Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LIV, вып 2, 1968 г.

УДК 548.12.4

СИММЕТРИЙНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ КРИСТАЛЛОВ

В. А. Мокиевский, И. И. Афанасьев

Связь пластической деформации кристалла с механическим воздействием однозначно устанавливается при помощи симметрии.

Фигура удара или давления [Mügge, 1898; Smakula, Klein, 1951] есть деформация в точке. Симметрия покоящейся точки, по А. В. Шубникову [1951], равна $\infty/\infty\ m$, а симметрия точки, движущейся в одном направлении, равна ∞m. Такой симметрией обладает полярный вектор. Напряжение на грани, создаваемое этим вектором, может быть эквивалентно описано двумерным полярным тензором с симметрией ∞m [Шубников, 1949]. Такое воздействие изотропно в плоскости грани и анизотропно по нормали к ней. Поэтому возникающая при уколе фигура зависит только от пластической анизотропии данной грани. Связь симметрии воздействия с симметрией кристаллической грани устанавливается на основе принципа симметрии Кюри [1894]. Этот принцип широко использовали для решения вопросов кристаллографии и кристаллофизики, но не учитывали при изучении пластичности кристаллов.

В настоящей статье сделана попытка применения этого принципа для исследования формы пластически деформированных кристаллов [Афанасьев, Мокиевский, 1966 а, б, в]. Если кристалл испытывает определенное внешнее воздействие, то результирующую группу симметрии можно определить как подгруппу, общую для группы симметрии кристалла и воздействия. Симметрия двумерных полярных тензоров описывается четырьмя группами [Шубников, 1949]: ∞, ∞m, 2, $2\,m$. При точечных воздействиях, описываемых полярным вектором, пластическая деформация также полярна, т. е. симметрия пластически деформированного индивида описывается десятью пирамидальными точечными группами симметрии. Плоскую модель можно превратить в объемную при центрально-кольцевом прогибе плоской круглой пластинки, вырезанной параллельно какой-либо грани кристалла. Различие между уколами и такими прогибами заключается в том, что при центрально-кольцевом прогибе линейные размеры кристалла соизмеримы с линейными размерами усилия, а при уколе линейные размеры усилия бесконечно малы по сравнению с размерами кристалла.

Обобщение принципа симметрии Кюри и постулата Неймана можно записать в виде

$$G'' \supseteq G^\circ \supseteq G',$$

где G'' — группа симметрии физического свойства, описывающегося тензором второго ранга (структурно-нечувствительное свойство); G° — точечная группа симметрии кристалла; G' — группа симметрии пластически деформированного кристалла. Это значит, что при любом воздействии на кристалл элементы классической симметрии следствия всегда составляют группу, являющуюся либо подгруппой класса симметрии кристалла, либо его над-

группой. Пластически деформированные кристаллы обладают минимальной симметрией по сравнению с 32 точечными группами симметрии, а их разнообразие определяется числом подгрупп данной группы симметрии кристалла. Поскольку пластически деформированный кристалл представляет собой текстуру, то симметрия ее форм является объективным критерием для понимания закономерностей распределения элементов текстуры (переориентированных областей), проявляющих себя на поверхности кристалла в виде реберных форм [Шафрановский, 1961; Шафрановский, Мокиевский, 1964].

Опыты на растяжение и сжатие кристаллов являются низкосимметричными вариантами деформации, которые определяются неоднородным распределением напряжений и поэтому плохо воспроизводятся. При центрально-кольцевом прогибе кристаллических пластинок результаты опытов вполне воспроизводимы, так как симметрия тензора воздействий согласуется с симметрией кристалла, т. е. в этих условиях кристалл максимально проявляет свою симметрию и содержит более полную информацию о ходе пластического течения. Символы ориентаций кристалла после деформаций обозначаются в криволинейных координатах звездочкой (рис. 1).

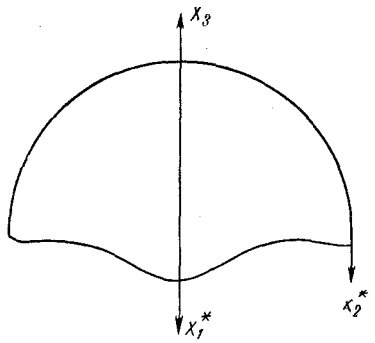


Рис. 1. Система координат X_i в пластически деформированном кристалле.
Оси координат совпадают с направлениями $\langle 100 \rangle$.*

Симметрия текстур пластически деформированного кристалла

Наиболее высокосимметричному случаю напряженного состояния отвечает поле, которое описывается тензором, имеющим форму

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{11} \end{bmatrix} \qquad (1)$$

и симметрию $\infty/\infty\, m$, являющуюся надгруппой группы $m3m$ кристалла NaCl. Анизотропными вариантами указанного поля являются поля с симметрией $m\infty : m$ и $m2 : m$, имеющие формы тензора

$$\left[\begin{array}{cc:c} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{11} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & \sigma_{33} \end{array}\right] \qquad (2) \qquad \left[\begin{array}{cc:c} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & \sigma_{33} \end{array}\right] \qquad (3)$$

Форме (2) тензора соответствуют опыты по центрально-кольцевому прогибу круглых пластинок, а форме (3) — по центрально-кольцевому прогибу эллиптических пластинок. Симметрия и форма пуансонов и матриц должны быть согласованы с симметрией напряжений и формой образца. Из формул (1)—(3) следует, что двумерное поле напряжений, параллельное какой-либо грани кристалла, описывается только двумя группами ∞m и $2m$, так что опыты по прогибу круглых и эллиптических пластинок и простому круговому изгибу стержней охватывают все возможные напряженные состояния, различные по симметрии. Кручение приводит к понижению симметрии двумерного тензора до ∞ и 2. В трехмерном пространстве им соответствуют группы симметрии аксиальных тензоров $\infty : 2$ и $2 : 2$. При центрально-кольцевом прогибе тензор напряжений геометрически можно представить как комбинацию полярного вектора и полярного двумерного тензора. В условиях наших опытов появление того или иного тензора имеет временную

зависимость, поэтому компоненту σ_{33} можно иногда рассматривать отдельно от компоненты σ_{11}. В начальной стадии деформация кристалла связана в основном с двумерным полярным тензором (в матрице тензора (2) он выделен пунктиром). По мере упрочнения кристалла компоненты σ_{33} начинают играть заметную роль. Присоединение σ_{33} к тензору напряжений повышает число измерений и симметрию самого тензора, что немедленно сказывается на формах фрагментации кристалла.

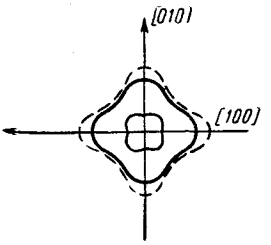


Рис. 2 Сечение поверхности модулей Юнга плоскостью куба кристалла NaCl по С. П. Никанорову и А. В. Степанову [1964].

Кинематика изгиба. Сечение поверхности модулей Юнга плоскостью куба (рис. 2) произведено при температурах выше точки упругой изотропии. Превращение плоской пластинки в часть сферической оболочки является процессом многостадийным. По отпечаткам матрицы и пуансона на деформированном кристалле можно выделить три стадии пластических движений: 1) изгиб вокруг [*100*] и [*010*] (в плоскости образца); 2) изгиб вокруг [*110*] и [$1\bar{1}0$]; 3) изгиб вокруг [*001*]. Как видно на рис. 3, предел упругости (текучести) при изгибе вокруг [*100*] и [*010*] ниже, чем вокруг любого направления [*hko*]. Обжатие пластинки на матрице заканчивается при $\gamma = 0{,}3$ (отношение стрелы прогиба к диаметру образца). При $\gamma = 0{,}2$ радиальная кривизна в центре пластинки больше кривизны пуансона. Здесь кристалл как бы складывается вокруг [*100*] и [*010*] подобно конверту. При полном обжатии пластинки на матрице деформированный кристалл представляет собой коноид с линиями перегиба по (*100*) * и (*010*) *. Изгибающие моменты M вокруг соответствующих направлений удовлетворяют

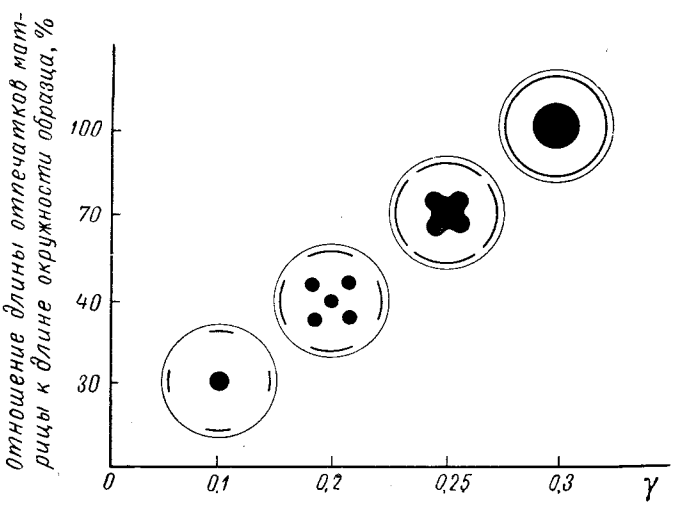


Рис. 3. Изменение отпечатков окрашенных матриц и пуансона (черное) в зависимости от стрелы прогиба γ.

