и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LVI, вып. 2, 1969 г.

НАКОПЛЕНИЕ РАДИОАКТИВНОЙ ЭМАНАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГОРНОЙ ВЫРАБОТКЕ

О. Ф. Путиков

Расчет концентрации эманации в горной выработке, пройденной в радиоактивных породах, представляет интерес для горных и радиометрических работ. Пусть, например, имеются две среды — активное пространство A и цилиндрическая горная выработка B диаметром $2a$ (рис. 1). Пространство A характеризуется кажущимся коэффициентом диффузии D_1 и коэффициентом пористости η_1, пространство B — кажущимся коэффициентом диффузии D и коэффициентом пористости η.

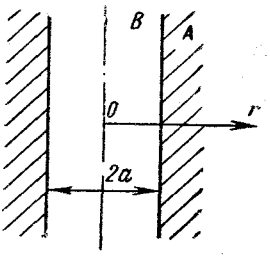


Рис. 1. Разрез через цилиндрическую горную выработку

Распределение концентрации эманации в этих двух средах в различные моменты времени можно найти решением следующей системы дифференциальных уравнений в цилиндрических координатах [Новиков, Капков, 1965]

$$\frac{\partial^2 N_1}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial N_1}{\partial r}-\frac{\lambda}{D_1}N_1-\frac{1}{D_1}\frac{\partial N_1}{\partial t}=-\frac{N_0\lambda}{D_1}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial^2 N}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial N}{\partial r}-\frac{\lambda}{D}N-\frac{1}{D}\frac{\partial N}{\partial t}=0, \qquad (2)$$

где N_1 и N — концентрации эманации в пространстве A и B соответственно; r — расстояние от оси скважины; t — время, прошедшее с начала процесса накопления эманации после деэманирования; λ — постоянная радиоактивного распада эманации; $N_0=\frac{Q}{\lambda\eta_1}$; Q — скорость выделения эманации в поры (количество эманации, выделяющееся за 1 *сек* в единице объема среды).

Рассмотрим несколько встречающихся в практике случаев.

I. Пусть, в течение времени (деэманирования) τ_0 в выработке поддерживается нулевая концентрация. Если за τ_0 принять время проходки выработки, то τ_0 изменяется от минут ($\tau_0\approx 0$) для шпуров до дней и месяцев для скважин, штолен и т. п. ($\tau_0=\infty$). Затем создаются такие условия, при которых выработка и активное пространство обра-

нает приходить в равновесие. Распределение концентрации в этом случае, подчиняясь уравнениям (1) и (2), должно удовлетворять начальным условиям [Путиков, 1963]

$$N_1\Big|_{t=0} = N_0\left[1 - \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}\right] + \frac{2D_1 N_0 e^{-\lambda\tau_0}}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{-D_1\tau_0\alpha^2}}{\lambda + D_1\alpha^2} Q(r, a, \alpha)\,\alpha\,d\alpha \qquad (3)$$

и

$$N\Big|_{t=0} = 0, \qquad (4)$$

где

$$Q(r, a, \alpha) = \frac{J_0(a\alpha)\,Y_0(r\alpha) - J_0(r\alpha)\,Y_0(a\alpha)}{J_0^2(a\alpha) + Y_0^2(a\alpha)};$$

$J_n(x)$, $Y_n(x)$ — функции Бесселя n-го порядка 1-го и 2-го рода, соответственно; $I_n(x)$, $K_n(x)$ — функции Бесселя от чисто мнимого аргумента n-го порядка 1-го и 2-го рода, соответственно;
и обычным граничным условиям

$$N_1\Big|_{r=a} = N\Big|_{r=a}, \qquad (5)$$

$$\eta D\frac{\partial N_1}{\partial r}\Big|_{r=a} = \eta_1 D_1\frac{\partial N}{\partial r}\Big|_{r=a}. \qquad (6)$$

