Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LIX, вып. 1, 1969 г.

ИСПЫТАНИЯ ДАЛЬНОМЕРНОЙ НАСАДКИ «LOTAKEIL 004» НА ОТКРЫТЫХ ГОРНЫХ РАЗРАБОТКАХ В УСЛОВИЯХ КРАЙНЕГО СЕВЕРА

В. Д. Мартынов

Рейки дальномеров двойного изображения имеют линейную разграфку с делениями 1 или 2 *см*. При увеличении расстояния изображение штрихов шкалы рейки уменьшается, становится неясным. На этом основании максимальные расстояния при измерении не должны превосходить 200—250 *м*. Для устранения этого недостатка завод «Karl Zeiss» (ГДР) создал прецизионный дальномер двойного изображения в виде насадки к теодолиту Theo 030 (Theo 020), используя метод логарифмической тахеометрии, предложенный в 1878 г. Тихи. Насадка применяется с трех- или двухметровой рейкой с логарифмической разграфкой в виде окружностей разного диаметра.

Расстояния при пользовании горизонтальной рейкой вычисляют по формуле

$$\lg S = \lg kl + \lg \cos \beta, \qquad (1)$$

где k — коэффициент дальномера, равный 200; l — наблюдаемый интервал рейки; β — угол наклона визирной оси трубы.

Для выяснения причин, влияющих на точность измерения расстояний, обратимся к уравнению (1). Переходя к средним квадратическим ошибкам, получим

$$\frac{m_S}{S} = \pm \sqrt{\left(\frac{m_{kl}}{kl}\right)^2 + m_\beta^2 \operatorname{tg}^2 \beta}. \qquad (2)$$

Принимая $\beta_{ср} = 25°$; $m_\beta = \pm 6''$ и опуская выражение $m_\beta^2 \operatorname{tg}_\beta^2 = 2 \cdot 10^{-10}$, имеем

$$\frac{m_s}{S} = \frac{m_{kl}}{kl}.$$

Так как $S = kl \cos\beta$, получим

$$m_s = 0{,}9 m_{kl}. \qquad (2а)$$

Аналогичную формулу получим и при пользовании вертикальной рейкой.

Средняя квадратическая ошибка m_{kl} наблюдаемого интервала рейки в основном зависит от ошибок визирования $m_в$, отсчета $m_{от}$ и в данном случае от средней квадратической ошибки юстировки микрометра $m_м$, т. е.

$$m_{kl} = \pm \sqrt{m_в^2 + m_{от}^2 + m_м^2}. \qquad (3)$$

Ошибка отсчета равна 1—2 единицам пятого знака логарифма наблюдаемого отрезка рейки, что составляет 0″,033—0″,066, т. е. меньше практической ошибки микрометра $m_м = 0''{,}1$, поэтому ею можно пренебречь. Средняя квадратическая ошибка совмещения зависит от остроты зрения и будет

$$m_в = \pm \frac{10''}{\Gamma},\ *$$

где Γ — увеличение зрительной трубы.

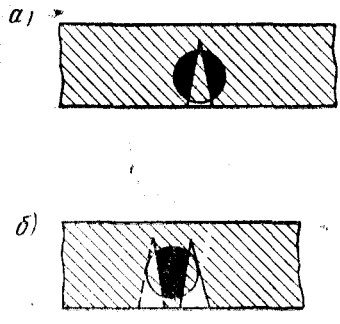
При $\Gamma = 25^*$, $m_в = \pm 0''{,}4$ и поэтому $m_{kl} = \pm \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}1^2} = \pm 0''{,}41$, откуда $m_s = \pm 0''{,}37$, т. е. 16,3 единиц пятого знака логарифма наблюдаемого интервала рейки.

Принцип совмещения клинового индекса с круговыми делениями основной шкалы рейки (рисунок, *а*)** не является единственно возможным. Указанный способ совмещения затрудняет съемку, делая ее в некоторых случаях совершенно не возможной в период дрожания изображения, которое обусловлено турбулентными конвекционными токами в воздушной среде при отрицательном градиенте температуры. Частота ко-

* Гусев Н. А. Маркшейдерско-геодезические приборы и инструменты. Углетехиздат, 1958.