неравенству M [*110*] $\geq M$ [*hko*] $> M$ [*100*]. С увеличением стрелы прогиба ($\gamma > 0{,}3$) кристалл вытягивается, т. е. к изгибу вокруг [*110*] и [$1\bar{1}0$] прибавляется изгиб вокруг [*001*]. Коноид, образовавшийся на первой стадии, на второй стадии (вытяжке) разгибается (деформация меняет знак на противоположный) и кристалл уменьшает свою кривизну. Так как на первой стадии произошло упрочнение кристалла в областях, прилегающих к [*100*]* и [*010*]*, то новый предел упругости оказывается более высоким, чем в областях [*110*]* и [$1\bar{1}0$]*. Поэтому одновременно с разгибанием вокруг [*100*] идет изгибание кристалла вокруг [*110*]*. На третьей стадии деформирования ($\gamma > 0{,}5$) кристалл изгибается вокруг [*001*]* с образо-

ванием фестонов. Граница между второй и третьей стадиями четко не устанавливается. Изменения радиусов кривизны приведены на рис. 4.

Текстуры деформированного кристалла. Кинематика пластических движений кристалла согласуется с его симметрией. Видимая симметрия деформированного кристалла отвечает группе *4mm*, что обусловлено его формой и фрагментацией. Как видно из рис. 5, в деформированном кристалле можно выделить области с симметрией *4mm*, *2mm*, *m* и *1*. Внешний вид фрагментов

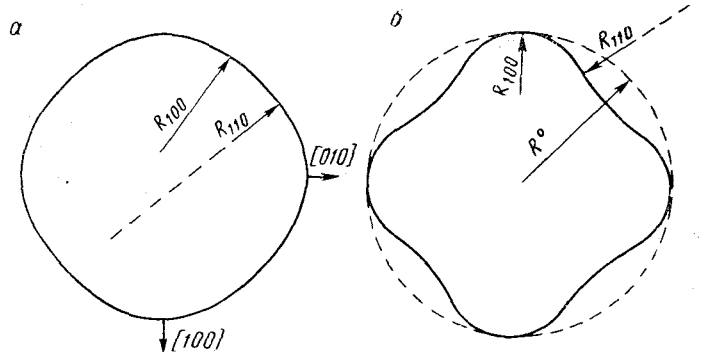


Рис. 4. Схема изменения радиуса кривизны R исходного образца вдоль [*100*] и [*110*] на первой стадии (*а*) и при переходе ко второй (*б*).

сходен с пластинами, которые в свое время наблюдали Р. Браунс [1889], Н. А. Бриллиантов и И. В. Обреимов [1937], А. В. Степанов и А. В. Донской [1954], В. Л. Инденбом и А. А. Урусовская [1959]. Размеры фрагментов колебались от десятых долей миллиметра до 0,5 *мм*. Границы между фрагментами в основном совпадали с поверхностями (*110*)*. При сильных отклонениях границ от (*110*)* наблюдались клиновидные блоки (рис. 6). Участки периферии образца, прилегающие к (*100*)*, отвечают симметрии *m* и имеют двухъярусное строение (рис. 7), что согласуется с изображением штриховки на

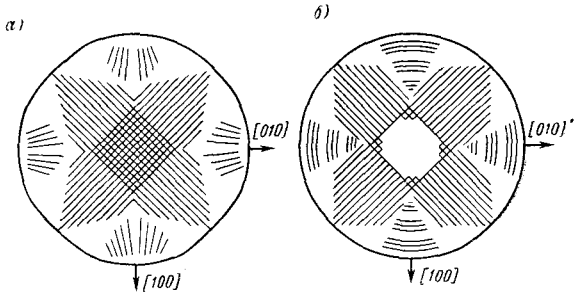


Рис. 5. Схема фрагментации пластически деформированных кристаллов со структурой типа галита.
а — поверхность (*001*) *; *б* — поверхность ($00\bar{1}$) *.

рис. 5. Задача кристаллографического исследования текстуры деформированного кристалла сводится к изучению формы штриховок. Рост фрагментов начинается от верхней и нижней поверхностей образца как от мест, испытывающих максимальное смещение относительно друг друга. При несовпадении фрагментов, растущих сверху и снизу, на их стыке возникает переходная область (рис. 8). Текстура, изображенная на рис. 7, интерпретируется с помощью реберных форм (рис. 9), которые выводятся из бесконечных плоских групп [Мокиевский, Шафрановский, 1962]. Текстура из области, прилегающей к (*110*)* (рис. 10), состоит из двух систем фрагментов [Афанасьев, 1964; Афанасьев, Мокиевский, 1966а]. Сопряженные фрагменты первого порядка содержат фрагменты второго порядка. Направление [*111*]* является общим для двух смежных фрагментов первого порядка. Центральная область образца с пересекающимися фрагментами интерпретируется при помощи бесконечной симметрии C^1_{4v} (рис. 11). Морфологическая симметрия частично

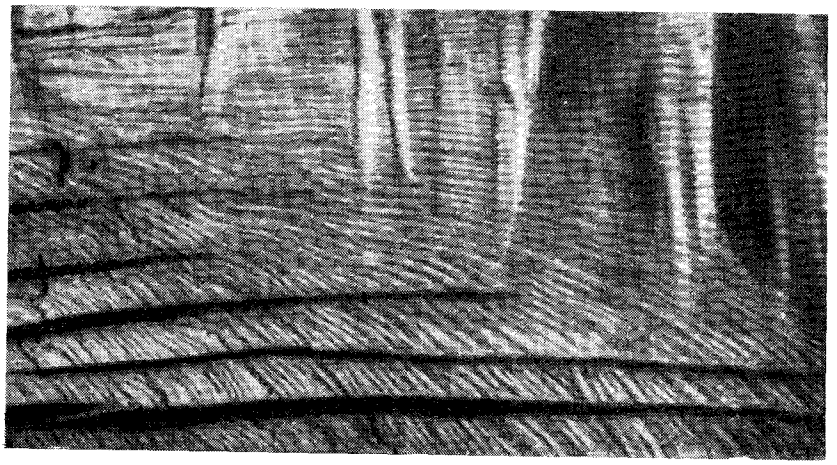


Рис. 6. Искажение границ фрагментов при полигонизации. Фрагменты внизу слева не полигонизованы, ×35.

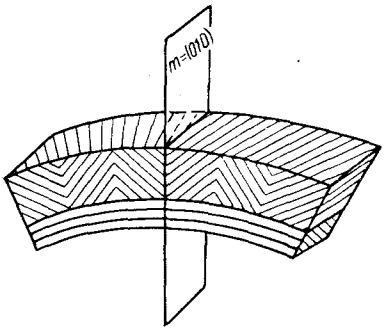


Рис. 7. Схема текстуры фрагментов вдоль направления [*100*].*

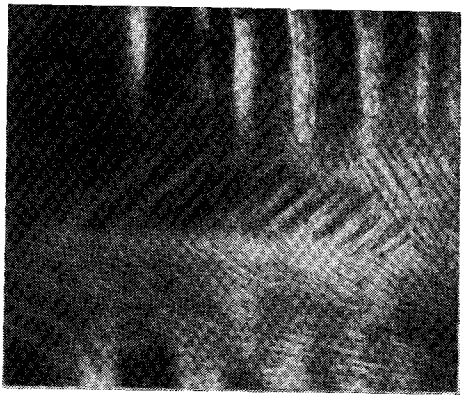


Рис. 8. Образование одноярусной текстуры за счет развития фрагментов системы (*110*) * на фрагментах системы (*101*) * от поверхностей (*001*) * и ($00\bar{1}$) *. Фрагменты системы (*110*)* укрупняются. ×40.

