Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LIX, вып. 1, 1969 г.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫРАЖЕНИЯ ОШИБОК ЭЛЕМЕНТОВ СЕТИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИИ ОДИНОЧНОГО МАРШРУТА

В. В. Зверевич

Для уравнивания сетей пространственной фототриангуляции используются интерполяционные полиномы различного вида, что предполагает наличие доминирующего влияния систематических ошибок [4, 10]. Однако исследования последних лет [1, 8, 14, 16, 18] показали, что случайные ошибки фототриангулирования соизмеримы с систематическими, а иногда могут даже превосходить их. Ряд авторов считают, что влияние систематических ошибок можно в значительной мере ослабить введением поправок в непосредственно измеренные величины, после чего ошибки фототриангулирования могут рассматриваться как случайные [12, 13, 17]. Внедрение аналитических способов пространственной фототриангуляции [3, 5, 6, 12], применение более совершенных и точных фотограмметрических приборов и повышение качества аэрофотографических материалов [3, 19] также приводит к уменьшению влияния систематических ошибок. Нормальное распределение случайных ошибок пространственного фототриангулирования следует из центральной предельной теоремы Ляпунова [15, 18] и экспериментально подтверждено статистическими исследованиями [13]. Следует ожидать, что в дальнейшем удельный вес случайных ошибок будет увеличиваться [3, 19] и, по-видимому, возможны случаи, когда он будет доминирующим.

Вышесказанное свидетельствует о целесообразности возможно более широкого привлечения способа наименьших квадратов для повышения эффективности уравнивания и об актуальности изучения закономерности накопления случайных ошибок в фототриангуляционных сетях.

Оценка различных способов уравнивания обычно производится сравнение соответствующих им средних квадратических ошибок одних и тех же элементов сети пространственной фототриангуляции [9]. Это полностью относится и к уравновешиванию сети пространственной фототриангуляции при помощи интерполирующих полиномов, которое, как и любое раздельное уравнивание, является приближенным. В работе [7] показано, что непосредственное сравнение средних квадратических ошибок приближенных способов уравнивания между собой не всегда достаточно эффективно. В связи с этим точность приближенных способов уравнивания лучше оценивать по величине отклонения средних квадратических ошибок элементов сети при приближенном способе уравнивания от средних квадратических ошибок тех же элементов при строгом уравнивании.

С учетом этого анализ уравнивания маршрутной сети пространственной фототриангуляции по линейным полиномам был выполнен по методике, предложенной в [7]. Следует подчеркнуть, что разработанный нами строгий способ уравнивания маршрутной сети аналитической пространственной фототриангуляции используется лишь для анализа точности различных способов уравновешивания пространственной фототриангуляции и не предназначен для производственного применения из-за трудоемкости вычислений.

Найдем выражения для подсчета ошибок определения координат ΔX_i, ΔY_i и ΔZ_i произвольного пункта i маршрутной сети пространственной фототриангуляции, создаваемой аналитическим методом по плановым снимкам равнинной местности [5, 6]:

$$\begin{aligned} \Delta X_i &= \Phi_1(\Delta x_{ij},\ \Delta y_{ij},\ \Delta p_{ij},\ \Delta q_{ij}); \\ \Delta Y_i &= \Phi_2(\Delta x_{ij},\ \Delta y_{ij},\ \Delta p_{ij},\ \Delta q_{ij}); \\ \Delta Z_i &= \Phi_3(\Delta x_{ij},\ \Delta y_{ij},\ \Delta p_{ij},\ \Delta q_{ij}), \end{aligned} \qquad (1)$$

где ΔX_i, ΔY_i, ΔZ_i — ошибки определения координат произвольного пункта маршрутной сети; Δx_{ij}, Δy_{ij}, Δp_{ij} и Δq_{ij} — погрешности измерения фотокоординат и параллаксов точек; i — номер точки; j — номер стереомодели.

