Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LVI, вып. 1, 1968 г.

УДК 681.083

ФАЗОЧУВСТВИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ВЛАЖНОСТИ ПРОДУКТОВ ОБОГАЩЕНИЯ

Е. С. Кричевский

Эффективность переработки многочисленных видов горно-химического и горно-металлургического сырья (уголь, апатит, нефелин, фосфорит, сера, медные, железные, никелевые руды и т. п.) существенно снижается при отсутствии надежной и достоверной информации о влагосодержании. Получение такой информации сопряжено с известными трудностями [Берлинер, 1965; Лапшин, 1960], и до настоящего времени серийного производства влагометрических систем отечественная промышленность не осуществляет.

Рассмотрим возможность построения влагометрической системы по принципу фазового разделения контролируемых и неконтролируемых параметров.

В большинстве влагометрических систем, работающих в радиочастотном диапазоне, влагосодержание контролируется зависимостью сопротивления, емкости или тангенса угла диэлектрических потерь от влажности контролируемого продукта. Практически же на электрофизические характеристики материала (ρ, ε, $\operatorname{tg}\delta$) влияет не только влагосодержание.

Если материал помещен в датчик, электроды которого непосредственно контактируют с материалом или отделены от него изолирующими прокладками, то при постоянстве частоты питающего источника изменение полного сопротивления контролируемого материала можно выразить:

$$dZ = \frac{\partial Z}{\partial W} dW + \frac{\partial Z}{\partial T} dT + \frac{\partial Z}{\partial \Gamma} d\Gamma + \frac{\partial Z}{\partial X} dX + \ldots, \qquad (1)$$

где Z — полное сопротивление материала; W — влажность материала; T — температура материала; Γ — гранулометрический состав материала; X — химический состав материала.

Как следует из этой формулы, контроль влагосодержания может быть достаточно достоверным, когда влияние на величину dZ всех факторов, кроме влажности, будет исключено или доведено до приемлемого минимума. Создание таких условий для реального материала сопряжено с большими трудностями, чем и объясняется неудовлетворительность работы многих влагометрических систем.

Если считать температуру постоянной (вопрос о термокомпенсации имеет самостоятельное решение) и вести измерения с помощью датчиков, позволяющих индентифицировать гранулометрический состав материала (датчики с грузовым, вибрационным или шнековым уплотнением), то выражение (1) примет вид:

$$dZ \approx \frac{\partial Z}{\partial W} dW + \frac{\partial Z}{\partial X} dX. \qquad (2)$$

Химический же состав материала в условиях данного месторождения или обогатительной фабрики может изменяться. Это вносит существенные погрешности в работу влагометрических систем, построенных с использо-

ванием одного из указанных выше принципов. Рассмотрим возможность минимизации таких погрешностей на основе фазового разделения сигналов.

Макроскопическая теория позволяет представить диэлектрики в виде некоторых эквивалентных двухполюсников, состоящих из элементов электрической цепи с сосредоточенными параметрами. В рассматриваемом случае мы имеем дело с системой материал — вода, которая, как любая двухкомпонентная система, может быть приближенно отождествлена с Максвелл-Вагнеровской двухслойной моделью диэлектрика, состоящего из компонентов с параметрами ε_1; ρ_1; d_1 и ε_2; ρ_2; d_2. Для первого компонента этой системы — воды — зависимость $\operatorname{tg}\delta\,(\omega)$ представлена кривой *1* на рис. 1. В качестве примеров частотных характеристик материалов на этом же графике приведены кривые для апатитового и железного концентратов.