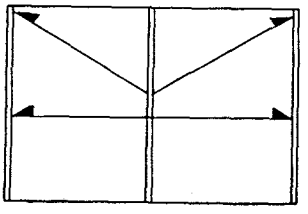
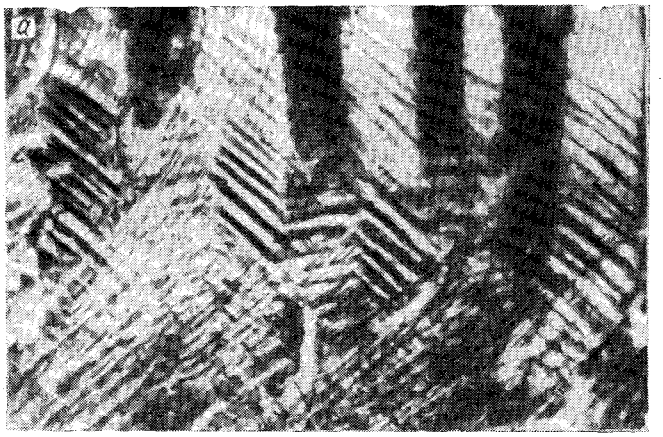


Рис. 9. Простые реберные формы в группе C_s^1, соответствующие ребрам между гранями фрагментов текстуры рис. 7.

согласуется с симметрией оптических аномалий (рис. 12). При этом группа симметрии оптических аномалий C_4^1 является подгруппой группы C_{4v}^1, что, очевидно, связано с нецентросимметричным строением границ между фрагментами. Центросимметричные кристаллы образуют границы без центра, так как в противном случае переориентировка областей невозможна. Гонио-



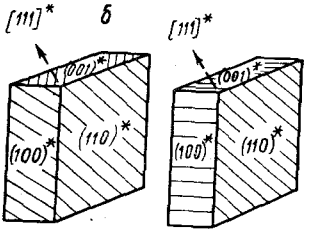
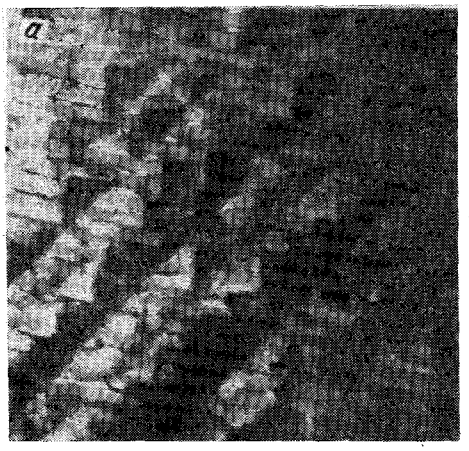


Рис. 10. Фрагменты текстуры из области, прилегающей к (*110*) * (× 70) (*а*) и сочленение фрагментов второго порядка в смежных пластинах фрагментов первого порядка вдоль [*111*] * (*б*).

метрически установлено, что осью поворота двух смежных фрагментов является направление [*111*], общей плоскостью (границей) являются (*hkl*) зоны [*111*] и граница имеет симметрию m' [Мокиевский и др., 1966]. Угол поворота колеблется от 7 до 13°. Суммарную симметрию такого образования можно охарактеризовать двойниковой симметрией $\bar{3}\ m'$.

На первых стадиях деформирования ($\gamma = 0{,}1$—$0{,}2$) напряжения в образце можно связывать с действием плоского тензора (2). При $\gamma = 0{,}3$—$0{,}5$



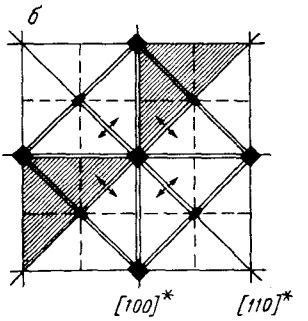


Рис. 11. Текстура бесконечного реберного узора в группе C_1^1 на (*001*)* (*а*) и соответствующая ей плоская федоровская группа (*б*).
Оттенены треугольники, одновременно отражающие свет.

происходит разгибание и прогибание некоторых участков образца и на первый план выдвигается действие нормальных напряжений, различных в разных точках кривой поверхности. Оболочка, следовательно, должна образовываться только за счет действия плоскостей скольжения, находящихся под углом 45° к направлению усилия. Неоднородность работы этих плоскостей приводит к образованию фрагментов типа «иррациональных двойников» Бриллиантова — Обреимова. Это положение проверено деформацией при условиях: $R_p \ll R_m$ и $R_p \gg R_m$ (R_p — радиус кривизны пуансона, а R_m — радиус кривизны матрицы). Результаты деформации (рис. 13) подтвердили

положение о том, что воздействие является комбинацией полярного вектора с симметрией ∞m и двумерного полярного тензора (∞m), что согласуется

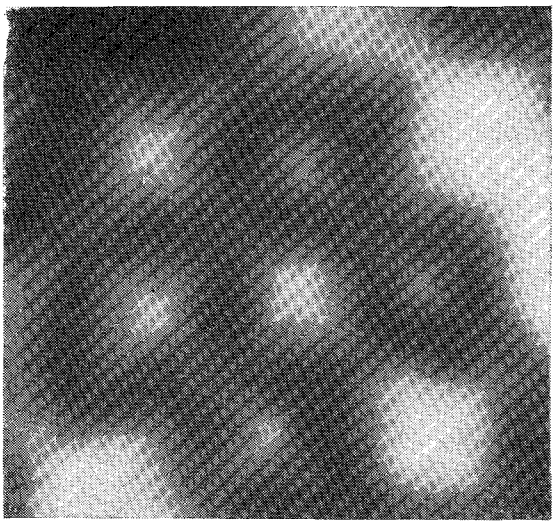


Рис. 12. Узор, образующийся при пересечении полос двойного лучепреломления при наблюдении вдоль [*001*], ×120.

с формой отпечатков пуансона (см. рис. 3). Чем больше площадь отпечатка, тем шире область, занятая крестообразной штриховкой. Фрагменты первого порядка (см. рис. 10, *а*) образуются позже, чем фрагменты второго порядка,

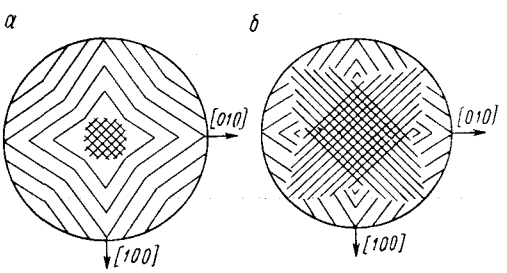


Рис. 13. Влияние высоких нормальных напряжений на форму фрагментов: *а* — только в центре образца; *б* — на большей части поверхности образца.

и показывают, что процесс фрагментации кристалла идет в сторону увеличения размеров элементов текстуры.

Дислокационная структура деформированного кристалла изучалась методом избирательного травления (рис. 14). Два смежных фрагмента раз-

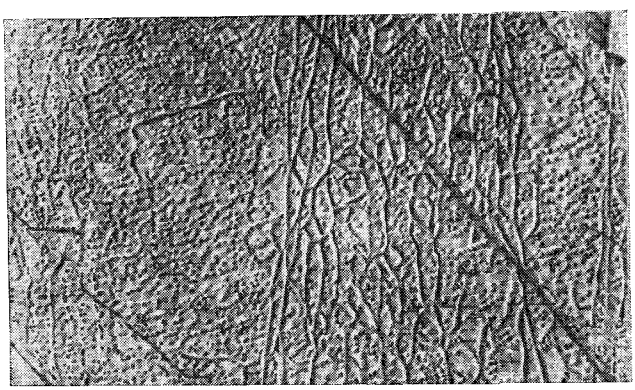


Рис. 14. Дислокационная структура смежных фрагментов первого порядка, ×250.