Элементы взаимного ориентирования стереопар определяются по шести точкам, расположенным стандартно (см. рисунок). Коэффициент изменения масштаба моделей K_j определяется по одной центральной связующей точке. По работе [6] имеем

$$\begin{aligned} Z_{ij} &= Z_{s0} + B_1(c_1)_1 K_1 + B_2(c_1)_2 K_2 + \ldots + \\ &\quad + B_{j-1}(c_1)_{j-1} K_{j-1} - fN_j K_j; \\ X_{ij} &= X_{s0} + B_1(a_1)_1 K_1 + B_2(a_1)_2 K_2 + \ldots + \\ &\quad + B_{j-1}(a_1)_{j-1} K_{j-1} + x^0_{ij} N_{ij} K_j; \\ Y_{ij} &= Y_{s0} + B_1(b_1)_1 K_1 + B_2(b_1)_2 K_2 + \ldots + \\ &\quad + B_{j-1}(b_1)_{j-1} K_{j-1} + y^0_{ij} N_{ij} K_j, \end{aligned} \tag{2}$$

где Z_{ij}, X_{ij}, Y_{ij} — координаты пункта i в модели j сети фототриангуляции; Z_{s0}, X_{s0}, Y_{s0} — координаты начального центра фотографирования; B_j — приближенное значение базисов фотографирования; $(a_1)_j$, $(b_1)_j$ и $(c_1)_j$ — направляющие косинусы, определяющие базис фотографирования модели j; x^0_{ij} и y^0_{ij} — трансформированные абсцисса и ордината точки i в модели j; N_{ij} — масштабный коэффициент в точке i модели j; f — фокусное расстояние АФА.

Тогда по [11]

$$\begin{aligned} \Delta Z_{ij} &= \sum_{j=1}^{U-1} B_j K_j \Delta(c_1)_j + \sum_{j=2}^{U-1} B_j (c_1)_j \Delta K_j - fK_j \Delta N_{ij} - \\ &\quad - fN_{ij} \Delta K_j; \\ \Delta X_{ij} &= \sum_{j=1}^{U-1} B_j K_j \Delta(a_1)_j + \sum_{j=2}^{U-1} B_j (a_1)_j \Delta K_j + \\ &\quad + K_j N_{ij} \Delta x^0_{ij} + K_j x^0_{ij} \Delta N_{ij} + x^0_{ij} N_{ij} \Delta K_j; \\ \Delta Y_{ij} &= \sum_{j=1}^{U-1} B_j K_j \Delta(b_1)_j + \sum_{j=2}^{U-1} B_j (b_1)_j \Delta K_j + \\ &\quad + K_j N_{ij} \Delta y^0_{ij} + K_j y^0_{ij} \Delta N_{ij} + y^0_{ij} N_{ij} \Delta K_j, \end{aligned} \tag{3}$$

где U — число моделей.

Величины Z_{s0}, X_{s0}, Y_{s0}, B_j и K_1, входящие в (2), а также элементы внутреннего ориентирования АФА, считаются данными и принимаются безошибочными.

Дальнейшая задача состоит в составлении формул (3), которые являются полными дифференциалами функций (2).

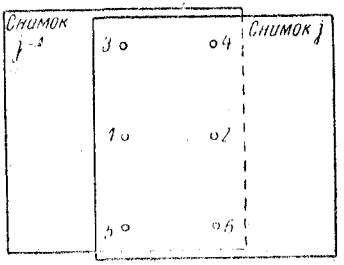


Схема расположения стандартных точек в стереопаре

Дифференциальные формулы ошибок элементов сети фототриангуляции нетрудно получить последовательным дифференцированием формул из [5, 6] по правилам дифференцирования матриц [2].