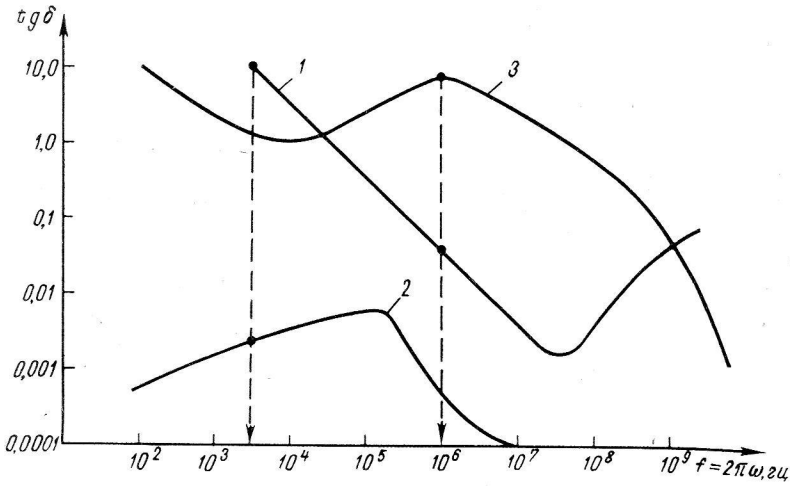


Рис. 1. Характеристики $\operatorname{tg}\delta = F(f)$ для воды *1*, апатитового *2* и железного *3* концентратов

Проводимость слоев диэлектриков для модели Максвелла-Вагнера:

$$Y_1 = \frac{1}{r_1} + j\omega C_1 = \frac{1 + j\omega\tau_1}{r_1}, \tag{3}$$

$$Y_2 = \frac{1}{r_2} + j\omega C_2 = \frac{1 + j\omega\tau_2}{r_2}, \tag{4}$$

где τ_1, τ_2 — постоянные времени слоев; r_1, r_2 — активное сопротивление слоев; C_1, C_2 — емкость слоев.

Таким образом, ток цепи, содержащей электродный датчик, заполненный влажным материалом, можно записать в виде двух составляющих, отображающих токи через воду и материал:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = Ae^{j[\omega t + f(\tau_1)]} + Be^{j[\omega t + f(\tau_2)]}, \tag{5}$$

где $\dot{I}$ — результирующий ток; $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ — составляющие результирующего тока; A, B — коэффициенты.

В соответствии с общей теорией линейного разделения [Харкевич, 1955] для сигналов одинаковой частоты, но различных по фазе возможно фазовое разделение. Однако теория показывает, что сдвинутые по фазе сигналы можно полностью разделить только при фазовом сдвиге, равном $\frac{\pi}{2}$. В рассматриваемой задаче это условие не соблюдается и, следовательно, ее решение методом фазового разделения требует ортогонализации сигналов. Известны математические методы ортогонализации системы произвольно

сдвинутых векторов [Харкевич, 1965] и радиоэлектронные схемы, позволяющие технически выполнить эту операцию [Дубицкий, 1963], но такие схемы приводят к весьма сложным аппаратурным реализациям.

В данном случае ортогонализацию можно произвести исходя из физических свойств рассматриваемых сигналов, что приводит к более рациональным схемным решениям. Действительно, как следует из зависимости tg δ (ω) для воды (рис. 1), в диапазоне частот 10^3—$5 \cdot 10^7$ *гц* величина tg δ меняется в интервале 10—0,002, что соответствует изменению угла диэлектрических потерь примерно от 90 до 0°. Сопоставим эти данные с данными зависимостей tg δ (ω) для материалов. Для железного концентрата на частоте 1 *Мгц* tg δ = 9,4, а для воды на этой частоте, соответственно, 0,05. Угол сдвига составит примерно 81°. Для апатитового концентрата на частоте 5 *кгц* tg δ = = 0,0038, а для воды tg δ ≈ 10, что дает угол сдвига порядка 84°. Таким образом, в диапазоне частот до $5 \cdot 10^7$ *гц* для любой системы материал — вода можно найти такую частоту, при которой составляющие полного тока, относящиеся к воде и материалу, близки к ортогональному расположению.

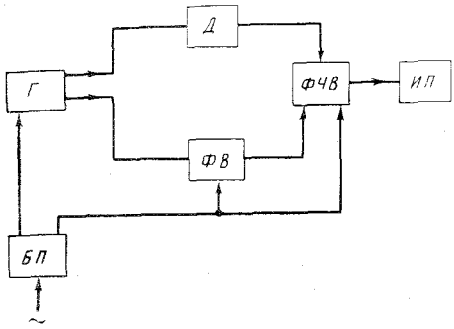


Рис. 2. Принципиальная схема построения фазочувствительных влагометрических систем.