личаются степенью развития межкристаллических границ, что связано с неодинаковым диффузионным движением краевых и винтовых дислокаций. Следовательно, полигонизация способствует повороту решетки в смежных

фрагментах и должна рассматриваться как необходимая составная часть механо-ориентационного процесса [Степанов, 1953].

Симметрия деформированного кристалла является симметрией его текстуры, которая наследуется от исходного монокристалла и представляет собой пирамидальные подгруппы исходной точечной группы симметрии кристалла. Рентгенограммы пластически изогнутых кристаллов (рис. 15) и формы растворения шаров (рис. 16), приготовленных из различных областей деформированного кристалла, отражают как симметрию текстуры, так и неизменность атомной структуры отдельных фрагментов деформирующегося кристалла. Следовательно, эффект Степанова [1933] вызван появлением ацентрических границ между фрагментами, что согласуется с полярностью двойниковых границ кристаллов этого класса симметрии [Мокиевский и др., 1966]. Двойниковые границы могут быть границами кручения и наклона. В первом случае граница образована только винтовыми дислокациями, во втором — только краевыми. Этот вопрос более подробно рассмотрен ниже.

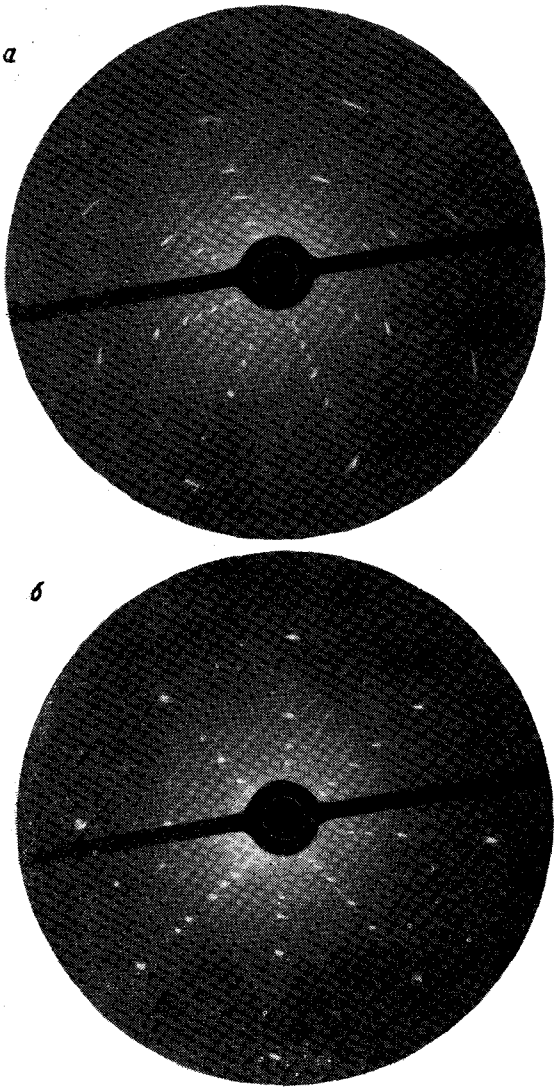


Рис. 15. Эпиграмма кристалла LiF при 525° С. *а* — изогнутого (симметрия формы пятен согласуется с группой морфологической симметрии *m*, присутствуют все отражения, так как пространственная группа симметрии кристалла не изменяется); *б* — после разгибания (получает симметрию 4 *m*).

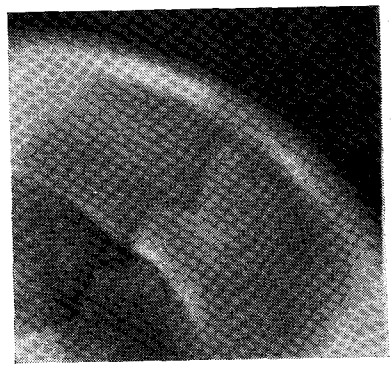


Рис. 16. Вершинник растворения :*001*: на шаре, приготовленном из пластически деформированного кристалла, ×20.

Морфология пластически деформированного кристалла

Симметрия и форма текстур деформированного кристалла являются двумя сторонами его кристалломорфологии, отражающей физические закономерности пластической деформации. Расширенное учение о формах кристаллов [Шафрановский, 1961] позволяет описать формы текстур, возникающих

при пластической деформации, и обнаружить закономерности в «незакономерных» переориентировках типа сбросов или иррациональных двойников.

Так как на поверхности деформированного кристалла возникает штриховка, представляющая ребра между переориентированными фрагментами, то морфология описывается плоскими реберными формами и их физическими разновидностями [Шафрановский, Мокиевский, 1964]. Объемное описание текстуры дается при помощи каркасных реберных форм [Михеев, Шафрановский, 1955].

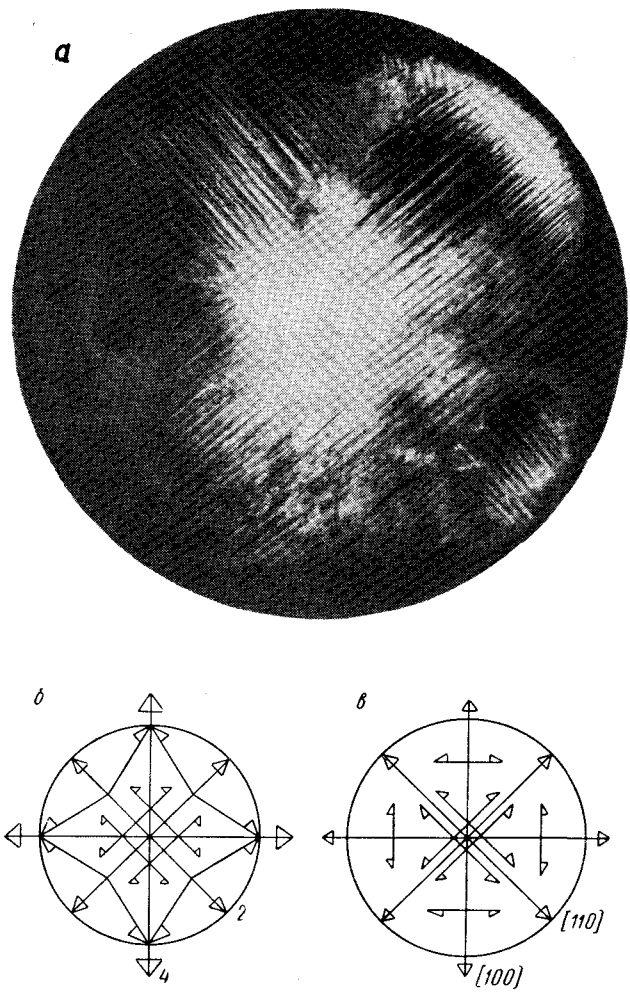


Рис. 17. Пластически деформированные кристаллы типа NaCl (*а*) и морфологическая схема поверхностей (*б*, *в*).

Морфология. В кубическом кристалле класса *m3m* имеется семь простых форм, симметрия которых описывается пятью группами *4mm*, *3m*, *2mm*, *m* и *1*. Рассмотрим последовательно внешнюю морфологию деформированных пластин, вырезанных *параллельно* различным граням.

Куб. Симметрия грани *4mm*. Реберный узор на поверхности *(001)** состоит из двух простых форм (рис. 17). Одна из форм является тетрагональной реберной звездой, вторая — удвоенным тетрагональным реберным пучком. Особенностью таких узоров является их мультипликативность (упорядоченная мозаика). Для их описания применима симметрия подобия [Шубников, 1960]. Подобие в текстурном реберном узоре согласуется с неоднородностью пластически деформированного кристалла. На поверхностях *(100)** наблюдаются еще две формы (см. рис. 7). На поверхностях *(110)** реберный узор, показанный на рис. 7, трансформируется в узор, показанный на рис. 18. Возникновение отмеченных реберных форм тесно связано с процессом пластического течения кристалла. Для установления этой связи на образец перед деформацией наносили концентрические окружности, которые после деформации сохранялись только в области пересечения реберных пучков. За пределами этой области они превращались в сложные кривые, формы которых подобны сечениям поверхности модулей Юнга гранью куба (рис. 2), но повернуты на 45° (рис. 19).