Ошибки величин $(a_1)_j$, $(b_1)_j$ и $(c_1)_j$ можно найти по формулам

$$\Delta(a_1)_j = \|a_1;\ a_2;\ a_3\|_j Ш_{j-1} \dots Ш_3 Ш_2 P^{(1)} + \\ + \|a_1;\ a_2;\ a_3\|_j Ш_{j-1} \dots Ш_3 P^{(2)} + \\ + \dots + \|a_1;\ a_2;\ a_3\|_j P^{(j-1)} + U \dots, \qquad (4)$$

где

$$P^{(j)} = P^{(j)}_{\alpha'} \Delta\alpha'_j + P^{(j)}_{\omega} \Delta\omega'_j + P^{(j)}_{\varkappa'} \Delta\varkappa'_j + P^{(j)}_{\alpha} \Delta\alpha_j + P^{(j)}_{\varkappa} \Delta\varkappa_j,$$

$$P^{(j)}_{\alpha'} = \left\| \begin{matrix} -c'_1 & 0 & a'_1 \\ -c'_2 & 0 & a'_2 \\ -c'_3 & 0 & a'_3 \end{matrix} \right\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} (a_1) \\ (a_2) \\ (a_3) \end{matrix} \right\|_j ; \quad P^{(j)}_{\varkappa'} = \left\| \begin{matrix} a_{2п} \\ -a_{1п} \\ 0 \end{matrix} \right\|_j ; \quad P^{(j)}_{\alpha} = \Pi'_j \left\| \begin{matrix} -(a_3) \\ 0 \\ (a_1) \end{matrix} \right\|_j ;$$

$$P^{(j)}_{\omega} = \left\| \begin{matrix} & & a_{3п} \sin\varkappa' \\ & & a_{3п} \cos\varkappa' \\ -b'_3 (a_1) \sin\alpha' & -(a_2) \cos\omega' & +b'_3 (a_3 \cos\alpha') \end{matrix} \right\|_j ;$$

$$P^{(j)}_{\varkappa} = \Pi'_j \left\| \begin{matrix} a_2 - a_1 & 0 \\ b_2 - b_1 & 0 \\ c_2 - c_1 & 0 \end{matrix} \right\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} a_{1л} \\ a_{2л} \\ a_{3л} \end{matrix} \right\|_j ;$$

$$Ш_j = П'_j П^{\mathrm{т}}; \quad П'_j = \left\| \begin{matrix} a'_1 & b'_1 & c'_1 \\ a'_2 & b'_2 & c'_2 \\ a'_3 & b'_3 & c'_3 \end{matrix} \right\|_j; \quad П_j = \left\| \begin{matrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{matrix} \right\|;$$

$$U_j = -(a_3)_j \Delta\alpha_j + (a_2 a_{1л} - a_1 a_{2л})_j \Delta\varkappa_j,$$

где т — знак транспонирования;

$$\Delta\alpha_j = \frac{f}{2ab} (\Delta q_6 - \Delta q_4)_j; \quad \Delta\alpha'_j = \frac{f}{2ab} (\Delta q_5 - \Delta q_3)_j;$$

$$\Delta\omega'_j = \frac{f}{4a^2} (\Delta q_3 + \Delta q_4 + \Delta q_5 + \Delta q_6 - 2\Delta q_1 - 2\Delta q_2)_j;$$

$$\Delta\varkappa_j = \frac{f}{b} \Delta\omega'_j - \frac{1}{b} \Delta q_{2j}; \quad \Delta\varkappa'_j = \frac{f}{b} \Delta\omega'_j - \frac{1}{b} \Delta q_{1j};$$

$$\Delta (b_1)_j = \| a_1\ a_2\ a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Ш_2 \Theta^{(1)} +$$
$$+ \| a_1\ a_2\ a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 \Theta^{(2)} + \ldots + \| a_1\ a_2\ a_3 \|_j \Theta^{(j-1)} + T_j, \tag{5}$$

