Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LVI, вып. 1, 1968 г.

УДК 519.241.601.177

УПРОЩЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

О. Н. Тихонов, Е. А. Троицкий

В горной, обогатительной и металлургической отраслях промышленности измерению параметров случайных процессов уделяется все больше и больше внимания.

По принципу построения аппаратуру корреляционного анализа можно разбить на три группы.

К первой относятся корреляторы, основанные на непосредственном расчете ординат корреляционных функций R согласно формуле

$$R(\tau) \cong \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, x(t+\tau)\, dt,$$

где t, τ — время; T — промежуток интегрирования; $x(t)$ — измеряемый процесс.

Корреляторы следующей группы применяются только для случайных процессов с нормальным (гауссовским) законом распределения, так как их принцип построения основан на определении вероятности $W(\tau)$ совпадения знаков у исследуемых функций $x(t)$. Вероятность совпадения знаков связана с корреляционной функцией соотношением:

$$W(\tau) = \frac{2}{4}\left[1 + \frac{1}{\pi}\arcsin R(\tau)\right].$$

Такие корреляторы относительно просты и надежны, но область их применения ограничена.

Принцип построения корреляторов третьей группы основан на определении коэффициентов разложения корреляционной функции $R(\tau)$ в ряд по ортогональной системе функций $\varphi_n(\tau)$ согласно формуле:

$$R(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_n(\tau),$$

где $C_n = \int_0^{\infty} R(\tau)\, \varphi_n(\tau)\, d\tau$.

Ввиду сложности этот принцип практически не используют.

Применение рассмотренных способов к оперативному измерению параметров случайных сигналов встречает серьезные трудности: весьма сложна аппаратура; измерение реализации куска случайного сигнала и последующая обработка требуют много времени, поэтому информация о параметрах сигнала поступает с большой задержкой. Кроме того, большинство случайных процессов практически не в точности стационарные, а скорее квазистационарные: параметры их медленно изменяются во времени, и поэтому измерение с задержкой недопустимо. В связи с перечисленным целесообразно применение

более простых и быстрых способов измерения. Например, ограничиваются измерением только математического ожидания и дисперсии сигнала, которые для квазистационарного процесса изменяются с течением времени.

Часто природа корреляционной функции сигнала известна заранее: так, можно установить, к какой из корреляционных функций $R(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|}$, $R(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha^2\tau^2}$, $R(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha|\tau|}\cos\omega\tau$ и т. д. относится измеряемый случайный процесс. В этих случаях не нужно измерять функцию, а достаточно определить только несколько параметров: σ_x^2, α, ω и т. д.

Вообще, если корреляционная функция сигнала имеет известную природу, т. е. известна зависимость ее от параметров a_i, то достаточно измерить только эти параметры

$$R(\tau) = R(\tau, a_0, a_1, \ldots, a_n). \tag{1}$$

Для квазистационарного процесса параметры a_i изменяются во времени. Оперативное измерение их равносильно измерению «текущей» корреляционной функции или измерению текущих параметров случайного процесса.

Корреляционная функция производной сигнала $x'(t)$ равна с обратным знаком второй производной корреляционной функции самого сигнала $x(t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &\to R(\tau), \\ x'(t) &\to -R^{II}(\tau), \\ x''(t) &\to R^{IV}(\tau). \end{aligned} \tag{2}$$

Начальная ордината корреляционной функции равна дисперсии сигнала

$$\begin{aligned} D_0 &= \overline{x^2(t)} = R(0), \\ D_1 &= \overline{[x'(t)]^2} = -R^{II}(0), \\ D_2 &= \overline{[x''(t)]^2} = R^{IV}(0) \text{ и т. д.} \end{aligned} \tag{3}$$

где D_0, D_1, D_2, . . — суть дисперсии сигнала $x(t)$ и его производных.

Согласно этим свойствам, а также вследствие четности корреляционной функции разложение ее в ряд по степеням τ имеет вид:

$$R(\tau) = R(0) - R^{II}(0)\frac{\tau^2}{2!} + R^{IV}(0)\frac{\tau^4}{4!} - \ldots = \overline{x^2(t)} - \overline{[x'(t)]^2}\frac{\tau^2}{2!} + \overline{[x''(t)]^2}\frac{\tau^4}{4!} - \ldots = D_0 - D_1\frac{\tau^2}{2!} + D_2\frac{\tau^4}{4!} - \ldots \tag{4}$$

Измерение дисперсий D_0, D_1, D_2, . . всегда возможно и соотношение (4) можно использовать во всех практических случаях.