Изложенное позволяет предложить общий принцип построения фазочувствительных влагометрических систем (рис. 2). В этой схеме высокочастотный генератор *Г* питает цепь датчика *Д*, заполненного испытуемым материалом, и напряжение этой цепи подается на фазочувствительный вольтметр. Вторая ветвь схемы содержит фазовращатель *ФВ*, с помощью которого на фазочувствительный вольтметр *ФЧВ* подается опорное напряжение, совпадающее по фазе с той составляющей напряжения первой ветви схемы, которая является функцией влажности контролируемого материала. Измерительный (или регистрирующий) прибор *ИП*, установленный на выходе схемы, фиксирует показания, которые являются функцией влагосодержания; питание узлов системы осуществляется блоком *БП*.

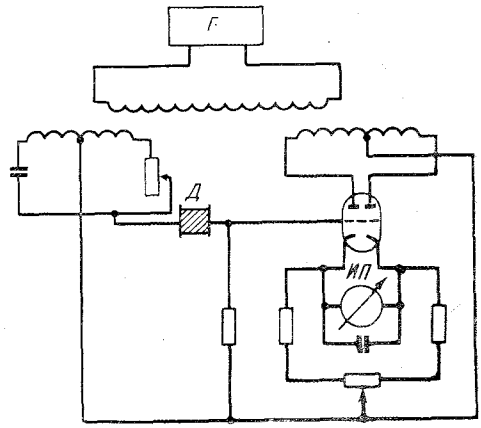


Рис. 3. Принципиальная схема фазочувствительной системы для частот до 10—15 *кгц*.

Такой принцип построения фазочувствительных влагометрических систем может быть реализован в двух вариантах [Кричевский, 1959; 1966]. Первый вариант (рис. 3) рассчитан на ортогонализацию сигналов на частотах, не превышающих 10—15 *кгц*. В качестве опорного использовано напряжение анодной цепи, а напряжение на датчик подается с мостового фазовращателя. Его фаза относительно опорного напряжения может быть любой в интервале примерно 0—π. Преимущества примененного ФЧВ в двухтактном режиме и отрицательной обратной связи по току. Это расширяет линейный диапазон, повышает стабильность прибора вообще и нулевой установки в частности, а также исключает перекалибровку при замене ламп.

Значительно большие возможности дает реализация фазочувствительного принципа по второму варианту (рис. 4). Здесь используется фазочув-

ствительный вольтметр *ФЧВ*, коммутация в котором осуществляется подачей на управляющие сетки одновременно с сигналом, но от специального генератора, плоских отрицательных импульсов *ГПИ* достаточной амплитуды и равной с сигналом частоты. Среднее значение анодного тока зависит от амплитуды сигнала и косинуса угла сдвига между сигналом и плоскими импульсами. Средние I_1 и I_2 токи через половины лампы фазочувствительного вольтметра:

$$I_1 = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} [I_0 + SU_{c_m}\sin(\omega t - \varphi)]\,dt = \frac{I_0}{2} + \frac{S}{\pi}U_{c_m}\cos\varphi,$$

$$I_2 = \frac{1}{T}\int_{T/2}^{T} [I_0 + SU_{c_m}\sin(\omega t - \varphi)]\,dt = \frac{I_0}{2} - \frac{S}{\pi}U_{c_m}\cos\varphi, \qquad (6)$$

где S — крутизна характеристики лампы; U_{c_m} — амплитуда сигнала; I_0 — ток покоя лампы; φ — фазовый угол между сигналом и прямоугольными импульсами (коммутирующим напряжением).

Разность средних токов можно представить в виде:

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2S}{\pi}U_{c_m}\cos\varphi. \qquad (7)$$

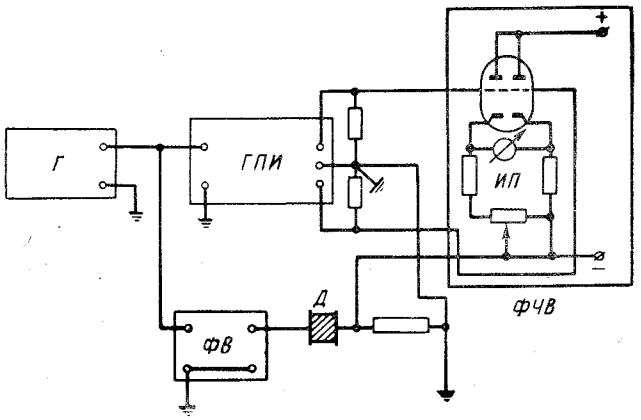


Рис. 4. Блок-схема системы с коммутацией генератором плоских импульсов.