Деформация происходит в две стадии, различные по симметрии напряженного состояния. Эти стадии фиксируются реберными формами тетрагональной сингонии, так как тензор напряжений переводит исходный кристалл в тетрагональный с симметрией *4mm*. Две плоские реберные формы, представляющие границы между фрагментами, на основании изучения сколов по-

(*100*) легко переводятся в каркасные формы. Первая стадия характеризуется формами — плоская звезда *23* и $T80sa$ (*29*), вторая — $T8D_h$ (*11*) $T8П_r$ (*14*).

Октаэдр. Симметрия грани *3m*. Симметрия морфологического реберного узора после деформации сохраняется. Узор состоит из двух плоских реберных

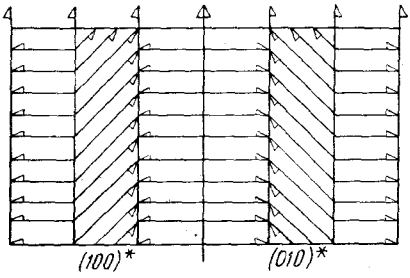


Рис. 18. Морфологическая схема фрагментов на спайном сколе, показанном на рис 10.

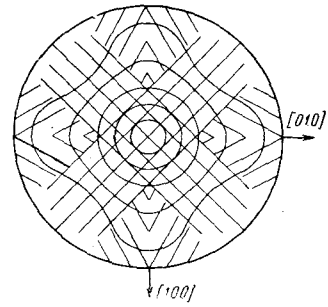
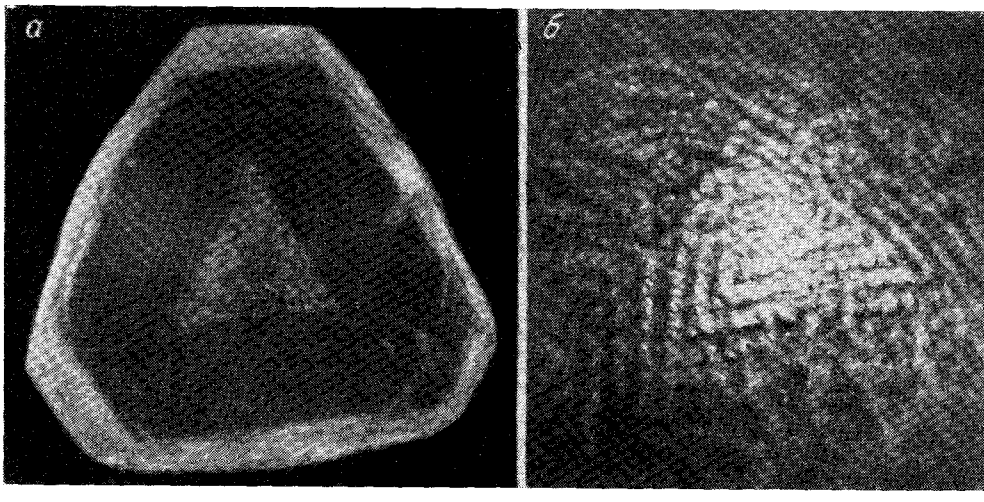


Рис. 19. Связь формы текстурного реберного узора с формой окружностей, искаженных деформацией грани куба ($\gamma = 0{,}5$).

форм: удвоенного тригонального реберного пучка и тригональной реберной звезды (рис. 20). На вогнутой поверхности наблюдается реберный пучок, повернутый относительно реберного пучка на выпуклой поверхности на 60°.



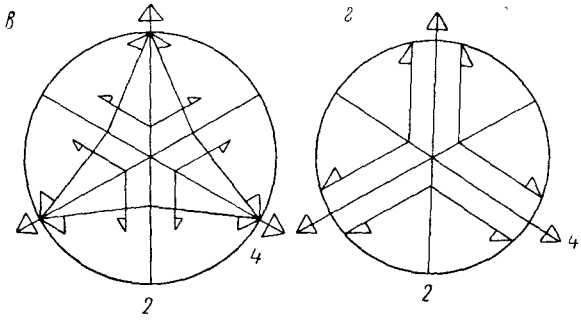


Рис. 20. Октаэдр с отпечатком матрицы и пуансона: *а* — схема деформации; *б* — текстурный реберный узор с преимущественным развитием тригонального реберного пучка; *в* — схема (*111*) *; *г* — схема ($\bar{1}\bar{1}\bar{1}$) *. Реберный пучок нецентросимметричен.

Реберная звезда на вогнутой поверхности никогда не наблюдается. Следовательно, «центр симметрии» как бы сохраняется в деформированном кристалле только для одной формы. Реберная звезда связана с полярно-векторным

воздействием, а реберный пучок — с полярно-тензорным. По аналогии с кубом при деформации октаэдра узор последующей текстуры включает узор предыдущей. Наблюдения над кинематикой прогиба показали отсутствие резкой анизотропии пластических движений. Кручение торца незначительно. Отделить текстуру звезды от текстуры пучка, как это делалось для куба,

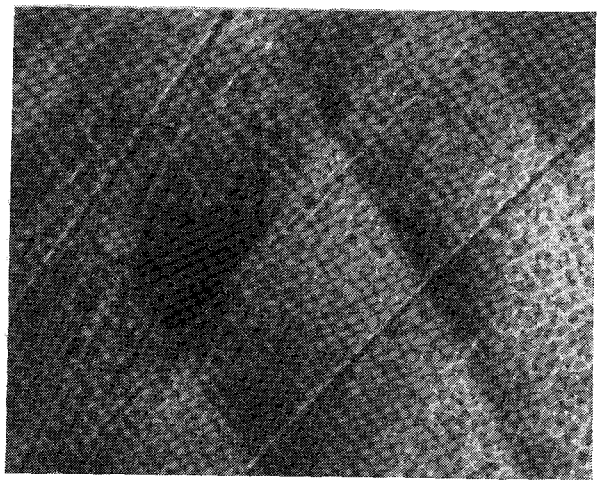


Рис. 21. Полосы двойного лучепреломления на грани (*111*) деформированного кристалла LiF. Линии соответствуют направлениям [*110*]. Поляризованный свет. ×300.

невозможно ни при каких γ. Фестоны почти не заметны, так что октаэдр по своим пластическим свойствам почти изотропен.

Оптические аномалии распределялись в соответствии с плоской бесконечной группой C_{3v}^{11}, что хорошо видно только при больших радиусах кривизны кристаллов NaCl (рис. 21).

Ромбододекаэдр. Симметрия грани *2mm*. Реберный текстурный узор характеризуется двумя реберными формами (рис. 22). Вместо фестонов

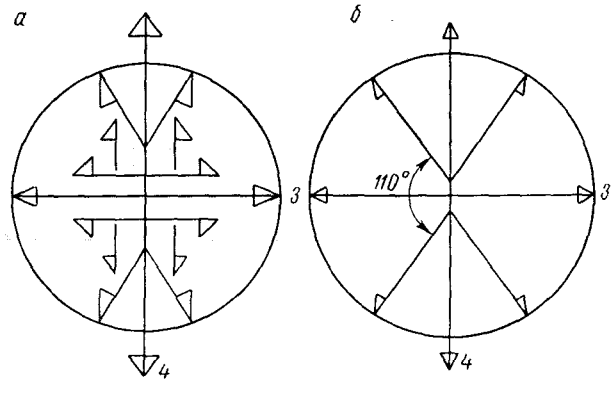


Рис. 22. Схема деформированных граней: *а* — (*110*); *б* — ($\bar{1}10$); *3*, *4* — направления к полюсам симметрии.

отмечены полукруглые участки, свободные от штриховок и расположенные вблизи стереографических центров граней октаэдра, если с центром проекции совмещена проекция направления [*110*].

Тетрагексаэдр, тригон-триоктаэдр, тетрагон-триоктаэдр. Симметрия граней *m*. Текстурные реберные узоры согласуются с симметрией разреза. На поверхности (*210*) реберные формы представляют собой элементы текстурного реберного узора куба и ромбододекаэдра. На ориентациях (*221*) реберный узор образует комбинацию элементов текстуры ромбододекаэдра и октаэдра, а на поверхности (*211*) — промежуточную между кубом и октаэдром.

