*Записки Ленинградского ордена Ленина
и ордена Трудового Красного Знамени
горного института им. Г. В. Плеханова
т. LXI, вып. 2, 1971 г.*

ОБ УЧЕТЕ В ГРАВИРАЗВЕДКЕ ВЛИЯНИЯ ТОЛЩ, ПЕРЕКРЫВАЮЩИХ ИЗУЧАЕМЫЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ

И. Г Клушин, Т З. Грабовска

При совместном применении нескольких геофизических методов исследований широко используется подход, при котором на основании данных отдельных методов вычисляются специальные поправки, вводимые в показания других методов. Это существенно повышает подробность и определенность общего заключения о выявленных особенностях геологического строения. Данные гравиразведки одновременно указывают на проявление многих геологических причин и поэтому нуждаются в поправках, которые позволят выделить из суммарного аномального поля отдельные компоненты, имеющие вполне определенное геологическое значение.

Важная в практическом отношении задача — учет и исключение гравитационного влияния толщ горных пород, перекрывающих геологические структуры, которые стали объектом изучения, имеет разнообразные приложения.

1. Детальное изучение коренных пород, перекрытых рыхлыми отложениями, при крупномасштабном геологическом картировании и поисках рудных месторождений.

2. Изучение нижних структурных этажей нефтегазоносных бассейнов платформенных и геосинклинальных областей при условии, что строение верхних этажей подробно освещено другими, более детальными методами, тогда как дальнейшее увеличение глубинности исследований с помощью бурения и сейсморазведки наталкивается на технические трудности.

3. Изучение глубинного строения земной коры и мантии в районах с детально изученным строением верхних горизонтов земной коры.

Принципиальная возможность разделения аномального поля на составляющие давно обоснована и не нуждается в пояснении. Достаточно хорошо известны также разнообразные технические приемы выделения аномалий силы тяжести [1].

В настоящей работе основное внимание обращается на оценку точности, с которой подсчитывается гравитационный эффект толщ. Точность определения прямо влияет на достоверность остаточных аномалий, а тем самым и на достоверность геологического заключения. Для достижения необходимой точности следует планировать проведение специальных исследований, чтобы с нужной подробностью установить пространственное распределение плотности горных пород. Представление о масштабах таких дополнитель-

ных исследований можно получить, сопоставляя уровень погрешности аномалий с задачами их интерпретации.

При исключении гравитационного эффекта некоторых толщ обычно руководствуются представлением, что в разрезе имеется одна или больше плотностных границ, положение которых изучается независимо от гравиразведки. Плотность горных пород, заключенных между границами, принимается постоянной. Гравитационное влияние границ раздела плотности вычисляется по отдельным разрезам с помощью специальных номограмм (палеток) или определяется непосредственно по структурным картам района. Последняя задача удобно решается на электронных вычислительных машинах [2].

По остаточным гравитационным аномалиям судят о неоднородном распределении плотности в той геологической среде, которая расположена глубже последней границы раздела, включенной в анализ. Вместе с тем очевидно, что остаточные аномалии содержат некоторые погрешности, обусловленные неточным учетом строения верхних горизонтов. Чтобы установить величину погрешностей и их зависимость от особенностей разреза, обратимся к рис. 1. На нем начало координат располагается в точке на поверхности наблюдений, которая аппроксимируется горизонтальной плоскостью. Показано положение двух границ $z_1(x)$ и $z_2(x)$, разделяющих толщи пород, которые обладают плотностью σ_0, σ_1 и σ_2. Плотность каждого слоя представляется в виде суммы постоянной и переменной компонент

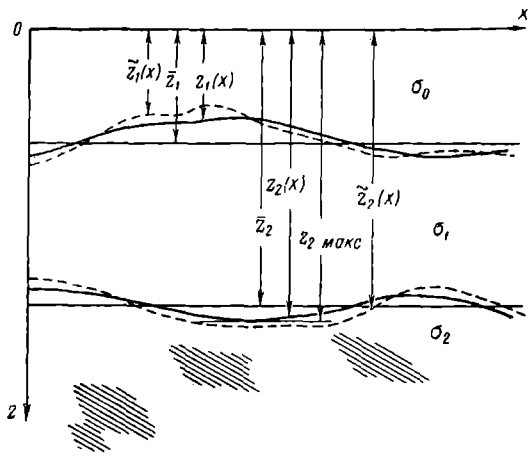


Рис. 1. Схема распределения плотности горных пород (штриховкой показано положение изучаемых зон)

$$\sigma_i(x) = \bar{\sigma}_i + \Delta\sigma_i(x); \quad i = 0,\ 1,\ 2. \qquad (1)$$

Границ может быть больше двух. В этом случае в формулы для определения величины аномалий-помех будут по аналогии включены новые члены. При одной границе задача упрощается.

