Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LI, вып. 3, 1970 г.

РАСЧЕТ ПОГОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ, ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЛИНИЯМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ В ГОРНЫХ ВЫРАБОТКАХ

В. В. Масленникова, Н. В. Семевская

В условиях горных предприятий канал связи, как правило, является наиболее слабым звеном в системе передачи информации. Частные нарушения горногеологических и климатических условий приводят к его повреждениям и, следовательно, потере информации. Поэтому при измерениях в труднодоступных местах и опасных условиях необходимо использовать каналы связи, на которые изменения внешних факторов влияли бы минимально (например, рельсы, трубы, заземляющие шины, тролеи или специально проложенные стальные тросы).

Точное электродинамическое решение задачи о распространении электромагнитной волны вдоль металлических направляющих в горных выработках и шахтах весьма трудоемко и полученные результаты не всегда можно применить практически. В настоящей работе приведен расчет эквивалентных параметров длинной линии, образованной металлической направляющей и породой или двумя металлическими направляющими, лежащими на подошве горной выработки. Физически такой подход к решению задачи обоснован тем, что длины волн, которые можно использовать на практике для передачи информации, составляют тысячи метров, а поперечные сечения штреков и выработок — десятки метров, т. е. выполняется условие квазистатичности поля в поперечном сечении.

В работе Л. А. Вайнштейна * приведен электродинамический вывод телеграфных уравнений для длинной линии

$$-\frac{dU}{dz} = (Z_i + j\omega L_e')\, I,$$
$$-\frac{dU}{dz} = (G + j\omega C)\, U, \qquad (1)$$

где U — напряжение в системе; I — ток в системе; z — координата, отсчитываемая вдоль линии, $z=0$ в начале линии; Z_i — погонное сопротивление, L_e' — погонная индуктивность; C — погонная емкость; G — погонная проводимость; ω — угловая частота.

Эти уравнения справедливы и для случая, когда один из проводников является полупроводящей средой, но параметры, входящие в уравнения, становятся комплексными из-за конечной проводимости среды

$$Z_i = R_i + j\omega L_i, \qquad (2)$$

$$L_e' = L_e - j\frac{R_e}{\omega}, \qquad (3)$$

$$C = C_\tau + j\frac{G_\sigma}{\omega}, \qquad (4)$$

где R_i — активное сопротивление проводников длинной линии; L_i — собственная индуктивность; L_e — индуктивность провода; R_e — сопротивление, определяющее потери индуцированных токов; C — собственная емкость системы; G_σ — проводимость, обусловленная неидеальностью диэлектрика между линиями; σ — удельная проводимость.

Эквивалентные погонные параметры R_0, L_0, C_0, G_0 будут определяться соотношениями

$$R_0 = R_{i_1} + R_{i_2} + R_e,$$
$$L_0 = L_{i_1} + L_{i_2} + L_e, \qquad (5)$$
$$G_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon} C_\sigma + G_\sigma,$$
$$C_0 = C_\sigma - \frac{\sigma}{\varepsilon\omega^2} C_\sigma,$$

* Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. Изд-во «Сов. радио», 1967.

где R_{i_1}, R_{i_2} — сопротивление первого и второго проводников длинной линии; L_{i_1}, L_{i_2} — соответственно, индуктивность этих же проводников; ε — диэлектрическая проницаемость.

Тогда уравнения (1) окончательно примут вид

$$-\frac{dU}{dz} = (R_0 + j\omega L_0) I,$$

$$-\frac{dI}{dz} = (G_0 + j\omega C_0) U. \qquad (6)$$

Погонное сопротивление среды определяется по формуле

$$Z_i = \frac{E_z}{I_п}, \qquad (7)$$

где E_z — напряженность на поверхности выработки; $I_п$ — полный ток, текущий вдоль выработки,

$$I_п = \int_b^{\bullet\bullet} \bar{J} d\bar{s} = \int_b^{\bullet\bullet} \sigma \bar{E} d\bar{s}, \qquad (8)$$

J — плотность тока; s — площадь поперечного сечения выработки; b — радиус выработки.

Чтобы определить полный ток по сечению выработки, необходимо знать распределение напряженности электрического поля в породе, которое можно получить из уравнения

