Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова,
т. LIV вып. 1 1967 г.

УДК 622.676.2

К ВЫБОРУ ПАРАМЕТРОВ УПРУГИХ НАПРАВЛЯЮЩИХ СОСУДОВ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ШАХТНЫХ ПОДЪЕМОВ

Э. Я. Белостоцкий

От конструкции направляющих подъемных сосудов для вертикальных стволов шахт зависит в первую очередь величина динамической нагрузки взаимодействия с проводниками. Поэтому правильным выбором основных конструктивных параметров направляющих обусловлена нормальная работа всего подъема. Это особенно важно в настоящее время, когда резко возросли емкости подъемных сосудов, глубины стволов и скорости движения по ним.

Анализ различных систем направляющих, используемых в Советском Союзе и за границей [Залесов, 1966], позволил установить, что основным характеристическим параметром любой направляющей является ее жесткость.

Исследование механизма взаимодействия сосуда с проводниками и армировкой ствола в целом позволило дать ряд ценных рекомендаций по конструкциям армировки и упругих роликовых направляющих со сравнительно жесткими амортизационными элементами и предложить математические зависимости между ними. При этом сосуд рассматривался как абсолютно жесткое тело, обладающее двумя степенями свободы. Масса роликов не учитывалась. Допускались люфтовые или упруголюфтовые системы сосуд — проводник.

В таких условиях направляющая из постоянно действующего опорного элемента превращается в периодически работающий упругий буфер, а процесс взаимодействия сосуда с армировкой — в нестационарный. Применение систем таких конструкций, как известно, не дало ожидаемых результатов. Попытки достичь высоких скоростей движения сосудов по стволам, армированным металлическими коробчатыми проводниками, не дали желаемых результатов пока между роликовыми направляющими и проводниками сохранялись люфты, а приведенная жесткость упругих элементов направляющих имела сравнительно большие значения (1000 *кГ/см*), не подтвержденные расчетом.

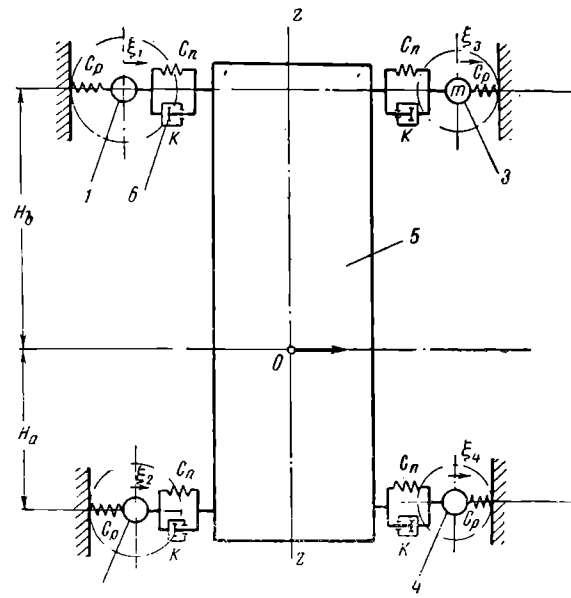
Эта система неизбежно приводит к нестационарным процессам, так как превращает систему сосуд — проводник в механизм с упругими связями, подверженный виброударным режимам нагрузки. Выбор параметров упругих направляющих усложняется необходимостью предварительного изыскания практически реальной расчетной схемы. Такой схемой может быть интерпретирована упругая пространственная колебательная система, которая легко распадается на две независимые, но идентичные плоские — в лобовой (см. рисунок) и боковой плоскостях.

Как известно, единственным и достаточным условием правильного выбора параметров принятой к исследованию колебательной системы является ее устойчивость в первом приближении при идеальных условиях [Ландау, Лившиц, 1965; Бабиков, 1965]. Следовательно, при начальных условиях должна быть обеспечена устойчивость самого сосуда как механи-

ческой колебательной системы со многими степенями свободы. Тогда возмущенные движения сосуда вблизи устойчивого положения равновесия, где потенциальная функция действующих сил достигает минимума, будут иметь колебательный характер, а прибавление диссипативных сил не нарушит этой устойчивости.

Для определения соответствия принятой системы этим условиям определим собственные числа колебаний сосуда путем составления и решения общих уравнений равновесия Лагранжа. В нашем случае система будет обладать шестью степенями свободы. Следовательно, математически уравнения равновесия составят систему из шести дифференциальных уравнений второго порядка.

