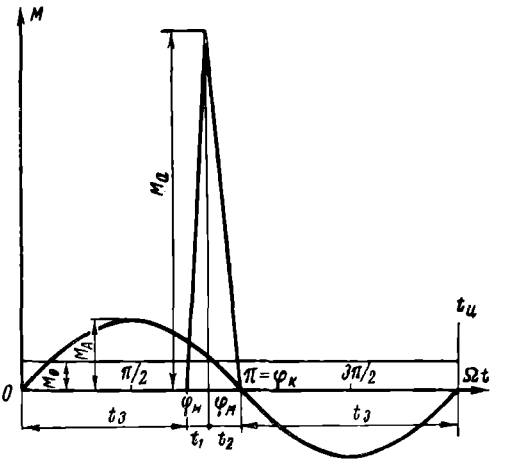
Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LIII, вып. 1. 1966 г.

ЦИКЛИЧЕСКИЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЯ НА НАГРУЗКУ С ТРЕУГОЛЬНЫМ ПИКОМ, ПОСТОЯННОЙ И СИНУСОИДАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩИМИ

П. Г. Гузюкин

Динамические параметры работы электропривода для машин с циклическим режимом работы и прямоугольным импульсом нагрузки можно определить по известным зависимостям* Однако существует много машин с циклическим режимом работы и треугольным импульсом нагрузки: качающиеся питатели, грохоты, щековые дробилки и др. Для них выражения, определяющие параметры работы электропривода, в литературе не приводятся. Машины с подобным режимом работы кроме треугольного импульса в моменте сопротивлений имеют постоянную и синусоидальную составляющие. Параметры при однократном треугольном импульсе можно определить по зависимостям Л. Б. Гейлера**

Для приведенного графика изменения моментов на валу машины движение системы можно описать тремя уравнениями: от начала треугольного импульса до его максимума ($0 \leqslant t \leqslant t_1$)



Принципиальная диаграмма моментов.

$$M - M_0 - M_a \frac{t}{t_1} - M_A \sin(\Omega t + \varphi_н) = J \frac{d\omega}{dt}; \qquad (1)$$

от максимума треугольного импульса до его конца ($0 \leqslant t \leqslant t_2$)

$$M - M_0 - M_a + M_a \frac{t}{t_2} - M_A \sin(\Omega t + \varphi_м) = J \frac{d\omega}{dt}; \qquad (2)$$

* В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. Основы электропривода. Госэнергоиздат, 1963.

** К теории работы электропривода с маховыми массами. Электричество, 20, 1935.

от конца треугольного импульса до его начала ($0 \leqslant t \leqslant t_3$)

$$M - M_0 - M_A \sin(\Omega t + \varphi_к) = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (3)$$

где M_0 — постоянная составляющая; M_A амплитуда синусоидальной составляющей; M_a — амплитуда треугольного импульса; M — мгновенное значение момента, развиваемого двигателем; Ω и ω — угловые скорости валов машины и двигателя; J — момент инерции системы, приведенной к валу двигателя; $\varphi_н$, $\varphi_м$, $\varphi_к$ — значения углов поворота вала машины в начале каждого участка; $t_ц$ — время цикла

$$t_ц = t_1 + t_2 + t_3. \quad (4)$$

При установившемся циклическом режиме среднюю скорость можно считать постоянной, Ω = const. Это позволяет определять как время каждого участка, так и значение углов $\varphi_н$, $\varphi_м$ и $\varphi_к$.

Для привода рассматриваемых механизмов наиболее часто используются асинхронные двигатели. При анализе циклического режима механическую характеристику двигателя можно принять линейной

$$M = M_н \frac{s}{s_н}, \quad (5)$$

где $M_н$ и $s_н$ — номинальные момент и скольжение двигателя; s — мгновенное значение скольжения.

Электромагнитными переходными процессами в двигателе можно пренебречь, так как они протекают значительно быстрее, чем процесс изменения нагрузки. Учитывая выражение (5) и некоторые преобразования, уравнение (1) можно записать в виде

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s}{T} = \frac{375}{GD^2 n_0}\left[M_0 + M_a \frac{t}{t_1} + M_A \sin(\Omega t + \varphi_н)\right], \quad (6)$$

где n_0 — синхронная скорость двигателя; T — электромеханическая постоянная системы,

$$T = \frac{GD^2 n_0 s_н}{375 M_н}; \quad (7)$$

GD^2 — ее приведенный маховой момент.

Общее решение неоднородного дифференциального уравнения (6) имеет вид

$$s = C_1 e^{-\frac{t}{T}} + \frac{375T}{GD^2 n_0}\left[M_0 + M_a \frac{t}{t_1} - M_a \frac{T}{t_1} + M_п \sin(\Omega t + \varphi_п - \varphi)\right], \quad (8)$$

где $M_п$ — амплитуда синусоидальной составляющей в моменте двигателя,

$$M_п = \frac{M_A}{\sqrt{1 + (\Omega T)^2}}; \quad (9)$$

φ — угол запаздывания синусоидальной составляющей в моменте двигателя относительно той же составляющей в моменте сопротивления,

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\Omega t); \quad (10)$$

C_1 — постоянная интегрирования.