Поскольку в фазочувствительном вольтметре применены катодные повторители, работающие в двухтактном режиме, а для них крутизна характеристики почти не зависит от параметров лампы, а только от катодного сопротивления, то вероятная ошибка от различия крутизны характеристик будет невелика. Однако, если даже допустить, что крутизна характеристик ламп различна и имеет значения S_1 и S_2, то показания прибора

$$I = \frac{S_1 + S_2}{\pi}U_{c_m}\cos\varphi. \qquad (8)$$

Таким образом, крутизна усредняется, а показания прибора по-прежнему пропорциональны амплитуде сигнала и косинусу угла сдвига фаз.

Рассмотрим ошибку, вносимую в работу фазочувствительного вольтметра отсутствием точного хронирования коммутирующих сигналов и покажем ее малость. Пусть, T_1 и T_2 — интервалы времени действия плоских импульсов и $T_1 + T_2 = T$. Если эти интервалы различны, то

$$\omega T_1 = \pi + \delta; \quad \omega T_2 = \pi - \delta,$$

откуда

$$\omega(T_1 - T_2) = 2\delta.$$

Тогда при подаче на вход фазочувствительного вольтметра только плоских импульсов измерительных прибор покажет

$$\frac{I_0(T_1 - T_2)}{T} = I_0\frac{\delta}{\pi}.$$

Если приложен сигнал $U_{c_m}\sin(\omega t-\varphi)$, то

$$I=\frac{1}{T}\int_0^{T_1}[I_0+SU_{c_m}\sin(\omega t-\varphi)]\,dt-\frac{1}{T}\int_{T_1}^{T_2}[I_0+SU_{c_m})\sin(\omega t-\varphi)]\,dt=$$

$$=I_0\frac{\delta}{\pi}+\frac{S}{\pi}U_{c_m}[\cos\varphi-\cos(\omega T_1-\varphi)]$$

и изменение в показаниях прибора выразится в виде:

$$\frac{S}{\pi}U_{c_m}[\cos\varphi-\cos(\omega T_1-\varphi)]=\frac{S}{\pi}U_{c_m}[\cos\varphi-\cos(\varphi-\delta)]. \qquad (9)$$

Сравнив это выражение с выражением (7), найдем ошибку в показании прибора:

$$\frac{S}{\pi}U_{c_m}[\cos\varphi-\cos(\varphi-\delta)];$$

относительную ошибку

$$\frac{\cos\varphi-\cos(\varphi-\delta)}{2\cos\varphi}=\frac{1}{2}\operatorname{tg}\varphi\sin\delta-\sin^2\frac{\delta}{2}. \qquad (10)$$

Поскольку величина δ мала, то относительная ошибка

$$\Delta_x=\frac{\delta}{2}\operatorname{tg}\varphi-\frac{1}{4}\delta^2. \qquad (11)$$

Эта ошибка была бы, естественно, бесконечной при нулевом $\cos\varphi$, так как истинное показание должно быть равно нулю. Однако об ошибке измерительных приборов судят по максимальным показаниям $\frac{2S}{\pi}(U_{c_m})_{\max}$. Тогда относительная ошибка

$$\frac{U_{c_m}}{(U_{c_m})_{\max}}\cdot\frac{\cos\varphi-\cos(\varphi-\delta)}{2}$$

и окончательно

$$\frac{1}{2}[\cos\varphi-\cos(\varphi-\delta)]=\sin\frac{\delta}{2}\sin\left(\varphi-\frac{\delta}{2}\right)\approx\frac{\delta}{2}\sin\left(\varphi-\frac{\delta}{2}\right). \qquad (12)$$

Значения этой ошибки, рассчитанные при различных значениях $\cos\varphi$, U_{c_m}, δ, не превосходят практически 1,5%.

