Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова,
т. LIV, вып. 1, 1967 г.

УДК 622.62/.64

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ ДВИЖЕНИЯ С ПРЕДСТАВЛЕНИЕМ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В ФОРМЕ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

Владыслав Дудек

В настоящей работе приведен оригинальный метод построения кривых движения рудничной электровозной откатки, приспособленный к сопротивлениям движению, линейно изменяющимся в функции скорости. Такая зависимость сопротивлений движению основана на опытных исследованиях в угольных шахтах ПНР. Исследования и измерения осуществлены кафедрой горной электротехники Краковской горно-металлургической академии*.

Изучаемый метод позволяет построить кривые движения аналитическим или графическим способом. Его можно легко приспособить к случаям, когда сопротивление движению на определенных участках пути линейно изменяется в функции пути поезда (прохождение поезда по кривым участкам пути, изменение уклона и др.).

В литературе по рудничной электрической тяге используются в основном графо-аналитические или графические методы построения кривых движения как зависимостей между скоростью движения поезда v и временем t. Диаграмма $v = f(t)$ позволяет легко перейти к зависимости тока от времени $I = f(t)$ и проверить тяговые двигатели на нагревание, но не определяет порядка расположения электровозов на трассе в любой момент времени. Для определения продолжительности движения поезда надо и в аналитическом, и в графическом методах определить длину путей, пройденных с неустановившейся скоростью.

Кривые движения в рудничной тяге целесообразно строить как зависимости $v = f(l)$ при железнодорожной тяге. Основное уравнение движения поезда при линейно изменяющихся сопротивлениях движению

$$r = r_0 + av \tag{1}$$

можно записать в виде

$$F = G_{\text{п}}(r_0 + av \pm i) + k\,\frac{G_{\text{п}}}{g}\cdot\frac{dv}{dt}, \tag{2}$$

где F — сила тяги, развиваемая электровозом, *кГ*; $G_{\text{п}}$ — вес поезда (электровоза и состава), *кг*; r_0 — сопротивление движению поезда при скорости v, близкой к нулю, *кГ/кг*; a — коэффициент увеличения сопротивлений движению от скорости, *сек/м*; i — уклон пути, $^0/_{00}$; k — коэффициент инерции вращающихся масс поезда; g — ускорение силы тяжести, *м/сек*^{2}.

Элементарная работа на некотором участке пути dl

$$F\,dl = G_{\text{п}}(r_0 + av \pm i)\,dl + k\,\frac{G_{\text{п}}}{g}\cdot\frac{dv}{dt}\,dl. \tag{3}$$

* Подобные результаты получены также исследователями других стран, например, А. А. Ренгевич. Основное сопротивление движению рудничных вагонеток в составе поезда. В сб. Вопросы рудничного транспорта. Госгортехиздат, 1962.

Пользуясь зависимостью $\frac{dl}{dt} = v$, преобразуем выражение (3)

$$[F - G_{\text{п}}(r_0 \pm i)]\, dl = \frac{kG_{\text{п}}}{g} v\, dv + G_{\text{п}} a v\, dl. \tag{4}$$

Подставив в уравнение (4)

$$k \frac{G_{\text{п}}}{g} v = M, \tag{5}$$

$$G_{\text{п}}(r_0 \pm i) = R_0, \tag{6}$$

$$G_{\text{п}} a = S, \tag{7}$$

получим

$$\frac{F - R_0}{S} dl = \frac{M}{S} dv + v\, dl. \tag{8}$$

Подстановкой

$$\frac{F - R_0}{S} = V \tag{9}$$

и

$$\frac{M}{S} = \frac{k}{ga} v = L \tag{10}$$

уравнение (4) можно привести к виду

$$V\, dl = L\, dv + v\, dl. \tag{11}$$

Как видно из зависимости (10), выражение L представляет собой линейную функцию скорости, а выражение V имеет вид, соответствующий механической характеристике $F = f(v)$ принятого типа электровоза (рис. 1).