** Jänich E., Iena, Vermessungs — Informationen, H. № 5, 1959.

лебаний индекса доходит к полудню до 10 колебаний в секунду. Для уменьшения ошибки совмещения и, следовательно, повышения точности измерения расстояний был исследован принцип последовательного совмещения клинового индекса с краями окружности деления (рисунок, *б*), который состоит в следующем. Вращением винта оптического микрометра передвигаем изображение отсчетного индекса в крайнее положение круга до момента его полного исчезновения. Берем отсчет a_1. Вращением винта в обратную сторону передвигаем изображение отсчетного индекса в следующее крайнее положение. Берем отсчет a_2 и т. д. В зависимости от расстояния можно брать до десяти последовательных совмещений. Полусумма смежных отсчетов $\frac{a_1 + a_2}{2}$ указывает на положение индекса, которое изображено на рисунке, *а*. Если обозначить через $m_{a_1} = m_{a_2} = m_b$ среднюю квадратическую ошибку одного совмещения, то ошибка m_b, соответствующая центральному положению индекса относительно окружности, будет $\frac{m_b}{\sqrt{2}}$, т. е. уменьшится почти в 1,5 раза.



Принципы совмещения клинового индекса: *а* — с круговыми делениями основной шкалы рейки; *б* — с краями окружности деления

Для определения точности измерения расстояния с дальномерной насадкой «Lotakeil» и исследования обоих принципов совмещения были проведены полевые испытания насадки с теодолитом Т-2 в 1967—1968 гг. на карьерах Ждановского ГОКа для создания рабочего обоснования на открытых разработках. Измерения проводились летом в разное время суток с горизонтальной и вертикальной рейкой в интервале 50—600 *м*. Всего произведено 1666 совмещений по первому способу, из них 220 в период неспокойного изображения и 1246 совмещений по предлагаемому методу, из которых 635 при устойчивом изображении. Данные полевых измерений обрабатывались методами математической статистики.

Для установления форм связи средней квадратической ошибки совмещения $m_{l_g\,kl}$ от расстояния S по отклонениям отдельных отсчетов от их среднего арифметического значения

для каждого расстояния вычислялась средняя квадратическая ошибка совмещения в единицах пятого знака логарифма интервала рейки

$$m_{\lg kl} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}, \qquad (4)$$

где n — число совмещений.

По вычисленным значениям $m_{\lg kl}$ была рассчитана эмпирическая и теоретическая линия регрессии, найдены пределы, в которых ожидаются теоретические величины среднего значения $\overline{m}_{\lg kl}$ и среднего квадратического отклонения σ_m закона распределения $m_{\lg kl}$. Для выяснения степени зависимости $m_{\lg kl}$ от расстояния S были рассчитаны теоретические корреляционные отношения по формуле

$$\overset{\wedge}{\eta}_{\text{т}} = \sqrt{1 - [1 - \eta^2_{\text{т}}] \frac{n-1}{n-p}}, \qquad (5)$$

где n — число наблюдений; p — число параметров уравнения регрессии.

Анализируя полученные данные, можно сделать ряд важных выводов.

1. Теоретическая величина среднего значения $\overline{m}_{\lg kl}$ с ошибкой, не превышающей по абсолютной величине $\Delta = 0{,}6$ ед., при совмещении по первому способу и при спокойном изображении равна 12,41 ед. пятого знака логарифма или $\overline{m}_{kl} = 0'',29$. Это в 1,4 раза меньше, чем принятая нами ошибка совмещения при предварительном подсчете по формуле (3).

2. Колеблемость рассматриваемых ошибок $m_{\lg kl}$ по расстояниям только на 26% обусловлена различием этих ошибок по фактору S, т. е. можно говорить о довольно слабой корреляционной зависимости.

3. В период неспокойного изображения среднее значение $\overline{m}_{\lg kl}$ возрастает до 18,71 ед., т. е. увеличивается в 1,5 раза. Величина интервалов рассеяния для среднего квадратического отклонения σ_m увеличивается также почти в 2 раза. Наблюдается довольно тесная корреляционная зависимость средних квадратических ошибок от расстояний S (на 79%).

4. При совмещении по второму способу средние значения $\overline{m}_{\lg kl}$ более чем в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем соответствующие зна-

чения средних квадратических ошибок, рассмотренных ранее, т. е. подтверждается вывод, сделанный ранее.

