Записки Ленинградского орденов Ленина и Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LIX, вып. 1, 1969 г.

КОЛЕБАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ДВУХ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ДВУЖИДКОСТНОМ КОМПЕНСАТОРЕ

Ю. И. Беспалов

Двужидкостный компенсатор, т. е. оптический стабилизатор, основанный на использовании поверхности раздела двух жидкостей, был предложен Н. А. Гусевым в 1958 г. Введение верхнего слоя жидкости в ампулы компенсатора имело своей целью демпфирование колебаний нижней жидкости. Для стабилизатора такого типа, расположенного перед объектом зрительной трубы нивелира, условие компенсации имеет вид [4]:

$$1 = m(n_н - n_в), \qquad (1)$$

где m — число ампул в компенсаторе; $n_н$ и $n_в$ — показатели преломления соответственно нижней и верхней жидкостей.

Поскольку коэффициент преломления различных жидкостей имеет значение порядка 1,3—1,6, то для удовлетворения условия (1) наиболее реально применение в каждой ампуле компенсатора двух слоев жидкости с разностью коэффициентов преломления 0,333. Тогда для достижения коэффициента умножения, равного 1, в стабилизаторе должно быть не менее трех ампул.

Компенсаторы современных технических нивелиров НТ должны работать в диапазоне температур от —40° до +50° С, обеспечивая стабилизацию визирного луча со средней ошибкой не более $M_ε = \pm 4''$ при углах наклона инструмента $ε_0 = \pm 15'$. Дифференцируем выражение

$$ε = m\, ε_0 (n_н - n_в),$$

где $ε$ — отклонение луча компенсатором.

Далее, переходя к средним квадратическим ошибкам, получаем

$$M_\varepsilon = \varepsilon m (\Delta n_{t_в} - \Delta n_{t_н}) \Delta t, \qquad (2)$$

где Δt — диапазон температур; $\Delta n_{t_в}$ и $\Delta n_{t_н}$ — температурные коэффициенты рефракции верхней и нижней жидкостей.

Тогда допустимая разность температурных коэффициентов рефракции жидкостей в двужидкостном компенсаторе равна

$$\Delta n_{t_в} - \Delta n_{t_н} = \frac{M_\varepsilon}{\varepsilon m \Delta t}. \qquad (3)$$

Для нивелира типа НТ при $m=3$ разность температурных коэффициентов не должна превышать 0,03‰.

Качество изображения зрительной трубы с жидкостным компенсатором определяется величиной капиллярной постоянной a. Чем меньше a, тем меньше волновые аберрации и выше качество изображения [3]. Капиллярная постоянная на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей равна

$$a = \sqrt{\frac{2\sigma}{g(\rho - \rho_1)}}, \qquad (4)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела двух жидкостей; g — ускорение свободного падения; ρ и ρ_1 — плотности нижней и верхней жидкостей.

Согласно правилу Антонова

$$\sigma = | \gamma - \gamma_1 |, \qquad (5)$$

где γ и γ_1 — коэффициенты поверхностного натяжения каждой жидкости на границе с ее насыщенными парами.

Как видно из выражения (4), чем больше разность плотностей несмешивающихся жидкостей, тем меньше a, т. е. выше качество изображения зрительной трубы. Коэффициент поверхностного натяжения σ зависит от полярности жидкостных слоев и его величина при подборе жидкостей может изменяться в незначительных пределах.

Для того чтобы поверхность раздела двух жидкостей была устойчива к колебаниям штатива в полевых условиях, вязкости несмешивающихся жидкостей и их глубины должны удовлетворять определенным требованиям. Условие устойчивости

жидкой поверхности к колебаниям может быть найдено из решения уравения Навье-Стокса в общем виде. Однако эту задачу можно упростить, считая, что характер колебаний соответствует движению идеальной жидкости. Это возможно при соблюдении условий [5]

$$\lambda^2\omega \gg \nu,$$

$$\lambda \gg A, \qquad (6)$$

где λ — длина волны; ν — кинематическая вязкость жидкости; A — амплитуда колебаний; ω — круговая частота колебаний.

Определим зависимость ω от волнового вектора k для гравитационно-капиллярных колебаний, распространяющихся на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей. Предположим, что мы имеем такие жидкости в цилиндрическом сосуде радиуса r, причем сверху и снизу жидкости ограничены твердыми горизонтальными поверхностями (рис. 1). Обозначим глубину и плотность нижней жидкости через h и ρ, верхней h_1 и ρ_1. Будем рассматривать осесимметричный случай колебаний при условии

$$r \gg h + h_1. \qquad (7)$$

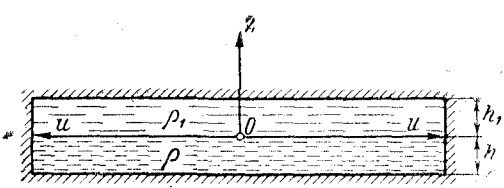


Рис. 1. Две несмешивающиеся жидкости в цилиндрическом сосуде

Систему координат U, Z выберем так, чтобы ось Z была направлена противоположно действию силы тяжести, а за начальную плоскость примем поверхность раздела жидкостей в положении покоя.