Принимая параметры L и V в определенных малых интервалах скорости $\Delta v = v_1 \quad v_2$ постоянными и решая уравнение (11) методом разделения переменных, в интервале Δv получим

$$\int_{l_1}^{l_2} dl = \int_{v_1}^{v_2} \frac{L}{V - v}\, dv, \tag{12}$$

т. е.

$$l_2 - l_1 = -L \ln (V - v_2) + L \ln (V - v_1) \tag{13}$$

или

$$l_2 - l_1 = L \ln \frac{V - v_1}{V - v_2}. \tag{14}$$

Уравнение (14) в форме показательной функции:

$$e^{\frac{l_2 - l_1}{L}} = \frac{V - v_1}{V - v_2} \tag{15}$$

или

$$v_2 = V\left(1 - e^{-\frac{l_2 - l_1}{L}}\right) + v_1 e^{-\frac{l_2 - l_1}{L}} \tag{16}$$

Для нулевых начальных условий ($v_1 = 0$, $l_1 = 0$) выражение (16) можно упростить:

$$v_2 = V\left(1 - e^{-\frac{l_2}{L}}\right). \tag{17}$$

Уравнение (16) выведено в предположении, что в рассматриваемом интервале скорости Δv (выражения (9) и (10)) остаются постоянными. В действительности же L линейно изменяется в функции скорости. Параметр V можно принять постоянным только в периоде пуска до выхода на естественную характеристику с постоянной средней величиной тока. Затем V изменяется с изменением скорости по механической характеристике электровоза.

Выведенная зависимость (16) может быть основой для аналитического и графического методов построения кривых движения поезда. На известной

характеристике $v = f(F)$ электровоза по оси абсцисс откладывается величина силы статических сопротивлений движению $R_0 = G_п (r_0 \pm i)$, независимая от скорости движения (рис. 2). Если ось ординат переместить на ту же величину статических сопротивлений вправо или влево от начала

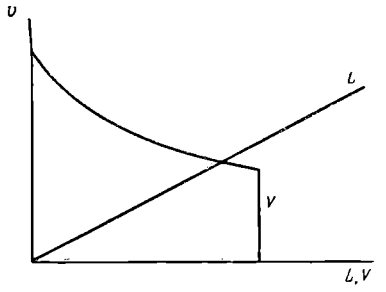


Рис. 1. Поездная характеристика параметров L и V.

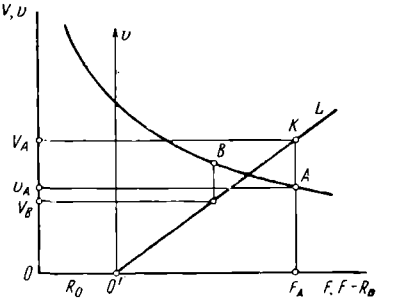


Рис. 2. Метод непосредственного использования характеристики $v = f(F)$.

координат, в зависимости от знака этого выражения (для определенного поезда и постоянного уклона пути она постоянна), то получим уменьшение или увеличение параметра F.

Уравнение (9) можно представить графически. При этом для любой точки A характеристики электровоза вычисляем величину $V_A = \frac{F_A - R_0}{S}$. Координаты F_A и V_A определяют точку K, через которую проводим прямую,

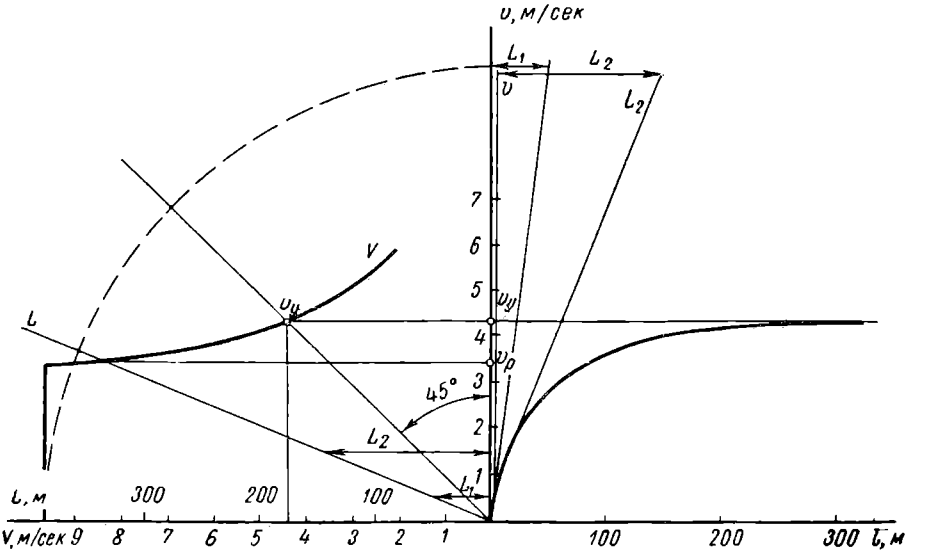


Рис. 3. Пример построения тяговой диаграммы методом показательной функции.

