результате получим выражение определенного интеграла

$$q_{\tau_n} = \frac{1}{\sigma_F \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{F_n} \exp\left\{-\frac{(F - F_{ср})^2}{2\sigma_F^2}\right\} dF, \qquad (14$$

где $F_n = \dfrac{\alpha F_{ср} \Phi}{\ln A - \ln \tau_n}$.

Для перехода к табличному интегралу необходимо установить вид и новые пределы интегрирования. Заменим переменную

$$\frac{(F - F_{ср})^2}{\sigma_F^2} = t^2, \quad dt = \frac{dF}{\sigma_F}.$$

Пределы интегрирования

при $F = -\infty$, $t = -\infty$

при $F = F_n$, $t_n = \dfrac{F_n - F_{ср}}{\sigma_F}$.

Определив величину t_n [Ван дер Варден, 1960], находим значение интеграла q_{τ_n}, представляющего собой ненадежность крепи. Надежность крепи p_{τ_n} определится из условия $p_{\tau_n} + q_{\tau_n} = 1$, откуда $p_{\tau_n} = 1 - q_{\tau_n}$. Зависимость надежности крепи для данных условий (по истечении 10, 100 и 200 *ч*) от предварительного распора стоек показана на рис. 3.

Требуемая во второй части задачи зависимость надежности крепи от времени может быть найдена: а) с учетом отклонений Φ от $\Phi_{ср}$ — по

формулам (7) и (6); б) без учета отклонений значений Ф от ее средней величины $\Phi_{ср}$ — по формулам (2), (4) и (5), т. е. как в первой части задачи.

Зависимость надежности крепи от времени при постоянной нагрузке с учетом отклонений ее от среднего значения определяем следующим образом: 1) строим график плотности распределения частного по выражению

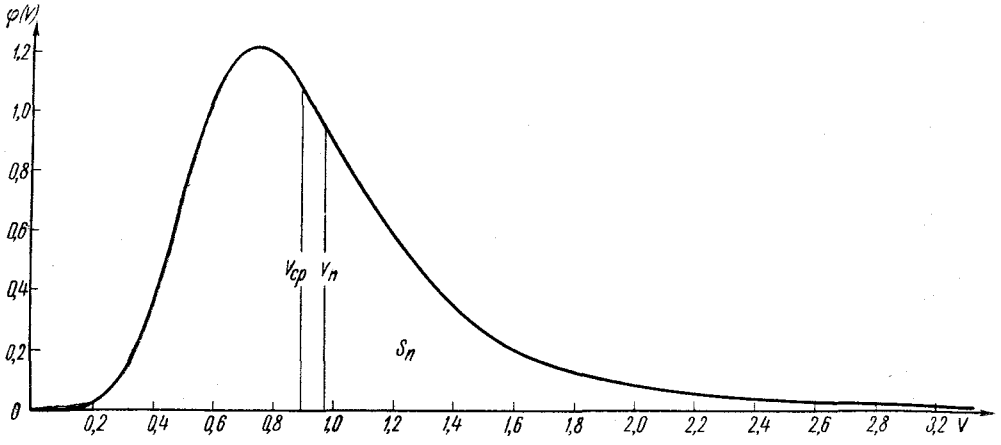


Рис. 4. Кривая плотности распределения частного нормально распределенных величин $V = \frac{\Phi}{F}$ (к примеру 1).

(8) (рис. 4); 2) определяем пределы интегрирования для различных значений по формуле (6); 3) на графике откладываем значения абсцисс V_n, соответствующих значениям τ_n; 4) находим подынтегральную площадь

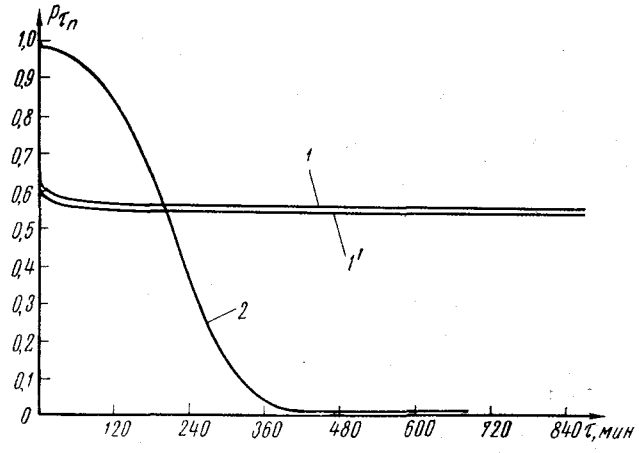


Рис. 5. Зависимость надежности крепи от времени:

1 и *1'* — при постоянном давлении на крепь соответственно без учета и с учетом отклонений нагрузки от среднего значения; *2* — при возрастающем давлении на крепь.

и площадь слева от V_n для каждого значения τ_n; 5) находим значения p_{τ_n} для каждого τ_n как частное от деления площади слева соответствующей ординаты V_n на величину всей подынтегральной площади; 6) по найденным значениям p_n для каждого значения τ_n строим график зависимости надежности крепи от времени (рис. 5, кривые *1* и *1'*).

Пример 2. Условия те же, что и в примере 1, но нагрузка равномерная на все стойки после начального распора с удельным давлением a изменяется на 0,22 *кГ/см*^{2} на 1 *мм* опускания кровли. Скорость ее опускания 7 *мм/ч*. Вычислить надежность крепи в зависимости от времени ее работы.