5. Корреляционные отношения, найденные по формуле (5), показывают, что практически $m_{\lg kl}$ корреляционно не зависят от расстояния S, и можно говорить лишь о статистической зависимости. Это полностью согласуется с теорией дальномерной насадки.

Результаты исследования принципов совмещения были использованы при создании съемочного обоснования на открытых разработках. Для этого были проложены 3 теодолитных хода и 25 линейных засечек общей протяженностью около 21 *км*. Ниже приводится анализ точности линейных измерений по горизонтальной рейке.

Определялась разность двойных измерений для каждой измеренной длины отдельно. Можно предполагать, что размер ошибки измерения оптическим дальномером зависит от величины измеряемого расстояния. Для выяснения закона такой зависимости разности двойных измерений были распределены на 6 групп в зависимости от величины измеряемой длины: в первую группу вошли длины от 0—100 *м*, во вторую — от 100—200 *м* и т. д. Для каждой группы были подсчитаны средняя квадратическая абсолютная и относительная ошибки измерения линии по формуле

$$m^2 = \frac{[dd]}{2n}, \qquad (6)$$

где d — разности двойных измерений; n — их число.

Оказалось, что величины m растут вместе с возрастанием средней величины S:

Граница длины групп	Число линий, n	Средняя величина длины, S	$[dd]$	$m^2 = \frac{[dd]}{2n}$	m, *см*	$r = m : S$
0—100	9	75	142	7,87	2,80	1 : 2700
100—200	9	180	988	58,25	7,64	1 : 2400
200—300	12	270	3428	122,50	11,08	1 : 2400
300—400	6	361	1800	149,80	12,23	1 : 2900
400—500	7	440	6327	452,00	21,25	1 : 2100
500—600	19	560	19171	504,50	22,50	1 : 2500

Чтобы судить о точности линейных измерений, можно использовать, с одной стороны, разности двойных измерений, а с другой — невязки в теодолитных ходах и треугольниках.

Для установления закона изменения квадратической ошибки в зависимости от измеренной длины были рассчитаны эмпирические и теоретические линии регрессии. Ввиду того, что ошибка измерения длины находится в пропорциональной зависимости от ошибки совмещения, мы получили теоретическую линию парной регрессии

$$m_s = 0{,}07 + 3{,}96\,S, \tag{7}$$

где S выражено в сотнях метров.

Если взять за единицу сравнения m_{100}, то с ошибкой, не превышающей по абсолютной величине $\Delta = 0{,}06$ *см*, можно положить

$$m_{100} = \frac{100}{S}\, m_s. \tag{8}$$

Формула (8) позволяет обработать весь полученный из измерений материал:

Граница длины групп	Число линий, n	Сумма измер. длин	Средняя величина длины, S	$\sum d^2$	$\frac{\sum d^2}{2n}$	m_{100}, *см*	$\frac{m_{100}}{100}$
0—100	9	672	75	250,38	13,91	3,73	1 : 2700
100—200	9	1608	180	323,64	17,98	4,24	1 : 2400
200—300	12	3234	270	401,52	16,73	4,09	1 : 2400
300—400	6	2178	361	137,52	11,46	3,38	1 : 3000
400—500	7	3070	440	325,22	23,23	4,84	1 : 2100
500—600	19	10653	560	614,08	16,16	4,02	1 : 2500
Среднее							
0—600	62	21415	347	2052,36	16,58	4,04	1 : 2500

Чтобы определить точность линейных измерений из общей линейной невязки в уравновешенных ходах и треугольниках, необходимо учитывать следующие независимые источники ошибок: 1) линейные ошибки начальных и конечных точек теодолитных ходов и вершин треугольников; 2) угловые ошибки в измеренных углах, включая и примычные углы; 3) ошибки определения длин сторон теодолитных ходов и треугольников.

Влиянием неточности конечных точек теодолитных ходов и вершин треугольников можно пренебречь, так как они опирались на пункты триангуляции IV класса и пункты аналитической сети повышенной точности.

Влияние угловых измерений в теодолитных ходах можно учесть, пользуясь угловыми невязками f_β. Эти невязки по величине получились значительно ниже допустимых невязок даже для теодолитных ходов повышенной точности, вычисляемых по формуле

$$f_\beta = 20'' \sqrt{n}, \tag{9}$$

где n — число измеренных углов в ходе.