где

$$\Theta^{(j)} = \Theta^{(j)}_{\alpha'} \Delta\alpha'_j + \Theta^{(j)}_{\omega'} \Delta\omega'_j + \Theta^{(j)}_{\varkappa'} \Delta\varkappa'_j + \Theta^{(j)}_{\alpha} \Delta\alpha_j + \Theta^{(j)}_{\varkappa} \Delta\varkappa_j;$$

$$\Theta^{(j)}_{\alpha'} = \left\| \begin{matrix} -c'_1 & 0 & a'_1 \\ -c'_2 & 0 & a'_2 \\ -c'_3 & 0 & a'_3 \end{matrix} \right\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} (b_1) \\ (b_2) \\ (b_3) \end{matrix} \right\|_j; \quad \Theta^{(j)}_{\varkappa'} = \left\| \begin{matrix} b_{2п} \\ -b_{1п} \\ 0 \end{matrix} \right\|_j;$$

$$\Theta^{(j)}_{\alpha} = П'_j \left\| \begin{matrix} -(b_3) \\ 0 \\ (b_1) \end{matrix} \right\|_j;$$

$$\Theta^{(j)}_{\omega'} = \left\| \begin{matrix} b_{3п} \sin\varkappa' \\ b_{3п} \cos\varkappa' \\ -b'_3 (b_1) \sin\alpha' - (b_2) \cos\omega' + b'_3 (b_3) \cos\alpha' \end{matrix} \right\|_j;$$

$$\Theta^{(j)}_{\varkappa} = П'_j \left\| \begin{matrix} a_2 & -a_1 & 0 \\ b_2 & -b_1 & 0 \\ c_2 & -c_1 & 0 \end{matrix} \right\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} b_{1л} \\ b_{2л} \\ b_{3л} \end{matrix} \right\|_j;$$

$$T_j = -(b_3)_j \Delta\alpha_j + (a_2 b_{1л} - a_1 b_{2л})_j \Delta\varkappa_j;$$

$$\Delta (c_1)_j = \| a_1\ a_2\ a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Ш_2 Q^{(1)} +$$
$$+ \| a_1\ a_2\ a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Q^{(2)} + \ldots + \| a_1\ a_2\ a_3 \|_j Q^{(j-1)} + R_j, \tag{6}$$

где

$$Q^{(j)} = Q_{\alpha'}^{(j)} \Delta\alpha_j' + Q_{\omega'}^{(j)} \Delta\omega_j' + Q_{\varkappa'}^{(j)} \Delta\varkappa_j' + Q_{\alpha}^{(j)} \Delta\alpha_j + Q_{\varkappa}^{(j)} \Delta\varkappa_j;$$

$$Q_{\alpha'}^{(j)} = \left\| \begin{matrix} -c_1' & 0 & a_1' \\ -c_2' & 0 & a_2' \\ -c_3' & 0 & a_3' \end{matrix} \right\|_j \left\| \begin{matrix} (c_1) \\ (c_2) \\ (c_3) \end{matrix} \right\|_j; \quad Q_{\varkappa'}^{(j)} = \left\| \begin{matrix} c_{2\text{п}} \\ -c_{1\text{п}} \\ 0 \end{matrix} \right\|_j;$$

$$Q_{\alpha}^{(j)} = \Pi_j' \left\| \begin{matrix} -(c_3) \\ 0 \\ (c_1) \end{matrix} \right\|_j;$$

$$Q_{\omega'}^{(j)} = \left\| \begin{matrix} & & c_{3\text{п}} \sin\varkappa' \\ & & c_{3\text{п}} \cos\varkappa' \\ -(c_1)\, b_3' \sin\alpha' & -(c_2)\cos\omega' & +b_3'(c_3)\cos\alpha' \end{matrix} \right\|;$$

$$Q_{\varkappa}^{(j)} = \Pi_j' \left\| \begin{matrix} a_2 & -a_1 & 0 \\ b_2 & -b_1 & 0 \\ c_2 & -c_1 & 0 \end{matrix} \right\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} c_{1\text{л}} \\ c_{2\text{л}} \\ c_{3\text{л}} \end{matrix} \right\|_j;$$

$$R_j = -(c_3)_j \Delta\alpha_j + (a_2 c_{1\text{л}} - a_1 c_{2\text{л}})_j \Delta\varkappa_j.$$