$$\Delta E_z + k^2 E_z = 0, \qquad (9)$$

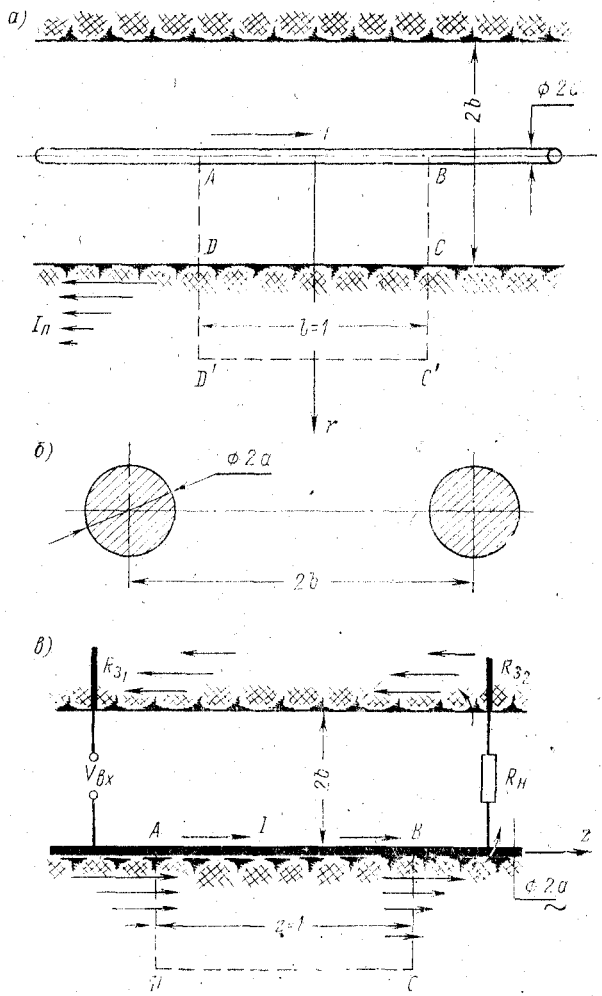
где k — волновое число.

Определим величину погонного сопротивления для трех конкретных случаев (см. рисунок): *а* — неизолированный провод расположен в центре горной выработки; *б* — два неизолированных провода расположены по подошве горной выработки; *в* — один неизолированный провод проложен вдоль горной выработки, вторым является порода.

В первом случае система обладает осевой симметрией и поперечные размеры больше продольных. Решение уравнения (9) можно записать функцией Ханкеля от комплексного аргумента

$$E_z = BH_0^{(2)}(\kappa r), \qquad (10)$$

где B — постоянная интегрирования; $H_0^{(2)}$ — функция Ханкеля нулевого порядка второго рода, так как при больших значе-



Схемы линий передачи информации в горных выработках

ниях аргумента должна описывать расходящуюся волну; r — координата цилиндрической системы координат.

Из граничного условия $E_z = E_0$ при $r = b$ получим

$$E_z = E_0 \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_0^{(2)}(kb)}, \tag{11}$$

где E_0 — напряженность поля на границе породы.

Тогда плотность тока в породе

$$J_z = E_z = E_0 \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_0^{(2)}(kb)}. \tag{12}$$

Полный ток через все сечение породы составит

$$I_{\text{п}} = \int_s \bar{J} d\bar{s} = 2\sigma E_0 \frac{\pi b^2}{kb} \frac{H_1^{(2)}(kb)}{H_0^{(2)}(kb)} \tag{13}$$

и погонное сопротивление

$$Z_i = \frac{1}{2\sigma_a} \frac{kb H_0^{(2)}(kb)}{H_1^{(2)}(kb)}, \tag{14}$$

где $\sigma_a = \pi a \sigma$ (a — радиус провода).

При $ka \ll 1$ для низких частот равенство (14) примет вид

$$Z_i = -\frac{(kb)^2}{2\sigma_a} \ln(jkb). \tag{15}$$

Во втором случае, по аналогии с предыдущим, напряженность продольного электрического поля внутри провода определяется по формуле

$$E_{z_1} = \frac{E_0}{I_0(k_1 b)} I_0(k_1 r), \tag{16}$$

а распределение поля вне провода в полупроводящей среде

$$E_{z_2} = \frac{E_0}{H_0^{(2)}(k_2 a)} H_0^{(2)}(k_2 r), \tag{17}$$

где $I_0(k_1 b)$, $H_0^{(2)}(k_2 a)$ — соответственно, функции Бесселя и Ханкеля от комплексных переменных нулевого порядка (k_1 и k_2 — волновые числа, соответственно, провода и породы).

Распределение плотности тока в проводе и среде составит

$$I_{z_1} = \frac{\sigma_1 E_0}{I_0(k_1 b)} I_0(k_1 r), \tag{18}$$

$$I_{z_2} = \frac{\sigma_2 E_0}{H_0^{(2)}(k_2 a)} H_0^{(2)}(k_2 r), \tag{19}$$

где σ_1, σ_2 — удельная проводимость, соответственно, провода и породы.