На представленной схеме подъемного сосуда, совершающего колебания в своей лобовой плоскости, кузов этого сосуда имеет массу M с центром тяжести в точке O и момент инерции I_y относительно оси, перпендикулярной к лобовой плоскости. Положение центра тяжести определяется расстояниями $H_в$ и $H_а$ до верхних и нижних направляющих сосуда, имеющих массы роликов m. Каждая пара упругих элементов направляющей на схеме условно заменена пружиной соответствующей жесткости $C_п$ и $C_р$. Коэффициент сопротивления амортизаторов K принят для всех направляющих один.



Принципиальная схема механической колебательной системы сосуда в лобовой плоскости.

2, 3, 4 — ролики; *5* — сосуд; *6* — амортизатор.

Положение масс колеблющейся системы можно определить шестью обобщенными координатами: горизонтальным перемещением центра тяжести сосуда x; угловым перемещением кузова сосуда α; горизонтальным перемещением центров тяжести направляющих кузова ξ_1, ξ_2, ξ_3, ξ_4.

Если считать, что направляющие не отрываются от «идеальных» проводников, то дифференциальные уравнения колебаний кузова можно записать в виде

$$\ddot{x}+\frac{4K}{M}\dot{x}+\frac{4C_п}{M}x-\frac{2K}{M}(H_b-H_a)\dot{\alpha}-\frac{2C_п}{M}(H_b-H_a)\alpha-$$

$$-\frac{K}{M}\dot{\xi}_1-\frac{C_п}{M}\xi_1-\frac{K}{M}\dot{\xi}_2-\frac{C_п}{M}\xi_2-\frac{K}{M}\dot{\xi}_3-\frac{C_п}{M}\xi_3-\frac{K}{M}\dot{\xi}_4-\frac{C_п}{M}\xi_4=0; \qquad (1)$$

$$\ddot{\alpha}-\frac{2K}{I_y}(H_b-H_a)\dot{x}-\frac{2C_п}{I_y}(H_b-H_a)x+\frac{2K}{I_y}(H_b^2+H_a^2)\dot{\alpha}+\frac{2C_п}{I_y}(H_b^2+H_a^2)\alpha-$$

$$+\frac{K}{I_y}H_b\dot{\xi}_1+\frac{C_п}{I_y}H_b\xi_1-\frac{K}{I_y}H_a\dot{\xi}_2-\frac{C_п}{I_y}H_a\xi_2+\frac{K}{I_y}H_b\dot{\xi}_3+$$

$$+\frac{C_п}{I_y}H_b\xi_3-\frac{K}{I_y}H_a\dot{\xi}_4-\frac{C_п}{I_y}H_a\xi_4=0,$$

$$\ddot{\xi}_1-\frac{K}{m}\dot{x}-\frac{C_п}{m}x+\frac{K}{m}H_b\dot{\alpha}+\frac{C_п}{m}H_b\alpha+\frac{K}{m}\dot{\xi}_1+\frac{C_п+C_р}{m}\xi_1=0;$$

$$\ddot{\xi}_2 - \frac{K}{m}x - \frac{C_n}{m}x - \frac{K}{m}H_a\alpha - \frac{C_n}{m}H_a\alpha + \frac{K}{m}\dot{\xi}_2 + \frac{C_n+C_p}{m}\xi_2 = 0;$$

$$\ddot{\xi}_3 - \frac{K}{m}x - \frac{C_n}{m}x + \frac{K}{m}H_b\alpha + \frac{C_n}{m}H_b\alpha + \frac{K}{m}\dot{\xi}_3 + \frac{C_n+C_p}{m}\xi_3 = 0;$$

$$\ddot{\xi}_4 - \frac{K}{m}x - \frac{C_n}{m}x - \frac{K}{m}H_a\alpha - \frac{C_n}{m}H_b\alpha + \frac{K}{m}\dot{\xi}_4 + \frac{C_n+C_p}{m}\xi_4 = 0.$$

При составлении и решении уравнений собственных чисел колебаний сосуда статические деформации от предварительного натяга не играют никакой роли и ими можно пренебречь как свободными членами правой части неоднородных дифференциальных уравнений. По этой же причине не учитывается отклонение центра тяжести сосуда от оси подъема.