Ошибку коэффициента изменения масштаба K_j можно найти по формуле

$$\Delta K_j = \frac{K_j}{K_2 N_{1_2}} \Delta N_{2_1} + \frac{K_j}{K_3}\left(\frac{K_2}{N_{1_3}} \Delta N_{2_2} - \frac{K_3}{N_{1_2}} \Delta N_{1_2}\right) +$$

$$+ \frac{K_j}{K_4}\left(\frac{K_3}{N_{1_4}} \Delta N_{2_3} - \frac{K_4}{N_{1_3}} \Delta N_{1_3}\right) + \ldots$$

$$\ldots + \frac{K_j}{K_{j-1}}\left(\frac{K_{j-2}}{N_{1_{j-1}}} \Delta N_{2_{j-2}} - \frac{K_{j-1}}{N_{1_{j-2}}} \Delta N_{1_{j-2}}\right) +$$

$$+ \frac{K_{j-1}}{N_{1_j}} \Delta N_{2_{j-1}} - \frac{K_j}{N_{1_{j-1}}} \Delta N_{1_{j-1}} - \frac{K_j}{N_{1_j}} \Delta N_{1_j} +$$

$$+ \frac{K_j K_1}{K_2} \cdot \frac{B_1}{f N_{1_2}} \Delta (c_1)_1 + \frac{K_j K_2}{K_3} \cdot \frac{B_2}{f N_{1_3}} \Delta (c_1)_2 + \ldots +$$

$$+ \frac{K_j K_{j-2}}{K_{j-1}} \cdot \frac{B_{j-2}}{f N_{j-1}} \Delta (c_1)_{j-2} + \frac{K_{j-1} B_{j-1}}{f N_{1_j}} \Delta (c_1)_{j-1}, \qquad (7)$$

где ΔN_{ij} — ошибки масштабного коэффициента N_{ij} в точке i модели j.

Ошибку аналитического трансформирования абсцисс и ординат точек левого снимка j-той модели найдем по формулам

$$\Delta x^0_{i_j} = -\frac{\begin{array}{c}\|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\, Ш_{j-1}\dots Ш_3 Ш_2\,[fP^{(1)} + x^0_{i_j}Q^{(1)}] + \\ + \|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\, Ш_{j-1}\dots Ш_3\,[fP^{(2)} + x^0_{i_j}Q^{(2)}]\end{array}}{(x_i c_{1л} + y_i c_{2л} - f c_{3л})_j} - \frac{\begin{array}{c}\|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\, Ш_{j-1}\dots Ш_4\,[fP^{(3)} + x^0_{i_j}Q^{(3)}] + \dots + \\ + \|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\,[fP^{(j-1)} + x^0_{i_j}Q^{(j-1)}] + fA^{(j)}_i + x^0_{i_j}C^{(j)}_i\end{array}}{(x_i c_{1л} + y_i c_{2л} - f c_{3л})_j}, \qquad (8)$$

$$\Delta y^0_{i_j} = -\frac{\begin{array}{c}\|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\, Ш_{j-1}\dots Ш_3 Ш_2\,[f\theta^{(1)} + y^0_{i_j}Q^{(1)}] + \\ + \|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\, Ш_{j-1}\dots Ш_3\,[f\theta^{(2)} + y^0_{i_j}Q^{(2)}]\end{array}}{(x_i c_{1л} + y_i c_{2л} - f c_{3л})_j} - \frac{\begin{array}{c}\|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\, Ш_{j-1}\dots Ш_4\,[f\theta^{(3)} + y^0_{i_j}Q^{(3)}] + \dots + \\ + \|x_i;\ y_i;\ -f\|_j\,[f\theta^{(j-1)} + y^0_{i_j}Q^{(j-1)}] + fB^{(j)}_i + y^0_{i_j}C^{(j)}_i\end{array}}{(x_i c_{1л} + y_i c_{2л} - f c_{3л})_j}, \qquad (9)$$