Решение. При равномерной нагрузке на все стойки давление будет изменяться везде одинаково по формуле

$$\Phi = a + b\tau,$$

где, для нашего случая $a = 100$ *кГ/см*^{2},

$$b = 7 \cdot 0{,}22 \frac{1}{60} = 0{,}0257 \text{ кГ/см}^2\text{мин}.$$

При этом получим

$$\Phi = 100 + 0{,}0257\,\tau.$$

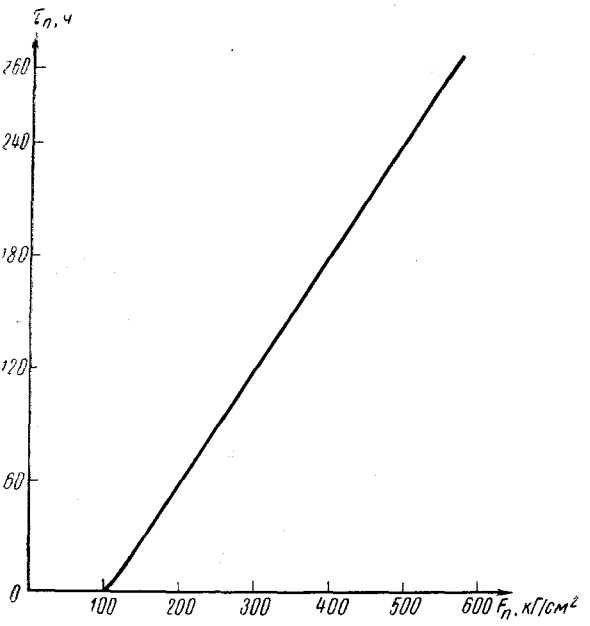


Рис. 6. Зависимость максимального значения кратковременной прочности (при которой порода кровли на контакте с крепью начинает разрушаться) от времени при возрастающей нагрузке (к примеру 2).

Число стоек, вышедших из строя, рассчитывается по формуле (13). Для этого величина верхнего предела интегрирования F_n определяется графически (рис. 6) по данным уравнения (12). В этой задаче зависимость F_n от τ_n можно заменить прямой

$$F_n = a_F + b_F\tau_n,$$

где

$$a_F = a, \quad b_F = 0{,}0279 > b = 0{,}0257.$$

Как видно из уравнения, скорость нарастания значения максимальной кратковременной прочности разрушаемых участков породы больше скорости нарастания удельного давления на контактах $b_F > b$.

Определив верхний предел интегрирования F_n для соответствующих значений τ_n, находим, как и в первой задаче, по выражению (14) значения q_{τ_n} (см. кривую *2*, рис. 5).

Приведенные примеры составлены и решены для случая, когда прочность почвы и крепи значительно выше прочности кровли. Задача принципиально не изменится, если рассматривать наиболее слабым звеном почву или крепь. Однако возможны варианты, когда породы почвы и кровли, а иногда и крепь, одинаково прочны.

Для расчетов использована формула (1), выведенная для одноосного сжатия. Хотя в реальных условиях контакты кровля — крепь находятся не в идеальном одноосном, а в неравномерном объемном сжатии, общий вид зависимости сохраняется [Griggs, 1936]. Кроме того, заметное увеличение прочности образца начинается при объемном давлении, превышающем 1000—2000 *кГ/см*^{2}. Поэтому приведенные ниже выводы и расчеты

приемлемы для обычных глубин без заметных искажений. Для более глубоких горизонтов (600—1000 *м* и более), вероятно, необходимо учитывать явления упрочения и изменения пластических свойств горных пород.

Выводы

1. Фактор времени играет существенную роль в надежности крепи, особенно при возрастающем давлении на контактах кровля — крепь.

2. На надежность гидравлической крепи постоянного сопротивления основное влияние оказывает величина распора. Фактор времени заметно влияет в первые полчаса.

3. В расчетах по количественной оценке надежности крепи следует учитывать отклонение нагрузки на крепь от среднего ее значения. Невнимание к этому фактору ведет к завышению истинной величины надежности на 1—5%.

4. Ненадежность крепи в необходимых интервалах времени, 3—60 *ч*, т. е. в пределах времени работы крепи до обновления, можно считать без большой погрешности и при постоянной и при возрастающей нагрузке, прямо пропорциональной времени работы крепи.

5. При нормальном распределении возрастающей нагрузки в задаче второго типа (пример 2) надежность можно вычислять для среднего значения нагрузки. Погрешность расчетов при этом может быть от 1 до 5%, и чем больше дисперсия нагрузки, тем выше уровень ошибки.

ЛИТЕРАТУРА

Барон Л. И. О показателях прочности горных пород. Изд. АН СССР, ОТН, № 11, 1948.

Ван дер Варден Б. Л. Математическая статистика. ИЛ, 1960.

Давидянц В. Т. Исследование механических свойств горных пород Донецкого бассейна. Углетехиздат, 1951.

Журков С. И. и Нарзуллаев Б. Н. Временная зависимость прочности твердых тел. ЖТФ, т. XXIII, вып. 10, 1953.

Давидянц В. Т., Козелов Г. Л. Исследования проявлений горного давления в очистных забоях при новых видах крепей. Госгортехиздат, 1960.

Крупенников Г. А. Влияние времени на деформации и на разрушение связных горных пород. Тр. совещ. по управлению горным давлением. Углетехиздат, 1948.

Кузнецов Г. Н. Взаимодействие боковых пород и крепи в очистных выработках пологопадающих пластов каменного угля. Сб. ВНИМИ, т. XXVII, 1953.

Маликов И. М. и др. Основы теории и расчета надежности. Судпромгиз, 1960.

Садыков Н. М. Исследование резких осадок кровли в очистных выработках пологих пластов Донбасса. Сб. ВНИМИ, т. XL, 1961.

Griggs D. Y. Geology, v. XLIV, № 5, 1936, p. 541.

Kendall M. G. Advanced Theory of Statistics, v. I, London, 1948.