Для решения задачи введем функцию N_1^* соотношением

$$N_1 = N_0\left[1 - \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}\right] + \frac{2D_1 N_0}{\pi}\int_0^\infty \frac{e^{-(\tau_0+t)(D_1\alpha^2+\lambda)}}{\lambda + D_1\alpha^2} Q(r, a, \alpha)\,\alpha\,d\alpha + N_1^*. \qquad (7)$$

Тогда функция N_1^* удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 N_1^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial N_1^*}{\partial r} - \frac{\lambda}{D_1}N_1^* - \frac{1}{D_1}\frac{\partial N_1^*}{\partial t} = 0 \qquad (8)$$

и начальному условию

$$N_1^*\Big|_{t=0} = 0. \qquad (9)$$

Граничные условия имеют вид

$$N\Big|_{r=a} = N_1^*\Big|_{r=a}, \qquad (10)$$

$$\eta D \left.\frac{\partial N}{\partial r}\right|_{r=a} = \eta_1 D_1 N_0 \sqrt{\frac{\lambda}{D_1}} \frac{\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{a}\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)} +$$

$$+ \frac{4 D_1^2 N_0 \eta_1}{\pi^2 a} \int_0^\infty \frac{e^{-(\tau_0+t)(D_1\alpha^2+\lambda)}\, a\, d\alpha}{(\lambda + D_1\alpha^2)\,[J_0^2(a\alpha) + Y_0^2(a\alpha)]} +$$

$$+ \eta_1 D_1 \left.\frac{\partial N_1}{\partial r}\right|_{r=a}. \qquad (11)$$

Переходя к изображениям $\overline{N}$ и $\overline{N_1^*}$ функций N и N_1^* по Лапласу

$$\overline{N} = \int_0^\infty N(r, t)\, e^{-pt}\, dt,$$

$$\overline{N_1^*} = \int_0^\infty N_1^*(r, t)\, e^{-pt}\, dt$$

(p — комплексная переменная) и учитывая начальные условия (4) и (9), граничные условия (10) и (11), а также ограниченность значений концентрации, получаем решение для изображения

$$\overline{N} = \frac{N_0 \eta \sqrt{D_1 \lambda}}{p} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right) K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right) I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right) R(p)} +$$

$$+ \frac{4 D_1^2 \eta N_0}{\pi^2 a} \frac{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right) I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}{R(p)} \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{e^{-\tau_0(D_1\alpha^2+\lambda)}\, a\, d\alpha}{(\lambda + D_1\alpha^2)(p + D_1\alpha^2 + \lambda)\,[J_0^2(a\alpha) + Y_0^2(a\alpha)]}, \qquad (12)$$

где

$$R(p) = \eta_1 \sqrt{D_1(\lambda+p)}\, I_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right) K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right) +$$

$$+ \eta \sqrt{D(\lambda+p)}\, I_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right) K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right).$$

Для случая $\eta_1\sqrt{D_1} \ll \eta\sqrt{D}$, считая, что p велико и заменяя функции Бесселя их асимптотическими формулами, при $r=a$ имеем

$$N \approx N_0 \eta_1 \sqrt{\frac{D_1 \lambda}{D}} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right) p\sqrt{p+\lambda}} +$$

$$+ \frac{4 D_1^2 N_0}{\pi^2 a \sqrt{D}} \int_0^\infty \frac{e^{-\tau_0(D_1\alpha^2+\lambda)}\, a\, d\alpha}{(\lambda + D_1\alpha^2)\sqrt{p+\lambda}\,(p + D_1\alpha^2 + \lambda)\,[J_0^2(a\alpha) + Y_0^2(a\alpha)]}. \qquad (13)$$

центрации N соответственно при неоольших значениях t

$$N \approx N_0 \eta_1 \sqrt{\frac{D_1}{D}} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)} \operatorname{erf}(\sqrt{\lambda t}) -$$

$$- \frac{i\,4\,D_1^2 N_0}{\pi^2 a \sqrt{D D_1}} \int_0^{\infty} \frac{e^{-(\tau_0+t)(D_1\alpha^2+\lambda)} \operatorname{erf}(i\alpha\sqrt{D_1 t})}{(\lambda + D_1\alpha^2)\,[J_0^2(a\alpha) + Y_0^2(a\alpha)]}\, d\alpha, \qquad (14)$$

где $\operatorname{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} e^{-\xi^2} d\xi$ — интеграл вероятности;

$\operatorname{erf}(i\beta) = \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\beta} e^{\xi^2} d\xi$ — интеграл вероятности от чисто мнимого аргумента.