Гексоктаэдр (*321*). Симметрия грани *1*. Деформация разреза асимметрична. Усилие приложено по направлению, не совпадающему ни с одним из

элементов симметрии. Возникающий асимметричный реберный узор состоит из одних монореберников, принадлежащих текстурам реберных узоров трех основных ориентаций — куба, октаэдра и ромбододекаэдра.

Аналогичные узоры наблюдались для текстур деформации кристаллов CsI, Si, Ge, CaF_2. Реберные узоры на CsI нечеткие.

Обобщение реберных узоров

На всех гранях, кроме (*321*), наблюдаются две реберные формы текстурных узоров, отвечающие двум стадиям (и механизмам) пластической деформации кристалла. Это особенно хорошо видно на примере деформации разрезов по (*210*), (*211*), (*221*). Деформация в начальную стадию прогиба связана с плоским полем напряжений. Поэтому обнаруженная каркасная реберная форма *T80sa* (*29*) является объемным кристаллографическим изображением деформаций при плоском поле напряжений. Заменив плоское скалярное поле

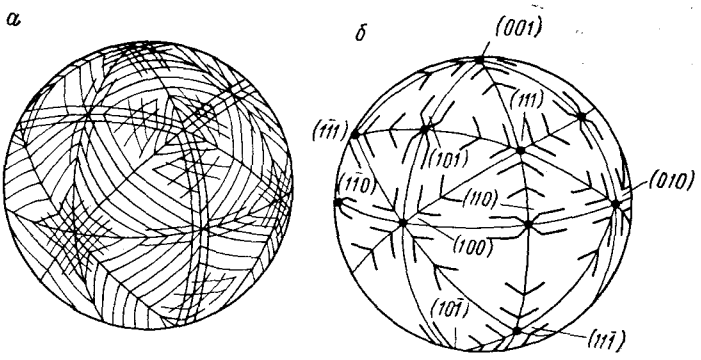


Рис. 23. *Обобщенная морфологическая интерпретация пластически деформированных кристаллов* (*а* — со структурой типа NaCl; *б* — со структурой типа CsCl) *в поле напряжений, образующих тензор с симметрией* $\infty/\infty\, m$.

напряжений с симметрией ∞m объемным скалярным полем с симметрией $\infty/\infty m$, получим плоскую деформацию оболочки под действием тензора напряжений (*1*), т. е. трехмерное изображение двумерных реберных форм, возникающих на замкнутой оболочке при пластическом изменении ее радиуса кривизны (рис. 23, *а*). Звезды и диреберники отвечают случаю тангенциальных смещений оболочки, а пучки и парареберники — радиальным смещениям, возникающим в результате упрочнения.

На рис. 23 изображены возможные механизмы пластической деформации кристалла, пластическая анизотропия данного кристалла в любой кристаллографической ориентации, изменение механических свойств кристалла в зависимости от появления того или иного реберного узора и возможные пути упрочнения кристаллических пластинок при помощи деформаций. На рисунке выявляется пластическая индикатриса кристалла, отсутствующая до сих пор в разделе физической кристаллографии, устанавливается взаимосвязь принципов Неймана и Кюри при пластической деформации и пути определения кристаллографических ориентаций по наблюдениям форм штриховок деформированного кристалла.

Морфология пластически деформированного кристалла должна включать следующие случаи рассмотрения текстурных реберных форм: 1) двумерные для плоского поля напряжений; 2) трехмерные для плоского поля напряжений; 3) двумерные для объемного поля напряжений; 4) трехмерные для объемного поля напряжений. В каждом из этих случаев можно найти однозначное соответствие реберных форм компонентам тангенциальных σ_{11} и нормальных σ_{33} напряжений и представить морфологию пластически деформированного галита в виде таблицы. Аналогичные «пластические индикатрисы» можно

получить и для кристаллов других веществ при деформациях с контролируемой симметрией напряжений. На рис. 23, *б*, например, такие индикатрисы построены по фигурам удара на кристаллах йодистого цезия.

Реберные узоры и соответствующие им формы тензоров напряжений

Форма реберных узоров	Число измерений формы	Форма тензора напряжений	Число измерений тензора	Симметрия тензора
Звезды и диреберники	2	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0\\ 0 & \sigma_{11}\end{matrix}$	2	$\infty\, m$
Пучки и парареберники	2	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{33}\end{matrix}$	3	$m\infty : m$
Каркасные аналоги звезд и диреберников	3	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0\\ 0 & \sigma_{11}\end{matrix}$	2	$\infty\, m$
Каркасные аналоги пучков и парареберников	2	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{33}\end{matrix}$	3	$m\infty : m$
Звезды и диреберники	2	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{11}\end{matrix}$	3	$\infty/\infty\, m$
Пучки и парареберники	2	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{11} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{33}\end{matrix}$	4	$m\infty : \underline{m}$
Каркасные аналоги звезд и диреберников	3	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{11}\end{matrix}$	3	$\infty/\infty\, m$
Каркасные аналоги пучков и парареберники	3	$\begin{matrix}\sigma_{11} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_{11} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_{11} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{33}\end{matrix}$	4	$m\infty : \underline{m}$

Геометрические соотношения между напряженными состояниями и текстурными узорами можно получить на основе представлений Ная [1953]. Геометрическим образом полярного тензора с симметрией $m\infty : m$ является эллипсоид вращения, представляющий опорную поверхность при деформации. При центрально-кольцевом прогибе следует рассматривать сечение опорной поверхности (эллипсоида) деформирующим образом (рис. 24). Части образца, расположенные вдоль [*100*], [*110*], [*hko*], можно считать испытывающими круговой изгиб. Области образца, ограниченные контуром опорного

эллипсоида, испытывают окружной изгиб. Области образца, ограниченные эволютой эллипсоида, испытывают высокие нормальные напряжения, при которых образуются реберные текстурные узоры типа пучков и парареберников. При центрально-кольцевом прогибе деформация в начальной стадии происходит с образованием переориентированных областей, а не путем перегиба линий скольжения. Штриховка $T8D_h$ (*11*) + $T8\Pi_v$ (*14*) является сбросом «иррационального двойника», или, согласно Ф. Франку и А. Стро [Frank, Stroh, 1952] — сбросом сброса. Соотношения между радиусом кругового сечения опорного эллипсоида и радиусом пластинки могут изменяться различными соотношениями между R_m, R_p и R_k. Рассмотрение деформации с дислокационной точки зрения и с позиций принципа симметрии Кюри согласуются между собой. Опорные кривые, рассмотренные Наем, являются геометрическими образами сечений поверхностей тензора второго ранга.

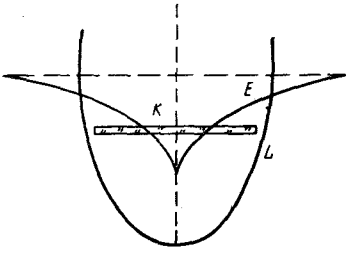


Рис. 24. Геометрическая интерпретация напряженного состояния образца, находящегося под действием сил, образующих полярный тензор с симметрией $m\infty : m$.

E — эволюта опорной кривой; *L* — опорная кривая, *K* — кристалл из фрагментов различных порядков.

Таким образом, наивысшей группой симметрии текстуры пластически деформированного кристалла является группа симметрии самого кристалла. Однако в каждом конкретном случае, задавая различную симметрию внешних напряжений, можно получить текстуры с симметрией всех подгрупп исходной точечной группы симметрии разреза.

Текстуры при эллипсоидальном прогибе

Если группа симметрии воздействия есть подгруппа симметрии кристаллографической ориентации, то группа симметрии реберного узора описывается подгруппой $G' \supseteq G^\circ$. Обозначим группу симметрии воздействия G^t. Тогда: 1) $G' = G^\circ$, если $G^t \supseteq G^\circ$; 2) $G^\circ \supseteq G'$, если $G^\circ \supseteq G^t$. Следовательно, $G^t \supseteq G'$. Поэтому для грани куба симметрия текстурного реберного узора должна быть не выше *2mm* и не ниже *2*. В первом случае тензор напряжений приведен к главным осям, т. е. оси координат совпадают с кристаллографическими осями четвертого или второго порядка. Во втором случае тензор не приведен к главным осям и имеет форму

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

отвечающую симметрии *2*. Поэтому кристаллическая пластинка эллиптической формы с осями [*210*] должна не только изгибаться, но и закручиваться.