Выберем решение системы уравнений (1) вида

$$\left.\begin{aligned} x &= A_1 e^{\omega t}, \\ \alpha &= A_2 e^{\omega t}, \\ \xi_i &= A_i e^{\omega} \\ \text{при } i &= 3,\ldots,6. \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Чтобы исключить тривиальность решения уравнений, т. е. чтобы коэффициенты $A_1, \ldots, A_6$ отличались от нуля, определитель системы уравнений (1) после замены, согласно системе (2), должен равняться нулю. Решением определителя находится характеристическое уравнение двенадцатого порядка, которое после некоторых упрощений приводится к виду

$$\omega^{12} + 4\frac{k}{m}\omega^{11} + 4\frac{C}{m}\omega^{10} + 12\frac{KC}{m^2}\omega^9 + 6\frac{C}{m^2}\omega^8 + 12\frac{KC^2}{m^3}\omega^7 +$$

$$- 4\frac{C^3}{m^3}\omega^6 + 4\frac{KC^3}{m^4}\omega^5 + \frac{C^4}{m^4}\omega^4 + 2\frac{C^3C_p}{m^4}\left[(H_b^2 + H_a^2)\frac{K}{I_y} + 2\frac{K}{M}\right]\omega^3 +$$

$$+ 2\frac{C^3C_p}{m^4}\left[(H_b^2 + H_a^2)\frac{C_n}{I_y} + 2\frac{C_n}{M}\right]\omega^2 +$$

$$- 8H^2\frac{KC^2C_nC_p^2}{MI_ym^4}\omega + 4H^2\frac{C^2C_n^2C_p^2}{MI_ym^4} = 0, \qquad (3)$$

где $C = C_n \quad C_p$ и $H \quad H_b + H_a$.

Решение уравнения (3), а тем более его исследование в общем виде невозможно. Об этом свидетельствуют некоторые числовые решения на дискретной электронно-счетной машине «Минск-1» по специально составленной программе. Охватить весь возможный диапазон значений параметров направляющих сосудов практически трудно, так как на определении собственных чисел колебаний сосуда задача по выбору параметров упругих направляющих не исчерпывается. Окончательно их соответствие условиям устойчивого движения сосудов по вертикальным стволам шахт с необходимой скоростью можно определить из неоднородных дифференциальных уравнений, в правой части которых в математической форме отражены отклонения проводников от расчетной прямой и центра тяжести сосуда от исходного. Правой частью учитываются также статические деформации упругих элементов направляющих и влияние головных и хвостовых канатов на перемещения по координатам x и α.

Решением уравнений при помощи рядов можно получить необходимые функциональные зависимости и выполнить анализ, который невозможен при числовых решениях. Для этого система уравнений (1) преобразуется введением обозначений определенного физического смысла: $\lambda^2 = \frac{C_n}{M}$ — частот-

ная составляющая непосредственно кузова; $\nu^2 = \frac{C_p}{M}$ — частотная составляющая массы кузова при взаимодействии с упругим ободом ролика направляющей; $H_b = b$, $H_a \quad a$ — размерные характеристики сосуда; $\frac{1}{\rho^2} = \frac{M}{J_y}$ — отношение массы сосуда к его моменту инерции относительно оси y, перпендикулярной расчетной лобовой плоскости; $\mu^2 = \frac{m}{M}$ — отношение массы ролика к массе сосуда; $n = \frac{K}{\sqrt{Mm}}$ — отношение коэффициента амортизации к корню квадратному из произведения массы сосуда и ролика направляющей.

При принятых обозначениях и учитывая, что по-прежнему

$$\left.\begin{array}{c} x = Ae^{\omega t} \\ \alpha = \theta e^{\omega t} \\ \xi_i = B_i e^{\omega t} \\ \text{при } i = 1,\ .\ .,\ 4 \end{array}\right\}, \tag{4}$$

уравнения (1) можно записать в виде

$$(\omega^2 + 4\lambda^2) A - 2\lambda^2 (b-a)\theta - \lambda^2 \sum_{i=1}^{4} B_i + \mu \left[4nA - 2n(b-a)\theta - n \sum_{i=1}^{4} B_i \right] \omega = 0;$$

$$\left(\omega^2 + 2\lambda^2 \frac{b^2+a^2}{\rho^2}\right)\theta - 2\lambda^2 \frac{b-a}{\rho^2} A + \frac{\lambda^2}{\rho^2}\left[b \sum_{i=1,\ 3} B_i - a \sum_{i=2,\ 4} B_i \right] +$$