II. В случае длительного деэманирования ($\tau_0 = \infty$) концентрация в активном пространстве при $r \geqslant a$ будет распределена по закону (3) при $\tau_0 = \infty$

$$N_1 = N_0 \left[1 - \frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}\right] = f(r). \qquad (15)$$

Восстановление диффузионного равновесия между горной выработкой и активным пространством теперь подчиняется уравнениям (1) и (2) с начальными условиями для N в выражении (4), для N_1

$$N_1\Big|_{t=0} = f(r). \qquad (16)$$

Граничными условиями задачи являются (5) и (6). Решая задачу при этих условиях, получаем выражения для изображений концентраций

$$\overline{N} = N_0 \frac{\sqrt{\lambda D_1}}{p\sqrt{\lambda+p}} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)} \times$$

$$\times \frac{\eta_1 K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right) I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}{T(p)}, \qquad (17)$$

$$\overline{N_1} = \frac{f(r)}{p} + N_0 \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)} \frac{\sqrt{\lambda D_1}}{p\sqrt{\lambda+p}} \times$$

$$\times \frac{\eta_1 I_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right) K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right)}{T(p)}, \qquad (18)$$

$$T(p)=\eta\sqrt{D}\,K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right)I_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)+$$
$$+\eta_1\sqrt{D_1}\,K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right)I_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right).$$

Обращение формул (17) и (18) дает

$$N=N_0\eta_1\sqrt{D_1}\,\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{\psi_1}-$$
$$-\frac{N_0\eta_1\sqrt{\lambda D_1}}{\pi}\,\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}e^{-\lambda t}\times$$
$$\times\int_0^\infty\frac{e^{-\sigma t}J_0\left(r\sqrt{\frac{\sigma}{D}}\right)\left[J_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)\psi_2-Y_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)\psi_3\right]}{(\lambda+\sigma)\sqrt{\sigma}\,(\psi_2^2+\psi_3^2)}\,d\sigma, \qquad (19)$$

$$N_1=N_0\left[1-\frac{K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}\right]+$$
$$+N_0\eta_1\sqrt{D_1}\,\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}\times$$
$$\times\frac{I_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)K_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{\psi_1}-\frac{N_0\eta_1\sqrt{\lambda D_1}}{\pi}\times$$
$$\times\frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}e^{-\lambda t}\int_0^\infty\frac{e^{-\sigma t}}{(\lambda+\sigma)\sqrt{\sigma}}\times$$
$$\times\frac{J_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D}}\right)\left[J_0\left(r\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)\psi_2-Y_0\left(r\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)\psi_3\right]}{\psi_2^2+\psi_3^2}\,d\sigma, \qquad (20)$$

где

$$\psi_1=\eta\sqrt{D}\,K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)I_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)+\eta_1\sqrt{D_1}\times$$
$$\times K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)I_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right),$$
$$\psi_2=\eta\sqrt{D}\,Y_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)J_1\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D}}\right)-$$
$$-\eta_1\sqrt{D_1}\,Y_1\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)J_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D}}\right),$$
$$\psi_3=\eta\sqrt{D}\,J_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)J_1\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D}}\right)-$$
$$-\eta_1\sqrt{D_1}\,J_1\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D_1}}\right)J_0\left(a\sqrt{\frac{\sigma}{D}}\right).$$

изводилось, например, при построении кривых бокового электрического зондирования.