Угловые ошибки вызывают в конечном результате поперечную ошибку хода

$$U = f_y \cos \varphi - f_x \sin \varphi, \tag{10}$$

где φ — направление линии, соединяющей начало и конец теодолитного хода; f_x и f_y — невязки по осям X и Y.

Ее значения составят:

Длина хода, S	Угловая невязка f_β''	Линейная невязка хода f_s, м	Поперечная невязка U, м	Продольная невязка t, м	Относительная линейная ошибка $r = t : S$
2388,96	25	0,90	0,41	0,80	1 : 3000
2208,79	20	0,82	0,20	0,81	1 : 2700
3218,56	30	1,31	0,11	1,31	1 : 2500

$$\sum S = 7816{,}31; \quad S_{ср} = \frac{7816{,}31}{3} = 2605{,}44; \quad t_{ср} = \frac{2{,}92}{3} = 0{,}97;$$

$$r_{ср} = \frac{0{,}97}{2605{,}44} = \frac{1}{2600}.$$

Третий источник ошибок, вызывающий невязку хода, есть искажения в длинах сторон при их измерении.

При прямолинейной форме полигона ошибки в измерениях его сторон порождают продольное смещение хода, не влияя на поперечную ошибку. В нашем случае для всех трех ходов отклонение формы полигона от вытянутой можно считать небольшим, так как $\frac{S}{L} < 1{,}1$, т. е. отношение длины хода к длине линии, соединяющей конечные точки полигона, меньше 1,1. Продольная ошибка хода t вычислялась по формуле

$$t = f_y \sin \varphi + f_x \cos \varphi. \tag{10а}$$

Величина относительной средней линейной ошибки оказывается того же порядка, как и величина, полученная по разностям двойных измерений.

Источник ошибок, вызывающих невязки в треугольниках прямых линейных засечек, есть ошибки измерения длины сторон. Средняя квадратическая ошибка положения пункта в треугольнике может быть вычислена по формуле

$$M = \pm \frac{m_s \sqrt{2}}{\sin \alpha}, \qquad (11)$$

где α — угол, образованный измеренными сторонами, измеряется транспортиром с точностью 1—2° на чертеже треугольника, построенного в масштабе по известным сторонам. Исходя из формулы (11)

$$m_s = \pm \frac{M \sin \alpha}{\sqrt{2}}. \qquad (11а)$$

Разобьем все треугольники по группам в зависимости от длины сторон:

Число треугольников	Средняя длина S	Средняя истинная ошибка M	$m_s = \frac{M \sin \alpha}{\sqrt{2}}$	$r = m_s : S$
3	70	0,030	0,020	1 : 3500
5	150	0,094	0,060	1 : 2500
4	256	0,135	0,092	1 : 2700
3	362	0,210	0,134	1 : 2700
3	467	0,378	0,190	1 : 2500
7	580	0,390	0,230	1 : 2500
Среднее	345		0,132	1 : 2600

Величина относительной средней линейной ошибки оказывается одинаковой, как и величины этих ошибок, полученные ранее.

Таким образом, можно считать, что измерения длины, сделанные дальномерной насадкой «Lotakeil 004» с горизонтальной рейкой, имеют точность, характеризуемую средней квадратической относительной ошибкой $r = 1 : 2600$ или

$$m_{100} = \pm 4{,}0 \text{ см}. \qquad (12)$$

Аналогичные измерения были произведены и с вертикальной рейкой. Следующие данные составлены по разностям двойных измерений:

Границы длины групп	Число линий n	Средняя величина длины S	$[dd]$	$m^2 = \frac{[dd]}{2n}$	m, см	$r = m : S$
0—100	7	82	493	35,2	5,94	1 : 1400
100—200	8	153	1029	64,2	8,02	1 : 1900
200—300	12	263	4988	208,4	14,45	1 : 1800
300—400	7	351	4740	338,6	18,40	1 : 1900
400—500	10	434	11520	576,0	24,00	1 : 1800
500—600	16	558	27200	850,0	29,20	1 : 1900