где

$$\|\Delta x_i;\ \Delta y_i;\ 0\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} a_{1л} \\ a_{2л} \\ a_{3л} \end{matrix} \right\|_j = A^{(j)}_i;$$

$$\|\Delta x_i;\ \Delta y_i;\ 0\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} b_{1л} \\ b_{2л} \\ b_{3л} \end{matrix} \right\|_j = B^{(j)}_i;$$

$$\|\Delta x_i;\ \Delta y_i;\ 0\|_j \cdot \left\| \begin{matrix} c_{1л} \\ c_{2л} \\ c_{3л} \end{matrix} \right\|_j = C^{(j)}_i.$$

Определение ошибки $\Delta x^{0'}_{i_j}$ трансформирования абсцисс точек правого снимка j-той стереомодели производится по формуле

$$\Delta X^{0'}_{i_j} = -\frac{\begin{array}{c}\|x'_i;\ y'_i;\ -f\|_j\, Ш_j Ш_{j-1}\dots Ш_3 Ш_2\,[fP^{(1)} + x^{0'}_{i_j}Q^{(1)}] + \\ + \|x'_i;\ y'_i;\ -f\|_j\, Ш_j Ш_{j-1}\dots Ш_3\,[fP^{(2)} + x^{0'}_{i_j}Q^{(2)}]\end{array}}{(x'_i c_{1п} + y'_i c_{2п} - f c_{3п})_j} -$$

$$- \frac{\| x_i'; \; y_i'; \; -f \|_j [fP^{(j)} + x_{i_j}^{0'} Q^{(j)}] + f [D_i^{(j)} + F_i^{(j)}] + x_{i_j}^{0'} [E_i^{(j)} + H_i^{(j)}]}{(x_i' c_{1\text{п}} + y_i' c_{2\text{п}} - f c_{3\text{п}})_j}, \tag{10}$$

где

$$\| \Delta x_i; \; \Delta y_i; \; 0 \|_j \cdot \left\| \begin{matrix} a_{1\text{п}} \\ a_{2\text{п}} \\ a_{3\text{п}} \end{matrix} \right\|_j = D_i^{(j)};$$

$$\| \Delta x_i; \; \Delta y_i; \; 0 \|_j \cdot \left\| \begin{matrix} c_{1\text{п}} \\ c_{2\text{п}} \\ c_{3\text{п}} \end{matrix} \right\|_j = E_i^{(j)};$$

$$\| -\Delta p_i; \; -\Delta q_i; \; 0 \|_j \cdot \left\| \begin{matrix} a_{1\text{п}} \\ a_{2\text{п}} \\ a_{3\text{п}} \end{matrix} \right\|_j = F_i^{(j)};$$

$$\| -\Delta p_i; \; -q_i; \; 0 \|_j \cdot \left\| \begin{matrix} c_{1\text{п}} \\ c_{2\text{п}} \\ c_{3\text{п}} \end{matrix} \right\|_j = H_i^{(j)}.$$

Ошибку масштабного коэффициента ΔN_{ij} некоторой точки i произвольной модели j можно найти по формуле

$$\Delta N_{ij} = \frac{B_j}{x_{i_j}^0 - x_{i_j}^{0'}} \left\{ \| a_1; \; a_2; \; a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Ш_2 P^{(1)} + \right.$$

$$+ \| a_1; \; a_2; \; a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 P^{(2)} + \ldots + \| a_1; \; a_2; \; a_3 \|_j P^{(j-1)} +$$

$$+ U_j + \frac{x_{i_j}^{0'}}{f} [\| a_1; \; a_2; \; a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Ш_2 Q^{(1)} +$$

$$+ \| a_1; \; a_2; \; a_3 \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Q^{(2)} + \ldots \| a_1; \; a_2; \; a_3 \|_j Q^{(j-1)} +$$

$$\| x_i; \; y_i; \; -f \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 Ш_2 [fP^{(1)} + x_{i_j}^0 Q^{(1)}] +$$