Предположим теперь, что $\eta\sqrt{D} \gg \eta_1\sqrt{D_1}$. Это неравенство может выполняться, например, если выработка заполнена воздухом. В этом случае при $p \gg 0$, пренебрегая в $T(p)$ соответствующим слагаемым, получим из (17)

$$\bar{N} = N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\lambda}}{p\sqrt{\lambda+p}} \frac{I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}{I_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)},$$

или, воспользовавшись теоремой смещения, переписываем это условно (если t в экспоненте рассматривать как параметр) иначе

$$\bar{N} = N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)} \times$$

$$\times \frac{e^{-\lambda t}\sqrt{\lambda}\, I_0\left(r\sqrt{\frac{p}{D}}\right)}{(p-\lambda)\sqrt{p}\, I_1\left(a\sqrt{\frac{p}{D}}\right)}. \qquad (21)$$

Выражение (21) представляет собой отношение обобщенных полиномов относительно p, поэтому для его обращения можно использовать теорему разложения, что с учетом соотношений $I_0(ix) = J_0(x)$, $I_1(ix) = iJ_1(x)$ дает для небольших значений t

$$N = N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}} \frac{K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)}{K_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D_1}}\right)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{I_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)} - \sqrt{\lambda}\, e^{-\lambda t}\left[\frac{2\sqrt{D}}{\lambda a} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{2\sqrt{D}}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0\left(\frac{r}{a}\mu_n\right) e^{-\frac{\mu_n^2 D}{a^2} t}}{\left(\lambda + \mu_n^2 \frac{D}{a^2}\right) J_0(\mu_n)} \right] \right\}, \qquad (22)$$

где μ_n — корни функции $J_1(x)$.

III. Предположим, что выработка пройдена достаточно быстро, так что деэманирование мало сказалось на распределении концентрации эманации в пространстве A (рис. 1). Тогда восстановление диффу-

виями для N — выражение (4); для N_1

$$N_1\Big|_{t=0} = N_0 \tag{23}$$

и граничными условиями (5) и (6).

Решение для изображения N имеет вид

$$\overline{N} = \frac{N_0 \eta_1 \sqrt{D_1}\, K_1\left(a\sqrt{\frac{\lambda+p}{D_1}}\right) I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda+p}{D}}\right)}{pT(p)}. \tag{24}$$

При $\eta_1\sqrt{D_1} \ll \eta\sqrt{D}$ и при больших значениях p, когда

$$K_1\left(a\sqrt{\frac{p}{D_1}}\right) \approx K_0\left(a\sqrt{\frac{p}{D_1}}\right),$$

$$I_1\left(a\sqrt{\frac{p}{D}}\right) \approx I_0\left(a\sqrt{\frac{p}{D}}\right),$$

из (24) имеем

$$\overline{N} \approx N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}}\,\frac{e^{-\lambda t}}{p-\lambda}\,\frac{I_0\left(r\sqrt{\frac{p}{D}}\right)}{I_0\left(a\sqrt{\frac{p}{D}}\right)}.$$

Так как полученное изображение — отношение обобщенных полиномов от p, то для его обращения снова используем теорему разложения, что дает для небольших значений t

$$N \approx N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}}\,\frac{I_0\left(r\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)}{I_0\left(a\sqrt{\frac{\lambda}{D}}\right)} - 2N_0\frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}} \times$$

$$\times \frac{D}{a^2}\, e^{-\lambda t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n J_0\left(\frac{r}{a}\mu_n\right) e^{-\frac{\mu_n^2 D}{a^2}t}}{\left(\lambda + \frac{\mu_n^2 D}{a^2}\right) J_1(\mu_n)}, \tag{25}$$

где μ_n — корни функции $J_0(x)$.

Из (25) видно, что при $r=a$

$$N = N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}} = \text{const}. \tag{26}$$

Формула (25) по структуре аналогична формуле, выведенной А. Г. Граммаковым [1958] в предположении, что концентрация на стенках скважин сохраняется постоянной. Формула Граммакова, таким образом, будет отражать процесс, действительно имеющий место, только при небольших значениях t и при условии, что на стенках скважины поддерживается концентрация $N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}}$.