Если вблизи провода поместить параллельно ему второй, то суммарное поле в системе можно определить обычным геометрическим сложением составляющих полей обоих проводов. Погонное сопротивление по формуле (7) составит

$$Z_i = \frac{1}{\frac{2\pi\sigma_1 a}{k_1}\frac{I_1(k_1 a)}{I_0(k_1 a)} - \frac{2\pi\sigma_2 a}{k_2}\frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)}}. \tag{20}$$

При $ka \ll 1$

$$Z_i = \frac{1}{\pi\sigma_1 a^2 \frac{2\pi\sigma_2}{k_2^2 \ln(jk_2 a)}}. \tag{21}$$

При $ka \to 0$, $Z_i \to 0$ постоянный ток растекается на бесконечно большое сечение, и сопротивление становится малым.

В третьем случае погонное сопротивление будет определяться двумя слагаемыми: погонными сопротивлениями провода, расположенного в породе, и породы, которая в данном случае играет роль второго провода,

$$Z_i = \frac{1}{\frac{2\pi\sigma_1 a}{k_1}\frac{I_1(k_1 a)}{I_0(k_1 a)} - \frac{\pi\sigma_2 a}{k_2}\frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)}} - \frac{k_2}{2\pi\sigma_2 b}\frac{H_0^{(2)}(k_2 b)}{H_1^{(2)}(k_2 b)}. \tag{22}$$

При $ka \ll 1$

$$Z_i = \frac{1}{\pi\sigma_1 a^2 + \frac{\pi\sigma_2}{k_2^2 \ln(jk_2 a)}} + \frac{k_2^2}{2\pi\sigma_2}\ln(jk_2 b). \tag{23}$$

Определим погонную емкость систем для тех же трех случаев. В первом случае погонную емкость рассматриваемой

системы можно считать совпадающей с емкостью проводящего коаксиального кабеля

$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \frac{b}{a}}. \tag{24}$$

Во втором — емкость системы проводников определяется по формуле

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}, \tag{25}$$

где q — заряд на одном из проводов; φ_1—φ_2 — разность скалярных потенциалов. При $2b \gg 2a$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{-(b-a)}^{(b-a)} \bar{E} d\bar{r} = -\frac{AE_0}{k_2}\left\{1 - \frac{H_0^{(2)}[k_2(2b-a)]}{H_0^{(2)}(k_2 a)}\right\}, \tag{26}$$

где A — постоянная интегрирования.

Заряд q на проводнике рассчитывается по формуле

$$q = \varepsilon_2 \int_{S_{бок}} E_n ds = \varepsilon_2 2\pi a A_1 \frac{E_0 H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)}, \tag{27}$$

где ε_2 — диэлектрическая проницаемость породы.

Подставив формулы (26) и (27) в равенство (25), получим

$$C = \frac{\pi\varepsilon_2 k_2 a H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a) - H_0^{(2)}[k_2(2b-a)]}. \tag{28}$$

При $ka \ll 1$

$$C = \frac{\pi\varepsilon_2}{\ln\left(\frac{2b-a}{a}\right)}. \tag{29}$$

В третьем случае разность потенциалов в выражении (25) определяется интегралом

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_a^{\infty} E_r dr, \tag{30}$$

где E_r — радиальная составляющая поля,

$$E_r = E_r^{I} + E_r^{II} = -Ak_2\left\{\frac{H_1^{(2)}[k_2(r+b)]}{H_0^{(2)}(k_2 b)} + \frac{H_1^{(2)}(k_2 r)}{H_0^{(2)}(k_2 a)}\right\} \tag{31}$$

(E_r^{I} — поле вблизи выработки при заданном поле на ее поверхности; E_r^{II} — поле провода, целиком погруженного в породу).

Заряд на тросе в основном сосредоточен на стороне, погруженной в породу, так как $\varepsilon_2 > \varepsilon_0$,

$$q = -\varepsilon_2 A k_2 \pi a \left\{ \frac{H_1^{(2)}[k_2(a+b)]}{H_0^{(2)}(k_2 b)} + \frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)} \right\}, \tag{32}$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость воздуха.

Тогда при $a \ll b$

$$C = \frac{\pi \varepsilon_2 k_2 a}{2} \left[\frac{H_1^{(2)}(k_2 b)}{H_0^{(2)}(k_2 b)} + \frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)} \right]. \tag{33}$$

При $k_2 a \ll 1$

$$C = \frac{\pi \varepsilon_2}{2} \left[\frac{\frac{a}{b}}{\ln(j k_2 b)} + \frac{1}{\ln(j k_2 a)} \right]. \tag{34}$$

Определим погонную индуктивность. Индуктивность системы определяется соотношением

$$L_e' = \frac{\Phi}{I}, \tag{35}$$

где Φ — поток индукции.