Теоретическая линия парной регрессии, выражающая степень зависимости средней квадратической ошибки от расстояния S, имеет вид

$$m_s = 0{,}66 + 4{,}88\, S. \qquad (13)$$

С ошибкой по абсолютной величине не более 0,50 *см* для стандартной длины 100 *м* можно написать

$$m_{100} = \frac{100}{S} m_s. \qquad (14)$$

Используя формулу (14), обработаем весь полученный из измерений материал:

Границы длин групп	Число линий n	Сумма измер. длин	Средняя величина длины S	$\sum d^2$	$\frac{\sum d^2}{2n}$	m_{100}, см	$\frac{m_{100}}{100}$
0—100	7	522	82	735,84	52,56	7,25	1 : 1400
100—200	8	1223	153	440,96	27,56	5,25	1 : 1900
200—300	12	3112	263	726,00	30,25	5,50	1 : 1800
300—400	7	2455	351	385,84	27,56	5,25	1 : 1900
400—500	10	4404	434	611,60	30,58	5,53	1 : 1800
500—600	16	8920	558	875,20	27,35	5,23	1 : 1900
Среднее 0—600	60	20636	350	3775,44	32,15	5,67	1 : 1800

Затем приведем невязки, которые получены после уравнивания теодолитных ходов:

Длина хода S	Угловая невязка f''_β	Линейная невязка хода f_S, *м*	Поперечная невязка U, *м*	Продольная невязка t, *м*	Относительная линейная ошибка $r = t : s$
2387,64	25	1,44	0,02	1,44	1 : 1700
2206,38	20	1,49	0,21	1,48	1 : 1500
3217,95	30	1,86	0,38	1,82	1 : 1800

$$\sum S = 7811{,}97; \quad S_{ср} = \frac{7811{,}97}{3} = 2603{,}99; \quad t_{ср} = \frac{4{,}74}{3} = 1{,}58;$$

$$r_{ср} = \frac{1{,}58}{2603{,}99} = \frac{1}{1700}.$$

Уравняв прямые линейные засечки, получим:

Число треугольников	Средняя длина S	Средняя истинная ошибка M	$m_s = \frac{M \sin \alpha}{\sqrt{2}}$	$r = m_s : S$
2	67	0,049	0,033	1 : 2000
4	154	0,133	0,085	1 : 1800
5	252	0,190	0,130	1 : 1900
2	358	0,310	0,200	1 : 1800
3	450	0,480	0,240	1 : 1900
5	560	0,560	0,330	1 : 1700
Среднее	328		0,181	1 : 1800

Величина относительной средней линейной ошибки оказывается того же порядка, как и величина ошибки, полученная по разностям двойных измерений. Следовательно, можно считать, что измерения длин, сделанные дальномерной насадкой «Lotakeil» с вертикальной рейкой, имеют точность, характеризуемую средней квадратической относительной ошибкой,

$$r = 1 : 1700 \text{ или } m_{100} = \pm 5{,}8 \text{ см}. \qquad (15)$$

Выводы

1. Исследование различных способов совмещения позволило выявить зависимость ошибки визирования от расстояния до рейки и уменьшить в 1,5 раза ее значение по сравнению с методом, рекомендуемым Е. Янишем. Личная ошибка наблюдателя в предлагаемом способе не влияет на точность измерения расстояний.

2. Среднюю квадратическую ошибку расстояния m_s для дальномеров с переменным базисом необходимо определять по формуле

$$m_s = a + bS, \qquad (16)$$

где неизвестные параметры a и b определяются из системы нормальных уравнений по способу наименьших квадратов. Формула (16) и значения средней квадратической ошибки m_s, вычисленные на ее основе для горизонтальной и вертикальной реек [формулы (7) и (13)], учитывают ошибки, внешне зависимые от расстояния. Важнейшим источником ошибок в этом случае являются: а) остаточные ошибки постоянной умножения и постоянной сложения; б) дифференциальная рефракция; в) влияние наклона рейки; г) ошибка оценки делений рейки.

3. Высокая точность измерения расстояний дальномерной насадкой «Lotakeil» — формулы (12) и (15) — дает возможность использовать на открытых работах наиболее производительный метод создания съемочного обоснования — полярный способ с измерением на определяемом пункте для контроля горизонтального угла на исходные пункты. Этот способ особенно эффективен в условиях Заполярья в зимний период.