Наиболее неоднородна по плотности среда, расположенная глубже границы $z_2(x)$; вариации плотности $\Delta\sigma_2(x)$ являются предметом изучения. Вариации $\Delta\sigma_0(x)$ и $\Delta\sigma_1(x)$ относительно малы, что позволяет в первом приближении пренебречь ими. Проявление вариаций $\Delta\sigma_0(x)$ и $\Delta\sigma_1(x)$, коррелирующих на большом расстоянии, является одним из источников ошибок в остаточных аномалиях.

Действительное положение границ $z_1(x)$ и $z_2(x)$ неизвестно, приближенное их положение, обозначенное $\bar{z}_1(x)$ и $\bar{z}_2(x)$, выясняется после обработки данных электро-, сейсморазведки и др. Ошибки определения глубины находятся в известных пределах и при усреднении по большой площади близки к нулю; на отдельных участках допускаются систематические расхождения.

Источники аномалий силы тяжести, показанные на рис. 1, могут быть объединены в три группы.

1. Источники учтенных аномалий. Слой переменной мощности, заключенный между поверхностью наблюдений ($z = 0$) и границей $\bar{z}_1(x)$ (в расчет

принята постоянная плотность $\bar{\sigma}_0$), $[\bar{z}_1(x) - 0; \sigma_0]$; слой $[\hat{z}_2(x) - \bar{z}_1(x); \bar{\sigma}_1]$; слой $[(z_2)_{\text{макс}} - \bar{z}_2(x); \bar{\sigma}_2]$.

2. Источники выделяемых аномалий: вариации плотности в среде, расположенной ниже границы $z_2(x)$.

3. Источники аномалий-помех: слой $[z_1(x) - 0; \Delta\sigma_0(x)]$, обладающий переменной толщиной и плотностью; слой $[z_2(x) - z_1(x); \Delta\sigma_1(x)]$; слой $[z_1(x) - \bar{z}_1(x); \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0]$; слой $[z_2(x) - \bar{z}_2(x); \bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1]$.

В соответствии с принципом суперпозиции можно просуммировать отдельные аномалии-помехи и определить полную величину такой аномалии. Аномалия-помеха является функцией четырех случайных аргументов $\Delta\sigma_0(x)$; $\Delta\sigma_1(x)$; $z_1(x)$ $\bar{z}_1(x)$; $z_2(x) - \bar{z}_2(x)$) и двух неслучайных ($z_1(x)$; $z_2(x)$). Поскольку оценка погрешности, обусловленной наличием аномалий-помех, относится не к определенным точкам площади или интервалам геологического разреза, а ко всей площади (разрезу), то изменения глубины расположения границ $z_1(x)$ и $z_2(x)$ целесообразно включить в анализ как изменения двух случайных аргументов. Случайные аргументы искомой функции обозначим X_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$). Математические ожидания переменных $X_1 = z_1(x)$ и $X_2 = z_2(x)$ равны, соответственно, $\bar{z}_1$ и $\bar{z}_2$. Переменные $X_3 = \Delta\sigma_0(x)$, $X_4 = \Delta\sigma_1(x)$, $X_5 = z_1(x) - \bar{z}_1(x)$, $X_6 = z_2(x) - \bar{z}_2(x)$ имеют нулевые математические ожидания.

Дальнейшие расчеты интенсивности аномалий основаны на условии, что интервал корреляции аномалий-помех не менее интервала корреляции полезных аномалий. Это условие означает бесперспективность применения каких-либо аналитических «фильтров», т. е. трансформаций, учитывающих различия в частотном спектре сигнала и помехи. Вместе с тем, именно коррелирующиеся вариации плотности, если они оказываются опасной помехой, можно изучить по сравнительно ограниченным исследованиям.

Для преобразования случайных аргументов в аномалии-помехи воспользуемся формулами, которые применяются при определении главных эффектов. При подсчете гравитационного эффекта толщ обосновано применение формулы

$$\Delta g(x) = 2\pi f \Delta\sigma(x)\,\Delta z(x) \qquad (2)$$

или ее аналогов, которые содержат эмпирически подобранные или теоретически обоснованные коэффициенты. Такие коэффициенты более точно учитывают влияние на угол видимости соотношения поперечных размеров погребенных структур со средней глубиной их залегания [3]. Поэтому будем считать, что и для определения аномалий-помех достаточно таких простых формул.

Итак, выразим суммарную аномалию-помеху Δg в виде

$$\Delta g(x) = A\left[X_1X_3 + (X_2 - X_1)X_4 + (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0)X_5 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1)X_6\right], \qquad (3)$$

где A — множитель, равный произведению гравитационной постоянной на средний угол видимости.