Полагая движение жидкости потенциальным, выразим потенциал скорости φ в нижней и φ_1 в верхней жидкостях относительно границы раздела согласно [5]

$$\varphi = B \operatorname{ch} k(z + h) \cos(ku - \omega t);$$

$$\varphi_1 = D \operatorname{ch} k(z - h_1) \cos(ku - \omega t), \qquad (8)$$

где u — переменный радиус в цилиндрической системе координат.

Условие непрерывности давления на границе двух жидкостей с учетом поверхностного натяжения имеет вид

$$\rho g\zeta + \rho\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \sigma\frac{\partial^2\zeta}{\partial u^2} = \rho_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial t} + \rho_1 g\zeta, \tag{9}$$

где ζ — переменная координата поверхности раздела двух жидкостей, $\zeta = f(u, t)$; t — время.

Знак перед σ определяется полярностью жидкости: если верхняя жидкость более полярна, то σ в левой части уравнения (9) имеет положительный знак.

Условие равенства составляющей скорости в проекции на вертикальное направление u_z для обеих жидкостей на поверхности раздела имеет вид

$$v_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial z}. \tag{10}$$

Но поскольку при колебаниях с малой амплитудой вертикальная компонента скорости движения точек поверхности равна производной по времени от смещения ζ, то

$$v_z = \frac{\partial\varphi}{\partial z} = \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}. \tag{11}$$

Смещение ζ при этом ищем в виде

$$\zeta = A\sin(ku - \omega t). \tag{12}$$

Определяя производные при $z=0$ и подставляя (8) и (12) в (9), (10) и (11), получаем систему трех уравнений

$$Bk\,\mathrm{sh}\,kh + A\omega = 0;$$

$$Dk\,\mathrm{sh}\,kh_1 - A\omega = 0;$$

$$A\left[g(\rho - \rho_1) + \sigma k^2\right] + \rho B\omega\,\mathrm{ch}\,kh - \rho_1 D\omega\,\mathrm{ch}\,kh_1 = 0. \tag{13}$$

Решая систему уравнений (13) методом исключения постоянных A, B, D, получаем

$$\omega^2 = \frac{kg(\rho - \rho_1)}{\rho\,\mathrm{cth}\,kh + \rho_1\,\mathrm{cth}\,kh_1} + \frac{k^3\sigma}{\rho\,\mathrm{cth}\,kh + \rho_1\,\mathrm{cth}\,kh_1}. \tag{14}$$

Полученное решение является более общим, чем данное в [5]. Первый член правой части этого выражения отражает влияние гравитационных сил, второй член — влияние капиллярных сил. Поскольку для гравитационно-капиллярных колебаний влияние гравитационных и капиллярных сил одинаково, величину волнового вектора k можно приближенно получить, приравнивая первый и второй члены правой части уравнения (14),

$$k \sim \sqrt{\frac{g(\rho - \rho_1)}{\sigma}}. \tag{15}$$

Подставляя (4) в (15), получим

$$k \sim \frac{\sqrt{2}}{a}. \tag{16}$$

Зависимость волнового вектора от длины волны можно представить согласно [5] как

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Тогда с учетом (16) получим

$$\lambda \sim \pi a \sqrt{2}. \tag{17}$$

При колебаниях на границе жидкость—жидкость характер диссипации энергии будет иным, чем на границе жидкость—газ. Наличие второй жидкости вызывает более сильные турбулентные потоки на поверхности соприкосновения двух жидкостей из-за действия дополнительной тангенциальной силы. Представим коэффициенты диссипации энергии в двужидкостном компенсаторе $\beta_{дв.ж}$ как некоторую неизвестную функцию от коэффициентов диссипации энергии в нижнем β и верхнем β_1 слоях и разложим в ряд эту функцию. Тогда первые два члена ряда будут равны сумме коэффициентов диссипации энергии в каждом слое жидкости, а для учета влияния остальных членов ряда введем постоянную $\frac{c}{h}$. Принимая в дальнейшем глубины обоих слоев жидкости одинаковыми и равными h, получим

$$\beta_{дв.ж} = \beta + \beta_1 + \frac{c}{h}. \tag{18}$$

Полагая, что в двужидкостном компенсаторе существуют лишь длинные волны, а также принимая во внимание условие (7), выразим коэффициенты диссипации энергии в каждом слое жидкости согласно [2]

$$\beta_{\text{дв. ж}} = \frac{\sqrt{\omega}}{h2\sqrt{2}}(\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu_1}) + \frac{c}{h}, \qquad (19)$$

где ν и ν_1 — кинематические вязкости верхнего и нижнего слоев жидкостей.