Воспользовавшись асимптотическими формулами для функций Бесселя, изображение (24) при больших p можно записать иначе

$$\overline{N} = N_0 \frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}}\sqrt{\frac{a}{r}}\,\frac{e^{-(a-r)\sqrt{\frac{p+\lambda}{D}}}}{p}. \tag{27}$$

[Лыков, 1952], получаем другое приближенное выражение для концентраций, справедливое, как и (25), при небольших значениях t и при $r > 0$,

$$N = \frac{N_0}{2}\frac{\eta_1}{\eta}\sqrt{\frac{D_1}{D}}\sqrt{\frac{a}{r}}\left[e^{-(a-r)\sqrt{\frac{\lambda}{D}}}\operatorname{Erf}\left(\frac{a-r}{2\sqrt{Dt}} - \sqrt{\lambda t}\right) + e^{+(a-r)\sqrt{\frac{\lambda}{D}}}\operatorname{Erf}\left(\frac{a-r}{2\sqrt{Dt}} + \sqrt{\lambda t}\right)\right], \qquad (28)$$

$$\operatorname{Erf}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x).$$

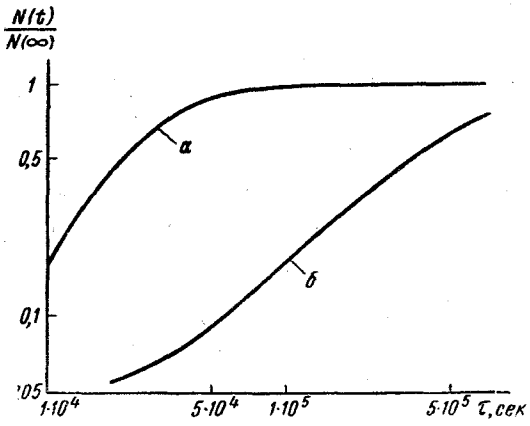


Рис. 2. Кривые накопления радона в билогарифмическом масштабе на оси цилиндрической выработки радиуса 100 *см*, заполненной воздухом (D=0,1 *см*²/*сек*: *а* — по формуле Граммакова; *б* — по формуле (22)

Из приведенных формул видно, что накопление эманации в цилиндрической выработке будет идти с различной скоростью в зависимости от распределения концентрации эманации в активном пространстве в начальный момент (в зависимости от времени деэманирования τ_0). Как видно из рис. 2, накопление происходит быстрее, если время деэманирования равно нулю (кривая *а*), и медленнее, если время деэманирования равно бесконечности (кривая *б*). Кривые, соответствующие другому времени деэманирования [формула (14)], будут лежать между кривыми *а* и *б*.

По скорости накопления эманации в цилиндрической выработке можно в принципе судить о коэффициенте диффузии эманации в активном пространстве. Однако необходимо учитывать, что при $\tau_0 = 0$ и $\tau_0 = \infty$, согласно формулам (19), (22) и (25), такая зависимость начинает сказываться только при больших значениях t. При промежуточных значениях τ_0, согласно формуле (14), эта зависимость будет проявляться и при небольших t.

Выводы

1. Скорость накопления эманаций в цилиндрической выработке зависит от времени деэманирования τ_0 активного пространства. Формула Граммакова [1958] отражает реальный процесс в частном случае $\tau_0 = 0$ и при небольших значениях времени t.

2. При $\tau_0 = 0$ и $\tau_0 = \infty$ по скорости накопления эманации можно определить коэффициент диффузии эманации в активном пространстве лишь при длительном времени ее накопления.

Грамматков А. Г. Установление диффузионного равновесия радиоактивных газов в некоторых случаях для тел сферической и цилиндрической форм. Сб. «Вопросы разведочной радиометрии». Изд. МГиОН, 1958.

Лыков А. В. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, 1952.

Новиков Г. Ф., Капков Ю. Н. Радиоактивные методы разведки. Недра, 1965.

Путиков О. Ф. К определению поправки на эманирование при гамма-каротаже скважин. Зап. ЛГИ, т. XLV, вып. 2, 1963.