В первом случае магнитное поле в системе создается линейным током провода

$$\overline{H}_1 = \frac{I}{2\pi r} \overline{e}_\varphi \tag{36}$$

($\overline{e}_\varphi$ — орт цилиндрической системы координат; $\overline{H}_1$ — напряженность магнитного поля) и токами, распределенными по сечению выработки. Эти токи создают магнитное поле, величина которого легко определяется по теореме о полном токе

$$H_\varphi = \frac{I}{2\pi r}. \tag{37}$$

Вычислив далее сумму потоков индукции $АВСД$ и $АВС'Д'$ (см. рисунок, *а*), получим выражение для внешней индуктивности

$$L'_e = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{a}{b} - \frac{\mu}{2\pi} \frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{k a H_1^{(2)}(k_2 a)}, \qquad (38)$$

где μ — магнитная проницаемость среды.

При $k_2 a \ll 1$

$$L'_e = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{a}{b} - \frac{\mu}{2\pi} \ln (j k_2 a). \qquad (39)$$

Во втором случае индуктивность системы определяется аналогично предыдущему

$$L'_e = \frac{\mu}{\pi} \left(1 - \frac{Z_i}{Z_{i_{\text{ср}}}}\right) \frac{H_0^{(2)}(k_2 a) - H_0^{(2)}[k_2 (2b - a)]}{k_2 a H_1^{(2)}(k_2 a)}, \qquad (40)$$

где

$$Z_{i_{\text{ср}}} = \frac{1}{\frac{2\pi\sigma_2 a^2}{k_2 a} \frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)}}.$$

При $ka \ll 1$

$$L'_e = \frac{\mu}{\pi} \left(1 + \frac{Z_i}{Z_{i_{\text{ср}}}}\right) \ln \frac{2b - a}{a}; \quad Z_{i_{\text{ср}}} = \frac{1}{\frac{2\pi\sigma_2}{k_2^2} \frac{1}{\ln (j k_2 a)}}. \qquad (41)$$

В третьем случае составляющая магнитного поля определяется по закону полного тока

$$H_\varphi = \frac{I_r^{\text{I}} - I_r^{\text{II}}}{2\pi r}, \qquad (42)$$

где I_r^{I} — ток в проводе и связанный с ним ток в породе,

$$I_r^{\text{I}} = 2\pi I Z_i^{\text{I}} \left[\frac{\sigma_1 a}{k_1} \frac{I_1(k_1 a)}{I_0(k_1 a)} + \frac{\sigma_2 r}{k_2} \frac{H_1^{(2)}(k_2 r)}{H_0^{(2)}(k_2 r)}\right] - \frac{\sigma_2 b}{k_2} \frac{H_1^{(2)}(k_2 r)}{H_0^{(2)}(k_2 b)};$$

I_r^{II} — ток в выработке с заземляющими штырями,

$$I_r^{II} = 2\pi I Z_i^{II} \left[\frac{\sigma_2 r}{k_2} \frac{H_1^{(2)}(k_2 r)}{H_0^{(2)}(k_2 b)} - \frac{\sigma_2 b}{k_2} \frac{H_1^{(2)}(k_2 b)}{H_0^{(2)}(k_2 b)} \right].$$

Тогда

$$H_\varphi = I \left\{ \frac{\sigma_2}{k_2} Z_i^{I} \frac{H_1^{(2)}(k_2 r)}{H_0^{(2)}(ka)} - \frac{\sigma_2 (r+b)}{k_2 r} Z_i^{II} \frac{H_1^{(2)}[k_2 (r+b)]}{H_0^{(2)}(k_2 b)} \right\}. \quad (43)$$

Поток индукции по контуру $ABCД$ (см. рисунок, *в*)

$$\Phi = \mu \int_0^1 dz \int_a^\infty H_\varphi dr = \mu \frac{\sigma_2}{k_2^2} (Z_i^{II} - Z_i^{I}). \quad (44)$$

Тогда

$$L_e' = -\frac{\mu}{\pi k_2^2} \frac{k_2}{2b} \frac{H_0^{(2)}(k_2 b)}{H_1^{(2)}(k_2 b)} + \frac{1}{\frac{2\sigma_1 a}{\sigma_2 k_1} \frac{I_1(k_1 a)}{I_0(k_1 a)} - \frac{\pi a}{k_2} \frac{H_1^{(2)}(k_2 a)}{H_0^{(2)}(k_2 a)}}. \quad (45)$$

При $ka \ll 1$

$$L_e' = \frac{\mu}{\pi} \left[-\frac{1}{2} \ln (j k_2 b) \frac{1}{\frac{\sigma_1}{\sigma_2} (a k_2)^2 + \frac{1}{\ln (j k_2 a)}} \right]. \quad (46)$$

Для всех рассмотренных случаев L_e' комплексно

$$L_e' = L_e - \frac{j}{\omega} R_e.$$

Зная погонные параметры длинных линий, можно по формулам (5) рассчитать эквивалентные параметры рассмотренных линий и на основе их определить дальность действия системы, диапазон оптимальных рабочих частот, входные и нагрузочные сопротивления линии.