Тогда условием равенства коэффициентов диссипации в одножидкостном и двужидкостном компенсаторах будет уравнение

$$\frac{\sqrt{\eta}}{H} = \frac{1}{h}(\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu_1}) + \frac{c}{h}, \qquad (20)$$

где η и H — кинематическая вязкость и глубина жидкости в одножидкостном компенсаторе.

Жидкости, пригодные для применения в двухжидкостном компенсаторе, должны образовывать гетерогенную (расслаивающуюся) систему в широком диапазоне температур. Кроме того, такие жидкости должны быть неагрессивны к стеклу и сохранять свои свойства в течение длительного промежутка времени. Вода и ее растворы не могут быть применены в качестве одного из компонентов гетерогенной системы из-за высокой температуры плавления. Поэтому гетерогенная система должна быть образована из органических соединений, существующих в виде жидкой фазы в требуемом температурном диапазоне. Для облегчения подбора несмешивающихся жидкостей можно воспользоваться теорией растворов неэлектролитов Гильдебрандта. Согласно этой теории, взаимная растворимость неэлектролитов определяется близостью их параметров растворимости δ [6]

$$\delta = \sqrt{\frac{\Delta F}{V}}, \qquad (21)$$

где ΔF — мольная энергия испарения, *кал/моль*; V — объем граммолекулы вещества, *см*^{3}.

Наименьшим параметром растворимости обладают вещества из класса ациклических фторуглеродов. Кроме того, эти соединения химически стойки, имеют малый коэффициент пре-

ломления и большую плотность. Фторуглероды могут быть применены в двужидкостном компенсаторе для образования нижнего слоя жидкости. Верхний слой в этом случае должен быть образован сильнопреломляющим органическим веществом с высоким значением параметра δ и малой плотностью.

Физические свойства жидкостей

Вещество	Плотность, *г/см³*	Рефракция	Температурный коэффициент преломления	Коэффициент поверхностного натяжения, *дин/см*	Параметр растворимости, $кал^{1/2}/см^3$	Кинематическая вязкость при —20° С, стоксы	Температура, °С	
							плавления	кипения
Перфтордиэтилметиламин	1,708	1,2633	$-4{,}0\cdot10^{-4}$	15,9	~5,7	0,0048	—163	+45
Перфтортриэтиламин	~1,7	1,2526	$-4{,}0\cdot10^{-4}$	17,6	~5,7	0,0061	—145	+70
α-метилнафталин с толуолом (смесь)	0,978	1,585	$-4{,}2\cdot10^{-4}$	34,0	~9,0	0,0172	—40	+245
Дибутилфталат	1,046	1,4919		34,8	11,6	0,165	—35	+340

Как видно из таблицы, гетерогенная система, образованная перфтортриэтиламином и смесью α-метилнафталина с толуолом, отвечает поставленным выше требованиям к разности плотностей, температурным коэффициентам рефракции и параметрам растворимости. При лабораторных исследованиях, однако, было установлено снижение температуры кипения указанной бинарной системы до +37° С, что объясняется действием суммарного парциального давления паров обоих слоев жидкостей.

Смесь α-метилнафталина и толуола с перфтортриэтиламином была исследована на макете нивелира с двужидкостным компенсатором (рис. 2).

Первоначально глубина двух жидкостей была принята 0,4 *см* (по 0,2 *см* каждый слой). Однако, как показали эксперименты, при такой глубине и внутреннем диаметре ампул стабилизатора 5,5 *см* верхняя жидкость не могла свободно растекаться по поверхности фторорганической жидкости. После увеличения глубины двух жидкостей до 0,6 *см* в ампуле образо-

валось два слоя толщиной по 0,03 *см* каждый. Но при этом было установлено, что попадание верхней полярной жидкости на дно ампулы резко ухудшало качество изображения зрительной трубы макета. Поэтому нижнее стекло (дно) в каждой ампуле было покрыто органофобным слоем ГСФ-3 [1].