$$+ R_j] + \frac{N_{i_j}}{B_j} \frac{+ \| x_i; \; y_i; \; -f \|_j Ш_{j-1} \ldots Ш_3 [fp^{(2)} + x_{i_j}^0 Q^{(2)}]}{x_i c_{1л} + y_i c_{2л} - f c_л)_j} + \ldots$$

$$\left. + \frac{N_{i_j}}{B_j} \frac{\| x_i; \; y_i; \; -f \|_j [fP^{(j-1)} + x_{i_j}^0 Q^{(j-1)}] + fA_i^{(j)} + x_{i_j}^0 C_i^{(j)}}{(x_i c_{1л} + y_i c_{2л} - f c_{3л})_j} - \right.$$

$$\| x_i'; y_i'; -f \|_j \, Ш_j Ш_{j-1} \dots Ш_3 Ш_2 [fp^{(1)} + x_{i_j}^{0'} Q^{(1)}] +$$

$$-\left(\frac{(c_1)_i}{f} + \frac{N_{i_j}}{B_j}\right) \frac{+ \| x_i'; y_i'; -f \|_j \, Ш_j Ш_{j-1} \dots Ш_3 [fP^{(2)} + x_{i_j}^{0'} Q^{(2)}]}{(x_i' c_{1n} + y_i' c_{2n} - f c_{3n})_j} - \dots$$

$$\dots - \left(\frac{(c_1)_j}{f} + \frac{N_{i_j}}{B_j}\right) \left. \frac{\| x_i'; y_i'; -f \|_j [fP^{(j)} + x_{i_j}^{0'} Q^{(j)}] + f [D_i^{(j)} + F_i^{(j)}] + x_{i_j}^{0'} [E_i^{(j)} + H_i^{(j)}]}{(x_i' c_{1n} + y_i' c_{2n} - f c_{3n})_j} \right\}. \quad (11)$$

Теперь имеются значения всех функций, входящих в формулы (3), и можно написать выражения (1) ошибок определения координат некоторого пункта маршрутной сети аналитической пространственной фототриангуляции в виде функций ошибок фотокоординат и параллаксов точек моделей. Однако при подстановке в формулу (3) найденных нами зависимостей выражения становятся весьма громоздкими. Поясним составление формул (1) на частном примере. Определим формулу для подсчета ошибки ΔZ_{n_3} определения высоты некоторой точки n в модели 3. В этом случае формула (3) дает

$$\Delta Z_{n_3} = B_1 K_1 \Delta (c_1)_1 + B_2 K_2 \Delta (c_1)_2 + B_2 (c_1)_2 \Delta K_2 - f N_{n_3} \Delta K_3 - f K_3 \Delta N_{n_3}. \quad (12)$$

Подставив в (12) значения ΔK_2 и ΔK_3 из (7), найдем

$$\Delta Z_{n_3} = B_1 K_1 \left[1 + \frac{B_2 (c_1)_2}{f N_{1_2}} - \frac{N_{n_3} K_3}{K_2 N_{1_2}}\right] \Delta (c_1)_1 +$$

$$+ B_2 K_2 \left[1 - \frac{N_{n_3}}{N_{1_3}}\right] \Delta (c_1)_2 + \frac{f N_{n_3} K_3}{N_{1_3}} \Delta N_{1_3} +$$

$$+ \left[\frac{B_2 (c_1)_2}{N_{1_2}} - \frac{f N_{n_3} K_3}{K_2 N_{1_2}}\right] \Delta N_{2_1} - \left[\frac{B_2 (c_1)_2 K_2}{N_{1_2}} - \frac{f N_{n_3} K_3}{N_{1_2}}\right] \Delta N_{1_2} -$$

$$- \frac{f N_{n_3} K_2}{N_{1_3}} \Delta N_{2_2} - f K_3 \Delta N_{n_3}. \quad (13)$$

Подставив далее в (13) значения ошибок $\Delta (c_1)_j$ и ΔN_{i_j} из (6) и (11) соответственно, получим

$$\Delta Z_{n_3} = f (U_j; R_j; P^{(j)}; Q^{(j)}; A_i^{(j)}; C_i^{(j)}; D_i^{(j)}; F_i^{(j)}; E_i^{(j)}; H_i^{(j)}), \quad (14)$$

$$i=1,\ 2,\ n;\quad j=1,\ 2,\ 3,$$

где U_j, R_j, ..., $E_l^{(j)}$, $H_l^{(j)}$ — матрицы ошибок.