В большинстве машин с рассматриваемым режимом работы циклические нагрузки возникают после разгона двигателя. До начала цикличе-

ской работы в режиме холостого хода движение системы описывается уравнением

$$M - M_0 - M_A \sin \Omega t = J \frac{d\omega}{dt}. \tag{11}$$

Его решение в установившемся режиме имеет вид

$$M_{д.х} = M_0 + M_п \sin (\Omega t - \varphi), \tag{12}$$

где $M_{д.х}$ — момент двигателя в режиме холостого хода.

Постоянную интегрирования C_1 можно найти из уравнения (8), если в левую его часть подставить значение скольжения в начале первого пика s_{01}, а в правой принять $t = 0$. Величину s_{01} для первого пика нагрузки можно определить из уравнения (12), если учесть, что при $t = 0$ угол поворота машины Ωt в этом уравнении равен $\varphi_н$. Подставив это значение в уравнение (12) и перейдя к скольжениям, получим

$$s_{01} = \frac{s_н}{M_н} [M_0 + M_п \sin (\varphi_н - \varphi)]. \tag{13}$$

Подставив полученное значение в левую часть уравнения (8) и приняв $t = 0$ в правой части, найдем постоянную интегрирования в начале первого пика

$$C_1 = \frac{s_н}{M_н} M_а \frac{T}{t_1}. \tag{14}$$

С этим значением постоянной из уравнения (8) получим уравнение движения системы на первом участке первого * цикла

$$M_{11} = M_0 + M_а \frac{t}{t_1} - M_а \frac{T}{t_1} + M_п \sin (\Omega t + \varphi_н - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} M_а \frac{T}{t_1}. \tag{15}$$

Решая аналогичным путем уравнение (2), получим уравнение изменения момента двигателя на втором участке первого цикла, приняв начальное значение момента второго участка равным конечному значению момента первого участка.

$$M_{21} = M_0 + M_а - M_а \frac{t}{t_2} + M_а \frac{T}{t_2} + M_п \sin (\Omega t + \varphi_м - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} M_а T \left(\frac{e^{-\frac{t_1}{T}} - 1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right). \tag{16}$$

Аналогичным образом получено уравнение движения системы на третьем участке первого цикла **

$$M_{31} = M_0 - M_п \sin (\Omega t - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} \left[e^{-\frac{t_2}{T}} M_а T \left(\frac{e^{-\frac{t_1}{T}} - 1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) + M_а \frac{T}{t_2} \right] \tag{17}$$

Обозначим в уравнении (17) постоянную величину в квадратных скобках $П_1$, а коэффициент при экспоненте уравнения (16) — $П_2$. С учетом этих обозначений уравнения (16) и (17) примут вид

$$M_{21} = M_0 + M_а - M_а \frac{t}{t_2} + M_а \frac{T}{t_2} + M_п \sin (\Omega t + \varphi_м - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} П_2, \tag{16'}$$

$$M_{31} = M_0 + M_п \sin (\Omega t - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} П_1. \tag{17'}$$

---

* Начиная от режима холостого хода.

** Здесь и далее для третьего участка принято $\varphi_к = \pi$. В противном случае для третьего участка следует вместо $\sin (\Omega t - \varphi)$ принять $-\sin (\Omega t + \varphi_к - \varphi)$.

Если треугольный пик нагрузки будет однократным, то в последнем уравнении $t \to \infty$, а момент двигателя будет стремиться к моменту холостого хода $M_{д.х}$ (уравнение (12). Если же после первого цикла последует второй, то в уравнении (17′)время t достигнет величины $t_з$ (при этом $\sin(\Omega t_з - \varphi) = \sin(\varphi_н - \varphi)$, а изменению момента двигателя вновь будет соответствовать уравнение (1). Однако в начале первого участка второго цикла значение момента будет равно моменту в конце третьего участка первого цикла, который определяется из уравнения (17′) при $t \quad t_з$.

Таким образом, в каждом k-ом цикле движение системы описывается уравнениями (1), (2). (3), а начальные условия для каждого уравнения равны конечным условиям предыдущего участка.

Решением уравнений движения для ряда последующих циклов можно получить общие уравнения изменения момента двигателя на каждом участке любого k-го цикла:

для первого участка $(0 \leqslant t \leqslant t_1)$

$$M_{1k} = M_0 + M_п \sin(\Omega t + \varphi_п - \varphi) + M_а \frac{t}{t_1} - M_а \frac{T}{t_1}\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + e^{-\frac{t}{T}} \times \times \left[e^{\frac{t_з}{T}} \sum_{i=2}^{i=k} e^{-\frac{(i-2)\,t_ц}{T}} \Pi_1 \right]; \tag{18}$$

для второго участка $(0 \leqslant t \leqslant t_2)$

$$M_{2k} = M_0 + M_п \sin(\Omega t + \varphi_м - \varphi) + M_а \frac{T + t_2 - t_1}{t_2} + e^{-\frac{t}{T}} \Pi_2 + + e^{-\frac{t}{T}} \left[e^{-\frac{t_1 + t_з}{T}} \sum_{i=2}^{i=k} e^{-\frac{(i-2)\,t_ц}{T}} \Pi_1 \right]; \tag{19}$$