Если эллиптический образец ориентирован по осям куба, то при деформации возникают узоры, отвечающие симметрии *2mm*. Области наибольшей кривизны сложены диреберниками, а центральная часть образца — реберными пучками, которые в области наименьшей кривизны сложены элементами пересекающихся пучков, представляющих собой диреберники. Текстура центральной части сходна с узором, возникающим в центральной части образца при прогибе круглой пластинки. Симметрия деформированного кристалла противоречива. В центральной части он стремится получить шаровой изгиб вместо эллиптического. Отпечатки пуансона свидетельствуют о том, что области, расположенные вдоль короткой оси эллипса, деформированы максимально (рис. 25, *а*). Это является причиной превращения диреберника (элемент тетрагональной звезды) в парареберник, соответствующий тензору $m2 : m$. При ориентировке эллипса по [*110*] пластинка стремится изогнуться вокруг диагональных направлений [*100*], благодаря чему области, расположенные у концов длинной оси эллипса, приподнимаются (рис. 25, *б*).

Реберные узоры являются элементами тетрагональных пучков и звезд. Пересекающиеся парареберники в центральной части образца не наблюдаются. Симметрия текстуры остается *2mm*, а число реберных форм увеличивается до четырех.

При деформации пластинки, вырезанной параллельно (*110*), симметрии кристалла и воздействия равны. Если большая ось эллипса совмещена с [*001*], то узоры весьма нечетки, и их интерпретация затруднительна. На рис. 26 показана схема этих узоров на (*110*)*. Кривыми линиями ограничены области максимального светорассеяния, в которых происходило тонкое скольжение. Оба варианта деформации пластин по (*110*) дали нечеткую картину

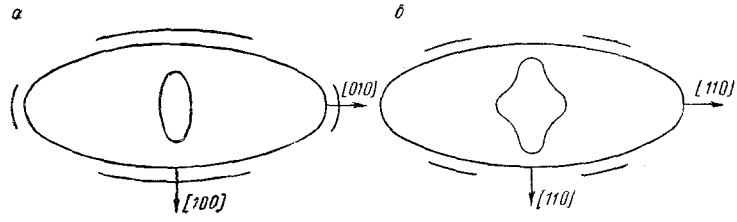


Рис. 25. Отпечатки пуансона и матрицы при ориентировке образца эллиптической формы по осям четвертого (*а*) и второго (*б*) порядков.

реберных узоров. Создается впечатление, что кристалл слабо реагирует на различие в ориентировке эллипса при равенстве групп симметрии воздействия и разреза.

Текстуры при круговом изгибе

Круговой изгиб кристаллического стержня является частным случаем центрально-кольцевого прогиба пластинок. Симметрия воздействия отвечает группе *2mm*. При изгибе стержня с незащемленными краями нормальные напряжения σ_{33} малы. Деформацию можно полностью изучить при помощи симметрии двумерных полярных тензоров. Кристалл деформировался на опорах в виде двух параллельных валков вокруг цилиндрического пуансона. Видимая симметрия исходного кристалла отвечала *mmm*. Отмеченная выше симметрия воздействия допускает существование правых и левых форм деформированных кристаллов.

Ниже будут рассматриваться только изгибы (*100*) [*001*], (*100*) [*011*], (*100*) [*021*] и (*111*) [*110*]. Такая запись означает, что плоскость изгибается вокруг соответствующего направления.

Текстурные реберные узоры из линий скольжения описываются теми же способами, что и морфология переориентированных областей, возникающих при прогибе пластинки. Скольжение, происходящее при круговом изгибе, стержня, создает разориентировку фрагментов порядка 1° [Шаскольская, Сунь Жуй-фан, 1959]. Линейные размеры фрагментов равны 0,1—0,3 *мм*.

Изгиб по системе (*100*) [*001*]. Деформацию проводили при 500° С. В поляризованном свете наблюдалась картина макроскопических напряжений, связанная со скольжением. Криволинейность текстурных узоров маскирует проявление морфологической сущности картины. Поскольку кривизна кристалла остается даже тогда, когда исчезают дислокации (в процессе отжига), то сама кривизна кристалла не является морфологическим признаком, определяющим его деформированное состояние. Поэтому для описания изогнутых стержней применяли обычные прямолинейные реберные формы, которые наблюдаются при разгибании изогнутого кристалла при температурах его изгиба. Грань (*100*)* деформированного кристалла состоит из двух реберных форм: тетрагональных реберных пучков и диреберников. Грань (*001*)* покрыта монореберниками. При круговом изгибе стержня морфология сильно обедняется. По симметрии круговой изгиб аналогичен эллицсоидальному прогибу пластинки (*2mm*). На рентгенограммах изогнутых кристаллов

присутствует только вертикальная плоскость симметрии (см. рис. 15). Симметрия изогнутого кристалла *2mm*, а разогнутого — *mmm*.

Изгиб по системе (*001*) [*110*]. Кривизна кристалла в этом случае меньше, чем при изгибе вокруг [*100*], что согласуется с данными, полученными при центрально-кольцевом прогибе круглых пластинок. Если кристалл деформировать в условиях высоких нормальных напряжений, то на поверхности (*001*)* возникает характерный текстурный реберный узор. Фрагменты вытянуты вдоль направления [*hko*], причем проявляется то правая, то левая системы. Текстурный реберный узор при свободном изгибе кристалла аналогичен предыдущему, но возникающие фрагменты более крупные.

Изгиб по системе (*001*) [*210*]. Симметрия изогнутого кристалла *2*. Кристалл закручивается, и возникают правые и левые формы [Афанасьев, Мокиевский, 1966б]. Кручение кристалла наблюдается при высоких температурах и при изгибе под водой. Угол закручивания не зависит от φ_{hko} и колеблется от 30 до 40°.

Изгиб по системе (*111*) [*110*]. В этих условиях кристалл легко растрескивается. Форма спайных выколов близка к кривогранному «ромбоэдру», у которого сохраняется только одна плоскость симметрии. Поверхности, перпендикулярные к этой плоскости, остаются плоскими, а наклонные к ней становятся вогнутыми и выпуклыми. По симметрии спайных выколков деформированных кристаллов можно определять условия деформации, что особенно полезно при работе с природными образцами.

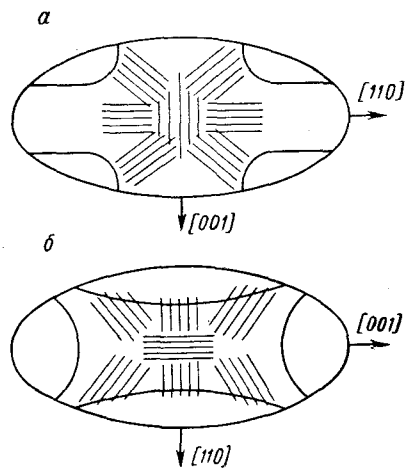


Рис. 26. Схема реберных узоров и контуров областей максимального светорассеяния, возникающих при эллипсоидальном прогибе грани (*110*). Показаны две различные ориентировки.

Симметрии внутренних границ пластически деформированных кристаллов

Геометрические взаимоотношения между фрагментами деформированного кристалла, изученные гониометрическим методом на спайных выколах со слабо полигонизованными фрагментами [Афанасьев, Мокиевский, 1966а], показывают, что общей осью поворота фрагментов на угол 10—13° является направление, близкое к [*111*] или [*100*]. А. В. Степанов и А. В. Донской [1954] обнаружили разориентировки фрагментов с осью поворота [*110*]. Очевидно, что взаимная ориентировка фрагментов закономерна. Закономерные срастания кристаллов одного вещества принято называть двойниками.

Для класса *m3m* возможны двойниковые группы *6'/m'mm'*, *4'/mmm'*, *4/mm'm'*, $\bar{3}m'$, *mm'm'*, *2'/m'*. Две первые являются как бы жесткими, а остальные нежесткие. Жесткими являются двойники, которые при вращении одного индивида относительно другого изменяют группу симметрии двойника. При повороте индивидов шпинелевого двойника вокруг $\bar{3}$ симметрия его (*6'/m'mm'*) изменяется до $\bar{3}m'$. Двойник $\bar{3}m'$ не является жестким, так как при повороте вокруг $\bar{3}$ на произвольный угол группа симметрии не меняется.