$$+ \mu \frac{n\omega}{\rho^2}\left[2(b-a) A + 2(b^2+a^2)\theta + b \sum_{i=1,\ 3} B_i - a \sum_{i=2,\ 4} B_i = 0; \right. \tag{5}$$

$$\left(\omega^2 + \frac{\lambda^2+\nu^2}{\mu^2}\right) B_i - \frac{\lambda^2}{\mu^2} A \quad \frac{\lambda^2}{\mu^2} b\theta + \frac{n\omega}{\mu}(B_i - A + b\theta) = 0, \text{ при } i = 1,\ 3;$$

$$\left(\omega^2 + \frac{\lambda^2\nu^2}{\mu^2}\right) B_i - \frac{\lambda^2}{\mu^2} A - \frac{\lambda^2}{\mu^2} a\theta + \frac{n\omega}{\mu}(B_i - A - a\theta) = 0, \text{ при } i = 2,\ 4.$$

В уравнениях (5) четко выявляются низкие и высокие частоты — первые кузова, вторые — направляющих.

Представим A, B_i, θ и ω в виде соответствующих рядов:

$$\left.\begin{array}{l} A = A_0 + \mu A_1 + \mu^2 A_2 + \mu^3 A_3 + . \\ B_i = B_i^{(0)} + \mu B_i^{(1)} + \mu^2 B_i^{(2)} + \mu^3 B_i^{(3)} + \\ \theta = \theta_0 + \mu\theta_1 + \mu^2\theta_2 + \mu^3\theta_3 + . \\ \omega = \omega_0 + \mu\omega_1 + \mu^2\omega_2 + \mu^3\omega_3 + . \end{array}\right\} \tag{6}$$

Тогда

$$B_i^{(0)} = \frac{\lambda^2 (A_0 - b\theta_0)}{\lambda^2 + \nu^2} \quad \text{и} \quad B_i^{(0)} = \frac{\lambda^2 (A_0 + a\theta_0)}{\lambda^2 + \nu^2}.$$

$$i = 1,\ 3 \qquad\qquad i = 2,\ 4$$

При этом

$$\omega_0^{(i)} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}\left\{ -\frac{2\lambda^2\nu^2}{\lambda^2+\nu^2}\left(\frac{b^2+a^2}{\rho^2} + 2\right)\right\} \pm \sqrt{\frac{4\lambda^2\nu^4}{(\lambda^2+\nu^2)^2}\left(\frac{b^2+a^2}{\rho^2} + 2\right)^2 - \frac{16\lambda^4 (a+b)^2}{\rho^2 (\lambda^2+\nu^2)}(\lambda^4 + \lambda^2\nu^2 + \nu^4)}}. \tag{7}$$

Чтобы все корни были комплексными числами с одним и тем же модулем, а их вещественная часть была отрицательной, достаточно, чтобы

$$\frac{(a+b)^2}{\rho^2}(\lambda^4+\lambda^2\nu^2+\nu^4)>\frac{\nu^4}{\lambda^2+\nu^2}\left(\frac{b^2+a^2}{\rho^2}+2\right)^2 \tag{8}$$

Анализ также показывает, что $\omega^{(i)}=\omega_0^{(i)}$ $i=1,\ \ .,4$ $i=1,\ \ .,4$ дает достаточно точные для практических расчетов значения собственных чисел колебаний кузова с низкой частотой.

Таким образом, критерием устойчивости сосуда в первом приближении (на низких частотах) является удовлетворение неравенства (8).

Аналогичным образом, однако, полагая, что

$$\left.\begin{aligned} A&=A_0\mu^2+A_1\mu^3+\\ \theta&=\theta_0\mu^2+\theta_1\mu^3+.\\ B_i&=B_i^{(0)}+B_i^{(1)}\mu+B_i^{(2)}\mu^2+\\ i&=1,.\\ \omega&=\frac{\omega_0}{\mu}+\omega_1+\mu\omega_2+ \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

находим высокочастотные корни, соответствующие частотам колебаний масс роликов направляющих.

Из уравнения (5) значение первого частотного члена, имеющего для всех четырех направляющих одну величину, будет

$$\omega_0=-\frac{n}{2}\pm i\sqrt{\lambda^2+\nu^2-\frac{n^2}{4}}. \tag{10}$$

Далее, вычислением вторых и третьих членов ряда уточняем, что частоты колебаний двух «верхних» и двух «нижних» роликов попарно равны и отличаются весьма незначительно. Особенно важно, что $\omega_1=0$ при всех значениях, когда $B_i\neq 0$ $(i=1,\ \ .,4)$.