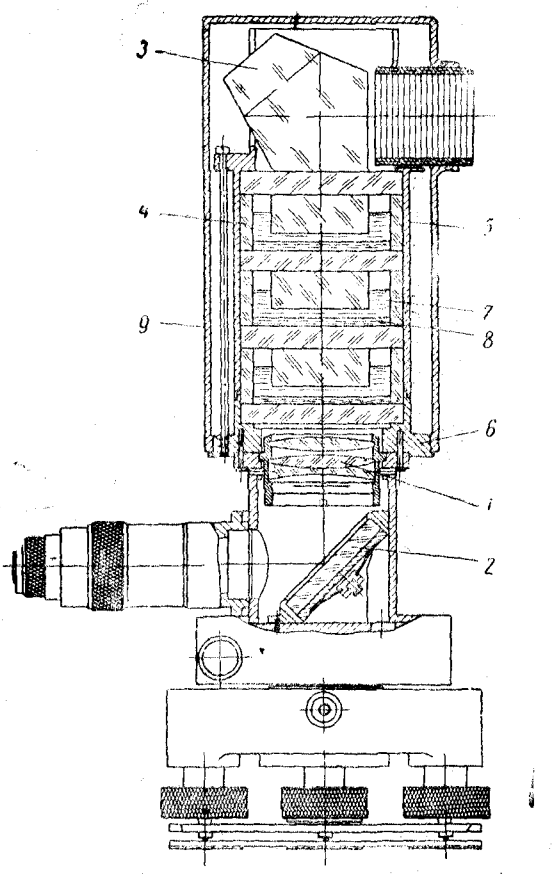


Рис. 2. Макет нивелира с двужидкостным компенсатором:

1 — объектив; *2* — зеркало; *3* — пентапризма; *4* — цельностеклянная ампула; *5*, *6* — верхняя и нижняя детали крепления ампул; *7*, *8* — верхняя и нижняя жидкости в ампулах; *9* — защитный колпак

Испытания макета нивелира с двужидкостным компенсатором в условиях естественного сейсмического фона показали, что при глубине ампулы 0,6 *см* поверхность раздела между примененными маловязкими жидкостями подвержена вибрациям, препятствующим отсчитыванию по рейкам. После того как вместо смеси α-метилнафталина с толуолом верхний слой гетерогенной системы был образован дибутилфталатом, поверхность раздела двух жидкостей проявила такую же устойчивость к вибрациям, как жидкость в нивелире НЖК [2]. Следовательно, один из компонентов в гетерогенной системе двужидкостного стабилизатора должен иметь вязкость не ниже 0,165 стокс при толщине слоя $h=0{,}3$ *см*.

Перейдем к рассмотрению диссипативных процессов в такой бинарной системе. На основании (17) получаем для дибутилфталата, как наиболее вязкого компонента

$$\lambda \sim \pi 0{,}253 \sqrt{2} \sim 1{,}12 \text{ см}.$$

Поскольку глубина слоя жидкости больше возможной амплитуды колебаний поверхности раздела жидкость—жидкость, а в условиях естественного сейсмического фона $\omega=1{,}57$ *рад/сек* [2], то условия (6) соблюдены и можно применить для нашего случая выражение (20). Подставляя в (20) значения глубины и вязкости жидкостей в двужидкостном и одножидкостном компенсаторе [2], найдем постоянную

$$C=-0{,}057.$$

Тогда из уравнения (20) определим глубину слоя жидкости в двужидкостном компенсаторе

$$h = 1{,}56\left(\sqrt{\nu} + \sqrt{\nu_1} - 0{,}013\right). \qquad (22)$$

Как видно из выражения (22), жидкости в двужидкостном компенсаторе должны обладать довольно высокой вязкостью, не менее 0,15 стокса, поскольку минимально допустимая величина $h=0{,}3$ *см*. Однако вязкость таких жидкостей при отрицательных температурах заметно возрастает. Поэтому рекомендовать двужидкостный компенсатор для применения в маркшейдерско-геодезических приборах на настоящем этапе исследований преждевременно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беспалов Ю. И. К вопросу о несмачиваемом покрытии в жидкостном компенсаторе. Изв. ВУЗов «Геодезия и аэрофотосъемка», № 4, 1965.

2. Беспалов Ю. И. К вопросу определения глубины и вязкости жидкости в ампулах жидкостных оптических компенсаторов. Изв. ВУЗов «Горн. ж.», № 6, 1966.

3. Беспалов Ю. И. О влиянии кривизны поверхности жидкости на качество изображения зрительной трубы нивелира с жидкостным компенсатором. Изв. ВУЗов «Геодезия и аэрофотосъемка», № 5, 1966.

4. Гусев Н. А. Двужидкостный компенсатор (для горного нивелира). НДВШ, Горн. дело, № 2, 1959.

5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехтеоретиздат, 1953.

6. Саймонс Дж. и др. Фтор и его соединения, т. I, ИЛ, 1953.