Пластическая деформация кристалла класса $m\bar{3}m$ происходит за счет образования нежестких двойников и соответствующих им внутрикристаллических границ:

Группа симметрии двойников . . .	*2'/m'*	*mm'm'*	$\bar{3}m'$	*4/mm'm'*
Симметрия границ	*m'*	*22'2'*	*32'*	*42'2'*
	2'	*2'mm'*	*m'*	*2'mm'*
		2'	*2'*	*2'*

Группы симметрии границ $2'mm'$, $2'$, m' являются границами наклона, а группы симметрии без плоскостей — границами кручения.

На основании изложенного легко устанавливается ошибочность классификации механических двойников по Классен-Неклюдовой [1960]. Она выделяет двойники с изменением и без изменения формы. Двойники кварца, приводимые в указанной классификации в качестве примеров двойникования без изменения формы, на самом деле демонстрируют противоположное. Так, у дофинейского двойника грани ромбоэдра превращаются в грани «гексагональной дипирамиды», а при двойниковании по бразильскому закону грани трапецоэдра превращаются в грани «тригонального скаленоэдра».

С точки зрения морфологии более правильна классификация двойников, основанная на симметрии. Тогда изменение формы двойника подчиняется суммарной (двухцветной) симметрии, а форма индивидов, входящих в двойник, остается прежней.

Рассмотрение двойникования как процесса скольжения не отражает сущности явления. Некоторое внешнее сходство между обоими явлениями возникает лишь тогда, когда деформация простым сдвигом происходит при помощи полисинтетического двойникования. Это породило неправильное моделирование всего процесса [Шмид, Боас, 1938]. Кроме вопросов, связанных с механизмом переориентировки, очень важен процесс срастания переориентированных фрагментов. Переориентировка и срастание, которые обуславливают пластичность, отнесены А. В. Степановым [1953] к механо-ориентационным процессам. Однако любой механо-ориентационный процесс должен контролироваться симметрией, что неизбежно приводит к представлению о двойниковании.

Кристаллы класса $m3m$ не могут двойниковаться по (*100*) и (*110*) при совпадении одноименных рядов, так как граница в этом случае будет центросимметричной. Однако из этого не следует, что (*100*) и (*110*) не могут быть общими плоскостями для двух разориентированных фрагментов. Поэтому при круговом изгибе вокруг [*100*] торец образца отвечает общей плоскости (*100*), но внутренней двойниковой границей является (*hko*), приводящая к двойникам с симметрией $2'mm'$ при срастании и $4/m\ 2'/m'\ 2'/m'$ — при прорастании. Непрерывность ориентаций границ изогнутого кристалла осуществляется большим набором возможных (*hko*), что фиксируется рентгенограммами, изображенными на рис. 15. Срастания по {*hll*} и {*hhl*} за исключением прорастания по {*112*} имеют сходные формулы симметрии и реализуются во многих случаях самостоятельно [Степанов, Донской, 1954; Колонцова, Телегина, 1956] с суммарной симметрией $2/m\ 2'/m'\ 2'/m'$. Двойникование по {*hkl*} и {*hkl*} зоны [*111*] наиболее интересно. Симметрия границы срастания в этом случае отвечает $32'$, $2'$ либо m', симметрия прорастания — $2'/m'$ либо $\bar{3}2'/m'$. В последнем случае любой поворот решетки вокруг общей оси третьего порядка является двойниковым поворотом, а срастание может происходить по любой плоскости ($h + k = l$) зоны [*111*], за исключением (*110*) и (*112*). Даже небольшие отклонения от (*110*) приводят к двойникованию с небольшими углами разориентации, например, 4—13°, что может служить кристаллографической характеристикой механо-ориентационных процессов.

Заключение

Число простых реберных форм отвечает числу механизмов переориентировки кристалла. Наиболее испорченные зоны (границы между фрагментами) кристаллографически закономерны. При фрагментации на границе фрагментов должны возникать новые группы симметрии. Если кристалл был центросимметричным, то единственная его возможность образовывать фрагменты заключается в потере центра симметрии на границе. Таким образом, дислокации (краевые и винтовые) необходимо рассматривать как элементарные двойники, создающие макроскопическое двойникование. Пластически деформированный кристалл представляет собой двойниковую текстуру,

которая описывается симметрией стержней, листов и пространственных групп.

Реберные узоры, отображающие законы двойникования, являются инвариантом кристаллографической ориентации и кинетики деформирования, что согласуется со скачкообразной природой пластической деформации.

Изложенное показывает, что при исследовании пластической деформации кристаллов необходимо учитывать взаимодействие кристаллографической ориентации с полевым тензором на основе принципа суперпозиции симметрии. Это дает возможность предвидеть и описывать симметрию пластически деформированного кристалла, его форму и закономерности внутреннего строения.

ЛИТЕРАТУРА

Афанасьев И. И. Мультиплетные сбросы в кристаллах фтористого лития. ЗВМО, ч. 93, вып. 6, 1964.

Афанасьев И. И., Мокиевский В. А. Симметрия текстур пластически деформированного кристалла хлористого натрия. Кристаллография, т. 11, вып. 2, 1966а.

Афанасьев И. И., Мокиевский В. А. Морфологическое исследование пластически деформированных кристаллов галита. ЗВМО, ч. 95, вып. 1, 1966б.

Афанасьев И. И., Мокиевский В. А. Симметрия и морфология пластически деформированных кристаллов. Минер. сб. Львов. гос. ун-та, № 20, вып. 4, 1966в.

Бриллиантов Н. А., Обреимов И. В. О пластической деформации в каменной соли. ЖЭТФ, т. 7, 1937.

Инденбом В. Л., Урусовская А. А. Что такое «иррациональные двойники»? Кристаллография, т. 4, вып. 1, 1959.

Классен-Неклюдова М. В. Механическое двойникование кристаллов. Изд-во АН СССР, 1960.

Колонцова Е. В., Телегина И. В., Плавник Г. М. О структуре полос сброса некоторых ионных кристаллов. Кристаллография, т. 1, вып. 4, 1956.

Михеев В. И., Шафрановский И. И. Реберные формы кристаллов. Минер. сб. Львов. геол. о-ва, № 9, 1955.

Мокиевский В. А., Шафрановский И. И. Бесконечные простые формы в кристаллографии и их реальное значение. ЗВМО, ч. 92, вып. 5, 1962.

Мокиевский В. А. и др. Геометрический вывод законов двойникования кристаллов. Кристаллография, т. 11, вып. 4, 1966.

Никаноров С. П., Степанов А. В. Влияние температуры на упругие свойства кристаллов щелочно-галоидных соединений. Физика твердого тела, т. 6, вып. 7,1964.

Степанов А. В. Основы физического учения о прочности и пластичности кристаллов. Изв. АН СССР, сер. физ., т. 17, № 3. 1953.

Степанов А. В., Донской А. В. Новый механизм пластического деформирования кристаллов. ЖТФ, т. 24, № 2, 1954.

Шаскольская М. П., Сунь Жуй-фан. Фигура травления и дислокации на полосках двупреломления в кристаллах каменной соли. Кристаллография, т. 4, вып. 1, 1959.

Шафрановский И. И. Лекции по кристалломорфологии минералов. Изд. Львов. гос. ун-та, 1960.

Шафрановский И. И., Мокиевский В. А. Некоторые проблемы современной кристалломорфологии минералов. ЗВМО, ч. 93, вып. 5, 1964.

Шмид Е., Боас В. Пластичность кристаллов. ОНТИ, 1938.

Шубников А. В. О симметрии векторов и тензоров. Симметрия и геометрическая интерпретация двумерных полярных тензоров. Изв. АН СССР, сер. физ., т. 13, № 3, 1949.

Шубников А. В. Симметрия и антисимметрия конечных фигур. Изд-во АН СССР, 1951.

Шубников А. В. Симметрия подобия. Кристаллография, т. 5, вып. 4, 1960.

Brauns R. Neues Jahrb. Miner., Bd. 1, 1889.

Curie P. J. Phys., 3 (3), 1894.

Frank F. C., Stroh A. N. Proc. phys. soc., Bd. 65, 1952.

Mügge O. Neues Jahrb. Miner., Bd. 1, 1898.

Nye J. F. Acta metallurg., vol. 1, 1953.

Smakula A., Klein M. Phys. rew., 84, № 5, 1951.

Stepanov A. V. Z. Phys., Bd. 81, 1933.