соединяющую точку K с началом координат O', передвинутым на величину R_0. Проектируя любую точку B характеристики электровоза $v = f(F - R_0)$ на прямую $K - O'$ получим на оси ординат величину V_B, отвечающую данной точке характеристики электровоза (рис. 2). Такой метод графического решения задачи позволяет непосредственно использовать характеристики электровоза для построения диаграммы $v = f(l)$. Точка пересечения прямой $O'K$ с характеристикой $v = f(F - R_0)$ отвечает уста-

новившейся скорости поезда для принятых технических условий (веса поезда и величины уклона пути).

Легко доказать, что при принятых упрощениях отвечающая скорости v абсцисса функции L, отложенная на прямой, параллельной оси пути на расстоянии, определяемом величиной V, дает возможность определить наклон кривой $v = f(l)$ при этой скорости. Принимая конечные пределы Δv, можно предположить, что средняя величина L в этих пределах скорости отвечает соответствующему участку кривой $v = f(l)$. Способ построения кривой скорости в функции пути для двух участков разгона показан на рис. 3. Установившаяся скорость $v_у$ отвечает уравнению $v = V$

Элементы диаграммы рис. 3 можно получить аналитическими вычислениями по уравнению (4), где $G_э$ 10 000 *кг* (вес электровоза); $G_в = 1600$ *кг* (вес груженой вагонетки); $n_в = 50$ (число вагонеток в поезде); $r_0 = 0{,}004$ *кГ/кг*; $a = 0{,}0012$ *сек/м*; $i = 3^0/_{00} = 0{,}003$; $k = 1{,}12$; $g = 9{,}81$ *м/сек²*.

Характеристика $c = f(F)$ принятого электровоза отвечает кривой V на рис. 3. Средняя сила тяги в течение периода пуска $F_п = 1150$ *кг*, а соответствующая ей конечная скорость пуска $v_п$ 3,5 *м/сек*. Принято, что сопротивление движению поезда определяет

$$r = 0{,}004 + 0{,}0012\,v,\ кГ/кг. \tag{18}$$

Это подтверждают результаты исследований на угольных шахтах ПНР для вагонеток указанной грузоемкости. Результаты аналитических вычислений по уравнению (14) сведены в таблицу.

Определение элементов движения поезда *

Начальная скорость v_1, *м/сек*	Приращение скорости Δv, *м/сек*	Конечная скорость v_2, *м/сек*	V при $v_1 + \frac{\Delta v}{2}$ *м/сек*	L при $v_1 + \frac{\Delta v}{2}$,	Интервалы пути Δl, *м*	Суммарный пройденный путь l, *м*
0	0,5	0,5	9,8	23,8	1,1	1,2
0,5	0,5	1,0	9,8	71,3	4,0	1,2
1,0	0,5	1,5	9,8	119,0	6,6	11,9
1,5	0,5	2,0	9,8	166,0	9,4	21,3
2,0	0,5	2,5	9,8	214,0	14,2	35,5
2,5	0,5	3,0	9,8	214,0	14,2	54,4
3,0	0,5	3,5	9,8	309,0	23,4	77,8
3,5	0,5	4,0	7,2	356,0	49,5	127,3
4,0	0,2	4,2	5,5	390,0	61,0	188,0
4,2	0,2	4,4	4,6	409,0	246,0	434,0
4,4	—	4,4	4,4	418,0	—	—

Примечание. Таблица рассчитана при:

$$M = 1{,}12\frac{1000 + 50 \cdot 1600}{9{,}81}\ v = 10\,276v\ кГ/сек; \tag{5}$$

$$R_0 = 90\,000\,(0{,}004 - 0{,}003) = 90\ кГ; \tag{6}$$

$$S = 90\,000 \times 0{,}0012 = 108\ кГ \cdot сек/м;$$

$$V = \frac{1150 - 90}{108} = 9{,}815\ м/сек; \tag{9}$$

$$L = \frac{10\,276}{108} = 95{,}15\ v\ м. \tag{10}$$

* Последняя строка таблицы характеризует режим установившейся скорости движения.