для третьего участка $(0 \leqslant t \leqslant t_з)$

$$M_{3k} = M_0 - M_п \sin(\Omega t - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} \sum_{i=1}^{i=k} e^{-\frac{(i-1)\,t_ц}{T}} \Pi_1. \tag{20}$$

Регулярное повторение графика нагрузки, характерное для рассматриваемых циклических режимов, приведет систему после сравнительно небольшого числа циклов к некоторому установившемуся состоянию. Это состояние практически не будет отличаться от состояния системы при $k = \infty$, поэтому для получения уравнений установившегося режима следует найти пределы сумм, входящих в уравнения (18), (19), (20) при $k \to \infty$.

Можно показать, что эти пределы равны

$$\lim_{k \to \infty} \sum_{i=1}^{i=k} e^{-\frac{(i-1)\,t_ц}{T}} \Pi_1 = \lim_{k \to \infty} \sum_{i=2}^{i=k} e^{\frac{(i-2)\,t_ц}{T}} \Pi_1 = \Pi_1 \cdot \frac{e^{\frac{t_ц}{T}}}{e^{\frac{t_ц}{T}} - 1} \tag{21}$$

и позволяют написать уравнения изменения момента двигателя для установившегося циклического режима:

для первого участка

$$M_{1у} = M_0 + M_п \sin(\Omega t + \varphi_н - \varphi) + M_а \frac{t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)}{t_1} + e^{-\frac{t}{T}} \Pi_1 \frac{e^{\frac{t_1 + t_2}{T}}}{e^{\frac{t_ц}{T}} - 1}; \tag{22}$$

для второго участка

$$M_{2y} = M_0 + M_п \sin(\Omega t + \varphi_м - \varphi) + M_а \frac{T + t_2 - t_1}{t_2} + \\ + e^{-\frac{t}{T}} П_2 - e^{-\frac{t}{T}} П_1 \frac{e^{\frac{t_2}{T}}}{e^{\frac{t_ц}{T}}}; \quad (23)$$

для третьего участка

$$M_{3y} = M_0 - M_п \sin(\Omega t - \varphi) + e^{-\frac{t}{T}} П_1 \frac{e^{\frac{t_ц}{T}}}{e^{\frac{t_ц}{T}} - 1} \quad (24)$$

Эти уравнения характеризуют изменение момента двигателя в установившемся режиме электропривода с циклической нагрузкой, когда цикл ограничен величиной пути, т. е. произведение средней скорости на время цикла есть величина постоянная. Значения моментов для любого k-го цикла определяются по уравнениям (18), (19), (20). Можно считать, что установившийся режим наступает при $t = (4 \div 6)\ T$ после начала циклической нагрузки, т. е. при $k \geqslant \frac{(4 \div 6)T}{t_ц}$.

Уравнения (22), (23), (24) учитывают влияние крутизны нарастания и спада нагрузки, величины пика нагрузки, длительности цикла и отдельных его частей, а также влияние электромеханической постоянной привода на характер изменения момента двигателя. Их можно использовать в анализе работы электропривода тех механизмов, у которых импульс нагрузки приводится к треугольнику. Так как вывод этих уравнений основан на линейной механической характеристике двигателя, то область их применения охватывает двигатели, характеристика которых удовлетворяет этому условию или может быть линеаризована в области рабочих режимов. Когда постоянная и синусоидальная составляющие ничтожно малы, ими можно пренебречь. Уравнения для этого случая можно получить из формул (22), (23), (24), если принять в них M_0 и $M_п$ (или один из них) равными нулю.

Уравнения (22), (23), (24) описывают изменение момента двигателя в течение всего цикла и обеспечивают возможность проверки предварительно выбранного двигателя по нагреву.

При определении динамических параметров работы привода наиболее интересны их максимальные и минимальные значения. Вид графика изменения момента двигателя в каждом случае зависит от многих факторов, но всегда, за исключением случая значительной синусоидальной составляющей, имеет минимум в начале пика и достигает максимума на второй части цикла.

Время, соответствующее максимальному значению момента двигателя $t_{x\,max}$, определяется из уравнения (23) по общим правилам отыскания максимума функции

$$\frac{d(M_{2y})}{dt} = 0. \quad (25)$$

Очевидно, уравнение (25) можно решить в полном виде, соответствующем уравнению (23). Иногда величиной синусоидальной составляющей

можно пренебречь. Тогда общее решение уравнения (25) относительно искомого времени $t_{x\,\max}$ имеет вид

$$t_{x\,\max} = T \ln \left[- \frac{\left(\Pi_2 + \Pi_1 \frac{e^{\frac{t_2}{T}}}{e^{\frac{t_ц}{T}} - 1} \right) t_2}{T M_a} \right]. \qquad (26)$$

Подстановкой $t_{x\,\max}$ в уравнение (23) определяется максимальное значение момента в установившемся циклическом режиме.