Рассмотрим влияние нелинейности характеристик ламп, предполагая наличие нелинейности по всему рабочему диапазону. Аппроксимируя ток лампы полиномом второй степени $i=I_0+au+bu^2$ и считая, что сигнал переменного тока, подаваемый на сетки, имеет форму $U=U_{m_c}\sin(\omega t-\varphi)$, получим:

$$I_1=\frac{1}{T_0}\int_0^{T/2}[I_0+aU_{m_c}\sin(\omega t-\varphi)+bU_{m_c}^2\sin^2(\omega t-\varphi)]\,dt=$$

$$=\frac{I_0}{2}+\frac{aU_{m_c}}{\pi}\cos\varphi+\frac{bU_{m_c}^2}{4}+\frac{bU_{m_c}}{4\pi}\sin 2\varphi;$$

$$I_2=\frac{1}{T}\int_{T/2}^{T}[I_0+aU_{m_c}\sin(\omega t-\varphi)+bU_{m_c}\sin^2(\omega t-\varphi)]\,dt=$$

$$=\frac{I_0}{2}-\frac{aU_{m_c}}{\pi}\cos\varphi+\frac{bU_{m_c}^2}{4}+bU_{m_c}^2\sin 2\varphi$$

и показания прибора, соответственно,

$$I = \frac{2a}{\pi} U_{m_c} \cos\varphi. \tag{13}$$

Это совпадает с выражением (7) и, следовательно, никакой ошибки для двухтактной схемы не возникает.

Обычно характеристики ламп существенно нелинейны только в нижней части. Если предположить, что нелинейность распространяется до статической рабочей точки, то ее можно подразделить на две части: $i = I_0 + au$ — для области положительных и $i = I_0 + au + bu^2$ — для области отрицательных значений входных сигналов.

Для первой лампы, которая является проводящей в период времени от 0 до $\frac{\pi}{\omega}$, приложенное напряжение $U = U_{m_c} \sin(\omega t - \varphi)$ будет отрицательным в периоде $0 - \frac{\varphi}{\omega}$ и положительным в $\frac{\varphi}{\omega} - \frac{\pi}{\omega}$. Средний ток этой лампы можно выразить в виде:

$$I_1 = \frac{1}{T}\int_{\frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}} [I_0 + aU_{m_c}\sin(\omega t - \varphi)]\,dt + \frac{1}{T}\int_{0}^{\frac{\varphi}{\omega}} [I_0 + aU_{m_c}\sin(\omega t - \varphi) +$$

$$+ bU_{m_c}^2 \sin^2(\omega t - \varphi)]\,dt = \frac{I_0}{2} + \frac{a}{\pi} U_{m_c}\cos\varphi + \frac{bU_{m_c}^2}{4\pi}\varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2}.$$

Для второй лампы, которая является проводящей в период $\frac{\pi}{\omega} - \frac{2\pi}{\omega}$ напряжение $U = U_{m_c}\sin(\omega t - \varphi)$ будет положительным от $\frac{\pi}{\omega}$ до $\frac{\pi}{\omega} + \frac{\varphi}{\omega}$ и отрицательным от $\frac{\pi}{\omega} + \frac{\varphi}{\omega}$ до $\frac{2\pi}{\omega}$.

Средний ток:

$$I_2 = \frac{1}{T}\int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}} [I_0 + aU_{m_c}\sin(\omega t - \varphi) + bU_{m_c}^2\sin^2(\omega t - \varphi)]\,dt +$$

$$+ \frac{1}{T}\int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}+\frac{\varphi}{\omega}} [I_0 + aU_{m_c}\sin(\omega t - \varphi)]\,dt = \frac{I_0}{2} - \frac{aU_{m_c}}{\pi}\cos\varphi +$$

$$+ \frac{bU_{m_c}^2}{4\pi}\left(\pi - \varphi + \frac{\sin 2\varphi}{2}\right).$$

Показания прибора

$$I = I_1 - I_2 = \frac{2aU_{m_c}}{\pi}\cos\varphi\left[1 + \frac{b}{4a\cos\varphi}U_{m_c}\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)\right]. \tag{14}$$

Следовательно, относительная ошибка из-за нелинейности

$$\Delta_н = -\frac{bU_{m_c}}{4a\cos\varphi}\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right). \tag{15}$$

В соответствии с характеристиками современных триодов, работающи со 100%-ной отрицательной обратной связью по току, отношение коэффи циентов $b/a \approx 0{,}008—0{,}01$. Тогда при максимальном $U_{m_1} = 12$ *в* реальны значения $\Delta_н \leqslant 2\%$.