По измеренным текущим значениям дисперсий $D_0, D_1, D_2, \ldots$ можно вычислить текущие значения параметров a_i корреляционной функции. Для этого достаточно разложить в ряд:

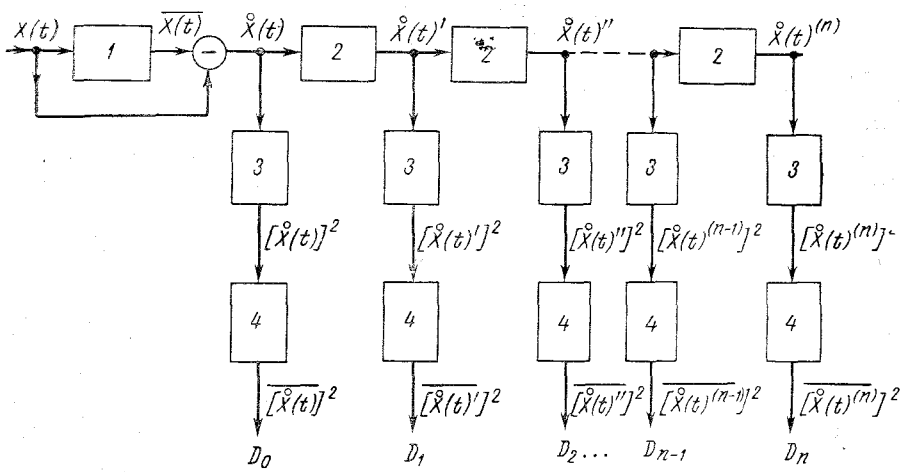
$$R(\tau, a_0, a_1, \ldots, a_n) = K_0(a_0, a_1, \ldots, a_n) + K_1(a_0, a_1, \ldots, a_n)\frac{\tau^2}{2!} + K_3(a_0, a_1, \ldots, a_n)\frac{\tau^4}{4!} + \ldots \tag{5}$$

и приравнять коэффициенты рядов (4) и (5), т. е.;

$$\begin{aligned} K_0(a_0, a_1, \ldots, a_n) &= D_0, \\ K_1(a_0, a_1, \ldots, a_n) &= -D_1, \\ K_2(a_0, a_1, \ldots, a_n) &= D_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ K_n(a_0, a_1, \ldots, a_n) &= D_n. \end{aligned} \tag{6}$$

Числа a_i определяются из системы уравнений (6), которых нужно взять столько, сколько неизвестных параметров a_i. Например, для оценки квазистационарного процесса с «текущей» корреляционной функцией вида $R(\tau) = R(0)e^{-\alpha^2\tau^2}$ нужно знать два ее параметра $a_0 = R(0)$ и $a_2 = \alpha^2$. Разложение (5) имеет вид:

$$R(0)\,e^{-\alpha^2\tau^2} = R(0) - 2\alpha^2 R(0)\frac{\tau^2}{2!} + \ldots,$$



Блок-схема устройства для измерения параметров квазистационарного случайного процесса.

1 — устройство вычисления математического ожидания; *2* — квадратирующее устройство; *3* — интегратор-усреднитель; *4* — дифференцирующее звено.

система (6) принимает вид

$$K_0(a_0, a_1) = R(0) = D_0,$$

$$K_1(a_0, a_1) = -2\alpha^2 R(0) = -D_1.$$

Отсюда

$$a_0 = R(0) = D_0; \quad a_1 = \alpha^2 = \frac{D_1}{2D_0}.$$

Числа $D_0, D_1, D_2, \ldots$ определяют параметры корреляционной функции сигнала.

Оперативное измерение чисел $D_0, D_1, D_2, \ldots$ позволяет количественно оценивать изменение характеристик квазистационарного случайного процесса известной природы во времени, а также различать случайные процессы различной неизвестной природы.

Можно говорить, что эти числа являются параметрами, характеризующими квазистационарный случайный процесс. Поэтому для характеристики случайного процесса можно принять сравнительно простое измерение чисел $D_0, D_1, D_2, \ldots$ (наряду с измерением математического ожидания) взамен полного корреляционного или спектрального анализа.

Измерение дисперсий $D_0, D_1, D_2, \ldots$ можно осуществлять на блок-схеме (см. рисунок). На вход прибора подается исследуемый случайный

процесс. После вычисления математического ожидания процесс центрируется по формуле:

$$\overset{0}{x}(t) = x(t) - \overline{x(t)}.$$

Центрированное значение случайного процесса поступает на дифференцирующие звенья, с выхода которых значения $\overset{0}{x}(t)$, $\overset{0}{x}'(t)$, $\overset{0}{x}''(t)$, $\overset{0}{x}'''(t)$ и т. д. поступают на квадратирующее устройство и интегратор-усреднитель для вычисления D_0, D_1, D_2, D_3 и т. д. Обычно требуется не больше четырех параметров и в приборе можно ограничиться вычислением только D_0, D_1, D_2, D_3. Время усреднения блока *3* определяется низкочастотной границей исследуемого процесса. При разбивке частотного диапазона на поддиапазоны время усреднения можно устанавливать для каждого поддиапазона в отдельности. Скорость вычисления параметров случайного процесса предложенным путем равна скорости расчета корреляционной функции на параллельном корреляторе. Аппаратура, однако, значительно проще, чем при последовательном расчете, не говоря уже о параллельном.