Третий член ряда ω_2 определяется уравнением

$$(2\omega_0+n)^2\omega_2^2-2(2\omega_0+n)\frac{(\lambda^2+n\omega_0)^2}{\omega_0^2}\left(2+\frac{a^2+b^2}{\rho^2}\right)\omega_2+$$
$$+\frac{(\lambda^2+n\omega_0)^4}{\omega_0^4}\left[\left(1+\frac{b^2}{\rho^2}\right)\left(1+\frac{a^2}{\rho^2}\right)-\left(1-\frac{ab}{\rho^2}\right)^2\right]=0. \tag{11}$$

Из уравнения (11) видно, что $\omega_2^{(1)}=\omega_2^{(2)}=0$, $\omega_2^{(3)}$ и $\omega^{(4)}$ имеют конкретные и независимые значения только при

$$\rho^2=ab. \tag{12}$$

Формы колебаний определяются также из уравнений (6) зависимостями между A, θ и B_i, которые приводят к выводу, что возможны формы колебаний: несимметричная

$$B_1=B_3,\quad B_2=B_4, \tag{13}$$

симметричная

$$B_1=-B_3,\quad B_2=-B_4. \tag{14}$$

При колебаниях (14) $A=0$ и $\theta=0$, что особенно важно и может быть соблюдено, если отклонения проводников от номинала симметричны.

Таким образом, конструктивное оформление системы сосуд — направляющая при принятой схеме (см. рисунок) всегда обеспечит устойчивость в первом приближении. Ясно также, что может оказаться равной частота собственных чисел колебаний армировки и сосуда. Избежать этого можно, разбив армировку на участки, собственные числа колебаний которых не совпадут с собственными числами колебаний сосуда как системы, вычисленными предложенным методом.

Перемещения по обобщенным координатам, вызываемые неровностями проводников и воздействием канатов, рассчитываются как сумма решений однородных и неоднородных уравнений с правой частью. Так как число частных решений теоретически бесконечно, должны выбираться только характерные. Такими принято считать периодические и максимальные, единичные. Первые из-за возможных явлений резонанса, вторые — по допустимым перемещениям. Частота изменения динамической возмущающей силы зависит, разумеется, от скорости движения.

Таким образом, задача в полном объеме сводится к определению таких соотношений жесткостей упругих элементов направляющих и коэффициента амортизации, которые при определенной необходимой массе и форме сосуда и скорости его движения обеспечат устойчивое движение по вертикальному стволу. Для расчета шин должна определяться также энергоемкость процесса.

Выводы

1. Определяющими параметрами упругих направляющих (в том числе и роликовых) являются жесткость подпружинивания, жесткость контактирующего с проводником элемента, а также коэффициент амортизации.

2. Для независимой работы «верхних» и «нижних» направляющих необходимо с достаточной степенью точности соблюдение равенства квадрата радиуса инерции сосуда произведению расстояний «верхних» и «нижних» направляющих до центра тяжести сосуда. При этом достигается наибольшая устойчивость движения и «плавность» хода (наименьшие перемещения при прохождении неровностей).

3. Жесткость обода ролика или элемента, контактирующего с проводником, значительно влияет на «плавность» движения сосуда: чем меньше жесткость, тем большая скорость при всех равных условиях может быть достигнута сосудом.

4. Кинематические или динамические зазоры между направляющими и проводниками при любых скоростях движения для всех сосудов должны быть исключены предварительным статическим поджатием, которое должно полностью компенсировать отклонение центра тяжести сосуда и динамические составляющие с противоположной сигнатурой.

5. При навеске проводников должно соблюдаться условие «симметричности» отклонений от номинала. Это способствует возникновению симметричных колебаний направляющих, которые гасят низкочастотные колебания кузова.

6. При армировке ствола и навеске проводников необходима виброизоляция отдельных участков. Длину участков рассчитывают с учетом характеристики сосуда и его скорости.

ЛИТЕРАТУРА

Бабиков И. М. Теория колебаний. М., Наука, 1965.

Залесов О. А. Армировка вертикальных стволов шахт и ее исследование на электронных моделирующих установках. М., Недра, 1966.

Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика, т. 1. М., Наука, 1965.