Чтобы установить влияние на работу прибора гармоник напряжени сигнала, выразим напряжение сигнала в форме:

$$u = U_{m_1} \sin(\omega t - \varphi) + U_{m_n} \sin(n\omega t - \varphi_n),$$

где n — номер гармоники.

Пусть коммутирующий плоский импульс имеет идеальную прямоуголь ную форму, а характеристика каскада линейна. Тогда ток первой лампы при n четном числе

$$I_1 = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} [I_0 + SU_{m_1} \sin(\omega t - \varphi) + SU_{m_n} (n\omega t - \varphi_n)]\, dt =$$

$$= \frac{I_0}{2} + \frac{S}{\pi} U_{m_1} \cos\varphi + \frac{S}{\pi} \frac{U_{m_n}}{n} \cos\varphi_n;$$

при n нечетном числе

$$\frac{I_0}{2} + \frac{S}{\pi} U_{m_1} \cos\varphi + \frac{S}{\pi} \cdot \frac{U_{m_n}}{n} \cos\varphi_n.$$

Ток второй лампы при четном n

$$I_2 = \frac{1}{T} \int_{\frac{\pi}{\omega}}^{\frac{2\pi}{\omega}} [I_0 + SU_{m_1} (\omega t - \varphi) + SU_{m_n} \sin(n\omega t - \varphi_n)]\, dt =$$

$$= \frac{I_0}{2} - \frac{S}{\pi} U_{m_1} \cos\varphi,$$

нечетном n

$$\frac{I_0}{2} - \frac{S}{\pi} U_{m_1} \cos\varphi \frac{S}{\pi} \frac{U_{m_n}}{n}.$$

Следовательно, показания прибора при четном числе n:

$$I = \frac{2S}{\pi} U_{m_1} \cos\varphi$$

и при нечетном n

$$I = \frac{2S}{\pi} U_{m_1} \cos\varphi + \frac{2S}{\pi} \frac{U_{m_n}}{n} \cos\varphi_n.$$

Таким образом, четные гармоники вообще не производят никакого эффекта, а нечетные вызывают ошибку, относительное значение которой можно выразить в виде:

$$\Delta_г = \frac{U_{m_n} \cos\varphi_n}{nU_{m_1} \cos\varphi}. \tag{16}$$

Эта ошибка будет максимальной при $\varphi_n = 0$. Если допустить заведомо преувеличенное значение 10%-ного содержания гармоник, то максимальная ошибка составит 3,33% для третьей и соответственно 2% для пятой гармоник и т. д. Следовательно, ошибки, возникающие за счет гармоник в форме волны напряжения, будут ничтожно малы или их вообще не будет.

Существенное влияние на частотный диапазон системы оказывают паразитные емкости на выходе генератора плоских импульсов. Так, если к фазочувствительному вольтметру приложено только напряжение сигналов прямоугольной формы, то средние токи ламп:

$$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2}\left\{1 + 2Crf\left[\ln\frac{U_з}{E-U_з} - \frac{E}{U_з}\ln\frac{E}{E-U_з} + \frac{E}{U_з}\exp\left(-\frac{1}{2Crf}\right)\right]\right\},$$

где $U_з$ — запирающее напряжение лампы; E — амплитуда прямоугольных сигналов.