Затем, подставив в (14) значения матриц ошибок, даваемые формулами (4), (6), (9) и (10), получим выражение, которое в общем виде может быть записано, как функция

$$\Delta Z_{n_3} = \varphi(\Delta\alpha_j;\ \Delta\varkappa_j;\ \Delta\alpha_j';\ \Delta\varkappa_j';\ \Delta\omega_j'), \tag{15}$$

где $\Delta\alpha_j$; $\Delta\varkappa_j \ldots \Delta\omega_j'$ — ошибки элементов взаимного ориентирования стереопар.

И, наконец, подставляя в (15) значения ошибок элементов взаимного ориентирования пар из (4), найдем искомую функцию

$$\Delta Z_{n_3} = \Phi_3(\Delta x_{ij};\ \Delta y_{ij};\ \Delta p_{ij};\ \Delta q_{ij}). \tag{16}$$

$$i=1,\ 2,\ \ldots,\ 6,\ n;\quad j=1,\ 2,\ 3.$$

Таким способом можно получить выражение для ошибки любой координаты произвольного пункта i маршрутной сети аналитической пространственной фототриангуляции.

Выведенные нами дифференциальные формулы ошибок будут использованы при составлении условных уравнений, возникающих в маршрутной сети аналитической пространственной фототриангуляции, построенной по способу профессора А. Н. Лобанова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вайнаускас В. В. Некоторые вопросы теории ошибок пространственной аналитической фототриангуляции. Тр. Вильнюсск. политехн. ин-та, Лит. ССР, 1964.
2. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. Гос. изд. технико-теоретической литературы, 1953.
3. Коншин М. Д. Современное состояние и перспективы совершенствования аналитического способа фотограмметрического сгущения. Геодезия и картография, № 8, 1966.
4. Лобанов А. Н. Фототопография. Воздушная стереофотограмметрическая съемка. Изд. ВИА, 1957.
5. Лобанов А. Н. Фототриангуляция с применением электронной вычислительной машины. Изд. геодез. литературы, 1960.
6. Лобанов А. Н. и др. Фототриангуляция с применением электронной цифровой вычислительной машины. Недра, 1967.
7. Могильный С. Г. Об оценке приближенных способов уравнивания геодезических измерений. Изв. ВУЗов «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 5, 1964.

8. Овсянников Р. П. Случайные ошибки пространственной фототриангуляции. Изв. ВУЗов «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 5, 1961.
9. Павлов В. И. Об использовании избыточных опорных точек при уравнивании высотных маршрутных сетей интерполяционным способом. В сб.: «Вопросы фотограмметрии». Наука, 1965.
10. Скиридов А. С. Стереофотограмметрия. Геодезиздат, 1959.
11. Чеботарев А. С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. Геодезиздат, 1958.
12. Чистяков С. В. Обработка сети пространственной фототриангуляции на ЭВМ Урал-1. В сб.: «Маркшейдерское дело в социалистических странах». Недра, 1964.
13. Шульмин М. В. Вероятностно-статистическое и аналитическое исследование ошибок фотограмметрического сгущения. Изв. ВУЗов «Геодезия и аэрофотосъемка», вып. 6, 1965.
14. Gordon Gracie. Photogrammetric Engineering, v. 29, № 2, 1963.
15 Hallert B. The Photogrammetric Record, v. III, № 14, 1959.
16. Hallert B. Göteborg, Elander, 1960.
17. Harris, Jewinbel. Photogrammetric Engineering, v. 28, № 1, 1968.
18. Thompson E. Photogrammetria, v. 17, № 13, 1960—1961.
19. Livingston R. Photogrammetric Engineering, v. 32, № 3, 1966.