Рассмотренную методику можно использовать при расчете или графическом построении кривых движения для участков пути, на которых сопротивление движению непрерывно изменяется в функции пути, например, при движении поезда по кривым участкам или при изменении уклона пути и др. В этих случаях нужно изменить величину R_0 (приняв его средним для определенного участка пути) — передвинуть ось v влево или вправо в зависимости от условий трассы, т. е. непрерывно изменяющиеся в функции пути сопротивления движению поезда надо представить постоянными для отдельных расчетных участков пути.

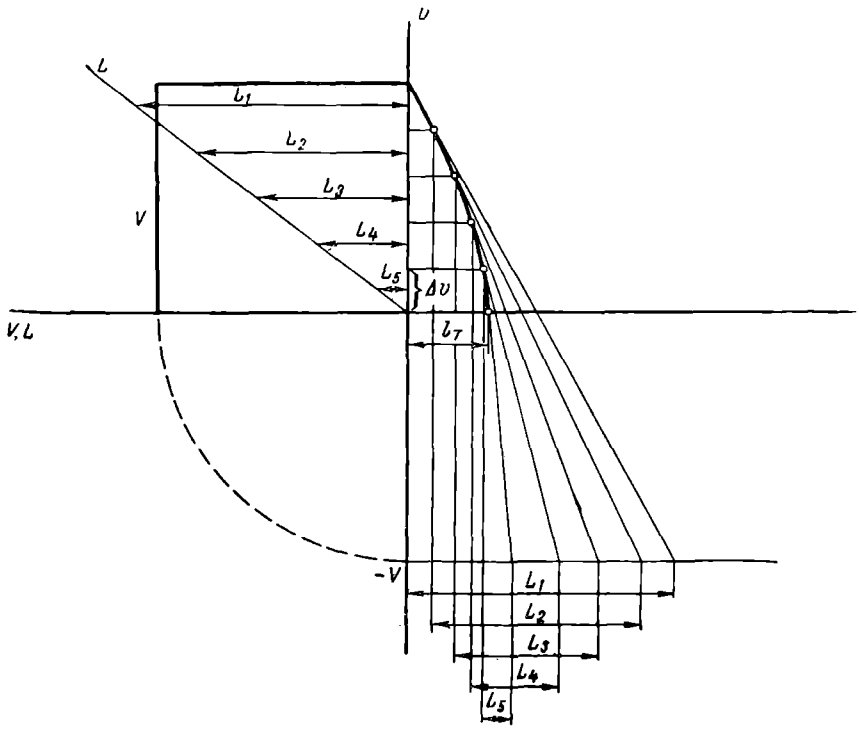


Рис. 4. Построение диаграммы для периода торможения.

По предлагаемому методу расчета можно также построить диаграмму $v = f(l)$ и найти путь $l_т$ для периода торможения. При этом параметр V изменит лишь знак (рис. 4), согласно уравнению

$$-V = \frac{-F - R_0}{S} \tag{19}$$

Особенно удобен метод определения кривых движения поезда по фабричным характеристикам электровозов.

При построении кривых движения в карьерной тяге, когда скорости движения более высокие, для определения сопротивлений нужно учитывать и дополнительные сопротивления от воздуха. Как известно, эти сопротивления зависят от квадрата скорости, и все сопротивления движению определяются тогда выражением

$$r = r_0 + av + bv^2. \tag{20}$$

Иногда по малости пренебрегают дополнительными сопротивлениями движению, линейно изменяющимися с изменением скорости. Тогда

$$r = r_0 + bv^2. \tag{21}$$

Для этих условий также можно применять описанный метод расчета. Для сопротивлений движению по уравнению (20) получим

$$S' \quad G_{\text{п}}(a+bv), \tag{22}$$

$$L' = \frac{k\dfrac{G_{\text{п}}}{g}v}{G_{\text{п}}(a+bv)} = \frac{kv}{g(a+bv)}. \tag{23}$$

$$V' = \frac{F-R_0}{S'} \tag{24}$$

По уравнению (21), соответственно,

$$S'' = G_{\text{п}}cv, \tag{25}$$

$$L'' = \frac{k\dfrac{G_{\text{п}}}{g}v}{G_{\text{п}}cv} = \frac{k}{gc}, \tag{26}$$

$$V'' = \frac{F-R_0}{S''}. \tag{27}$$

Сущность метода построения кривых движения поезда при этом остается аналогичной предыдущему. Иногда лишь для удобства размещения графика необходимо изменить масштабы коэффициентов при переменных величинах.