Если, как обычно, $E = 2U_з$, то

$$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2}\left\{1 + 4Crf\left[\exp\left(-\frac{1}{2Crf}\right) - 0{,}6931\right]\right\}. \qquad (17)$$

Таким образом, увеличение частоты или паразитной емкости не влияет на установку прибора на нуль, но ведет к уменьшению среднего тока каждой лампы. Когда на вход фазочувствительного вольтметра приложен сигнал переменного тока $U = U_{c_m}\sin(\omega t - \varphi)$, показания прибора будут:

$$I = \frac{S}{\pi}U_{c_m}\left[\cos\left(\varphi - 2\pi Crf\ln\frac{E}{E-U_з}\right) + \cos\left(\varphi - 2\pi\, Crf\ln\right)\frac{E}{U_з}\right] \qquad (18)$$

и при $E = 2U_з$

$$I = \frac{2SU_{c_m}}{\pi}\cos(\varphi - 4{,}354\, Crf). \qquad (19)$$

Следовательно, относительную ошибку Δ_C, учитывающую влияние паразитных емкостей, можно выразить как

$$\Delta_C \approx 1 - \frac{\cos(\varphi - 4{,}354\, Crf)}{\cos\varphi}. \qquad (20)$$

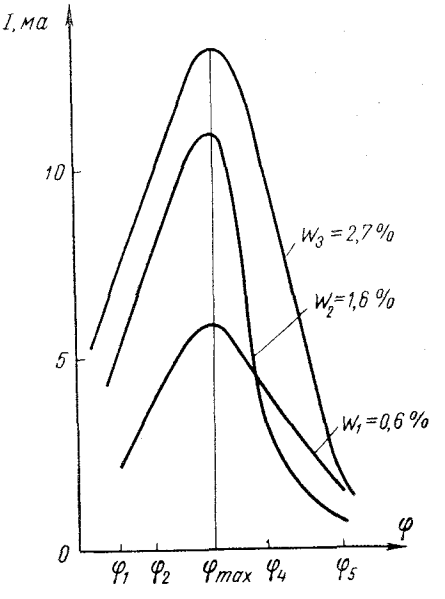


Рис. 5. Зависимость показаний выходного прибора от фазовых настроек (апатитовый концентрат).

Она не связана с амплитудой сигнала, но зависит от произведения Crf. Можно найти такое значение Crf, при котором ошибка не превысит 3% полной шкалы. Так, при $\cos\varphi = 1$ значение $Crf \approx 0{,}0565$, а при $\cos\varphi = 0$, соответственно, 0,006. Включая в схему фазочувствительного вольтметра лампы с низкими значениями междуэлектродных емкостей при высоком качестве монтажа, расчетную емкость можно довести примерно до 10 *пф*. Поскольку r будет порядка 1 *ком*, то разрешающая способность прибора окажется около 6 *Мгц* при $\cos\varphi = 1$ и 0,8 *Мгц* при $\cos\varphi = 0$. Однако, как следует из выражения (18), эти значения можно увеличить повышением E.

Таким образом, предлагаемая схема фазочувствительной влагометрической системы позволяет осуществлять индикацию сигналов со сравнительно малыми ошибками и в весьма широком диапазоне частот. Она была испытана на апатитовом концентрате (рис. 5) и фосфоритовых кеках. Рациональный для разделения частотный диапазон устанавливали вначале сопоставлением частотных характеристик $\mathrm{tg}\,\delta\,(f)$ воды и материала, а затем уточняли в процессе эксперимента. Фазовые соотношения, обеспечивающие необходимую чувствительность к изменениям влажности при достаточно хорошей линейности шкалы, выбираются по данным эксперимента

с материалом при различных фазовых настройках, лежащих в интервале 0 — π. В дальнейшем, после выбора частоты и фазы, работа с этим материалом ведется в условиях фиксированных значений f и φ.

ЛИТЕРАТУРА

Берлинер М. А. Электрические измерения, автоматический контроль и регулирование влажности. Энергия, 1965.

Дубицкий Л. Г. Радиотехнические методы контроля изделий. Машгиз, 1963.

Кричевский Е. С. Влагомер. Авт. свид. 121271. Бюлл. изобр. № 14, 1959.

Кричевский Е. С. Влагометрическая система для сыпучих материалов. Авт. свид. 173531. Бюлл. изобр. № 3, 1966.

Лапшин А. А. Электрические влагомеры. Госэнергоиздат, 1960.

Харкевич А. А. Очерки общей теории связи. Гостехтеоретиздат, 1955.

Хиппель А. Р. Диэлектрики и волны. ИЛ, 1960.