Чтобы найти распределение плотности вероятностей $f(\Delta g)$, показывающее, насколько характерны ошибки той или иной величины, необходимо иметь представление о соответствующих функциях $f_i(x_i)$, описывающих изменения случайных аргументов X_i. Функции $f_i(x_i)$ находятся по данным контрольных работ на отдельных площадях, по распределениям вариаций физических параметров, с которыми плотность связана тесной корреляционной зависимостью и т. п. В тех случаях, когда точный вид $f_i(x_i)$ неизвестен, но имеется представление о пределах изменения X_i, может быть принято допущение о равномерном распределении (основано на принципе недоста-

точного основания Я. Бернулли). Минимальные сведения о функциях $f_i(x_i)$ заключаются в оценках дисперсий D_i и математических ожиданий средних значений.

Сложность дальнейших расчетов зависит от подробности, с которой необходимо знать распределение $f(\Delta g)$, а также от того, насколько зависят друг от друга переменные X_i. Выделим четыре последовательно усложняющихся варианта.

1. Переменные X_i независимы; достаточно определить дисперсию $D\ [\Delta g]$.
2. Переменные X_i независимы; для наиболее обоснованного определения доверительных интервалов, соответствующих высоким уровням доверия, необходимо найти функцию $f(\Delta g)$.
3. Переменные X_i зависимы; достаточно определить дисперсию $D\ [\Delta g]$.
4. Переменные X_i зависимы; необходимо найти $f(\Delta g)$.

Рассмотрены три первых варианта. Весьма элементарно решение в первом варианте, которое приводится для сопоставления с более сложными случаями. Применяя известные правила [4], сразу получаем ответ

$$D[\Delta g] = A^2[D_1D_3 + (D_2 + D_1)D_4 + \bar{z}_1^2 D_3 + (\bar{z}_2 - \bar{z}_1)^2 D_4 + \\ + (\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0)^2 D_5 + (\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1)^2 D_6]. \qquad (4)$$

Для второго варианта решение находится последовательным применением преобразований, выражающих плотность распределения вероятностей переменной величины, которая получается при суммировании и при умножении двух случайных аргументов. Плотность вероятностей ошибок описывается функцией

$$f(\Delta g) = \frac{1}{A}\int_{-\infty}^{-\infty} f_\varepsilon(\varepsilon)\, f_\delta\left(\frac{\Delta g}{A} - \varepsilon\right) d\varepsilon, \qquad (5)$$

где $f_\delta\left(\frac{\Delta g}{A} - \varepsilon\right) = \frac{1}{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1}\int_{-\infty}^{+\infty} f_5(x_5) \times$

$$\times f_6\left(\frac{\frac{\Delta g}{A} - \varepsilon - x_5(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0)}{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1}\right) dx_5; \qquad (6)$$

$$f_\varepsilon(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(\alpha)\, f_\nu(\varepsilon - \alpha)\, d\alpha; \qquad (7)$$

$$f_\alpha(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|x_1|} f_1(x_1)\, f_3\left(\frac{\alpha}{x_1}\right) dx_1; \qquad (8)$$

$$f_\nu(\varepsilon - \alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|x_4|} f_4(x_4)\, f_\beta\left(\frac{\varepsilon - \alpha}{x_4}\right) dx_4. \qquad (9)$$

$$f_\beta\left(\frac{\varepsilon - \alpha}{x_4}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_2(x_2)\, f_1\left(x_2 - \frac{\varepsilon - \alpha}{x_4}\right) dx_2. \qquad (10)$$

Расчет функции $f(\Delta g)$ по формулам (5)—(10) целесообразно проводить, если эмпирически установленные распределения $f_1(x_i)$ имеют сложную форму (весьма асимметричны, имеют более чем один максимум и т. д.) и если необходимо определить доверительные интервалы, не прибегая к упрощающим допущениям о виде функции $f(\Delta g)$. Поскольку в формуле (3) сумми-

руются произведения случайных аргументов, форма результирующего распределения в указанных условиях может быть сложной. Изменение формы можно проследить на примере функции $f_z(z)$, описывающей плотность вероятностей $Z = XY$, где X и Y — случайные величины, распределенные нормально с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями D_x и D_y. Пользуясь операционным исчислением [5], можно установить, что

$$f_z(z) = \frac{1}{\pi\sqrt{D_xD_y}} K_0\left(\frac{z}{\sqrt{D_xD_y}}\right) \tag{11}$$

где $K_0(z)$ — видоизмененная функция Бесселя второго рода нулевого порядка; она обращается в бесконечность при $z = 0$, что означает в данном случае очень большую плотность вероятности малых значений XY

При других значениях аргумента функция $f_z(z)$, определяемая равенством (11), также существенно отличается от функции $f_z(z)$, соответствующей нормальному закону распределения, что видно из следующего сопоставления:

	0,1	0,2	0,3	1,0	2,0	3,0
Нормальный закон распределения $f_z(z)$	0,40	0,39	0,38	0,35	0,24	0,13	0,05	0,00
Закон распределения, описываемый выражением (11), при $D_x = D_y = 1$	0,77	0,56	0,44	0,29	0,13	0,06	0,04	0,01

Обращение в бесконечность не осложняет интегрирование $f_z(z)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z)\,dz = \frac{1}{\pi\sqrt{D_xD_y}} \int_{-\infty}^{+\infty} K_0\left(\frac{z}{\sqrt{D_xD_y}}\right) dz = 1, \tag{12}$$

$$D_z = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 f_z(z)\,dz = \frac{1}{\pi\sqrt{D_xD_y}} \int_{-\infty}^{\infty} z^2 K_0\left(\frac{z}{\sqrt{D_xD_y}}\right) dz =$$

$$= \pi^{-1} D_xD_y 2^2 \left[\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\right]^2 = D_xD_y, \tag{13}$$

поскольку для гамма-функции $\Gamma(x)$ установлено, что $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

Третий вариант оценки погрешности основан на использовании ковариационной матрицы переменных X_i. Зная дисперсии D_i и корреляционные моменты (ковариации) D_{ij}, можно перейти от совокупности линейно зависимых переменных X_i к новой совокупности переменных V_i, которые не коррелированы друг с другом. Известно много способов решения этой задачи, один из наиболее простых способов описан В. С. Пугачевым [6]. Переменные X_i представляются в виде линейных комбинаций новых переменных

$$\begin{aligned} X_1 &= V_1 + \bar{z}_1; \\ X_2 &= a_{21}V_1 + V_2 + \bar{z}_2; \\ X_3 &= a_{31}V_1 + a_{32}V_2 + V_3; \\ X_4 &= a_{41}V_1 + a_{42}V_2 + a_{43}V_3 + V_4; \end{aligned} \tag{14}$$

где a_{ij} — коэффициенты, которые находятся по ковариационной матрице.

Подставляя правые части равенств (14) в формулу (3), найдем выражение

аномалии-помехи в виде суммы членов, содержащих V_i, V_i^2 и V_iV_j. После приведения подобных членов и определения коэффициентов при V_i, V_i^2 и V_iV_j, которые соответственно обозначим b_{i0}, b_{ii}, b_{ij}, получаем формулу для вычисления дисперсии

$$D[\Delta g] = A^2\left[\sum_{i=1}^{6} b_{i0}^2 D_{Vi} \quad \sum_{i=1}^{4} b_{1i}^2 D_{V_1} D_{Vi} + \sum_{i=2}^{4} b_{2i}^2 D_{V2} D_{Vi}\right] \qquad (15)$$

Дисперсия D_{Vi} переменных V_i и коэффициенты a_{ij} определяются по формулам [6]

$$\begin{aligned} D_{V1} &= D_1; \\ D_{V2} &= D_2 - |a_{21}|^2 D_{V1}; \\ D_{V3} &= D_3 - |a_{31}|^2 D_{V1} - |a_{32}|^2 D_{V2}; \end{aligned} \qquad (16)$$

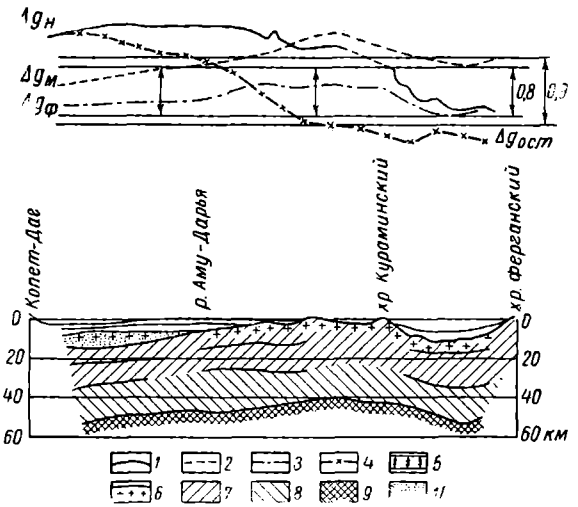


Рис. 2. Геолого-геофизический разрез земной коры по профилю Копет-Даг — Ферганский хребет (по Б. С. Вольвовскому, И. С. Вольвовскому, В. З. Рябому, В. И. Шрайбману [8]).

Аномалии силы тяжести: *1* — наблюдаемая; *2* — обусловленная рельефом границы Мохоровичича; *3* — обусловленная рельефом поверхности фундамента; *4* — остаточная; *5* — доверительные пределы для остаточной аномалии при уровне доверия 0,8 и 0,9. *6* — поверхность фундамента. Слои: *7* — гранитно-метаморфический; *8* — базальтовый; *9* — подкоровый; *10* — промежуточный комплекс пермотриаса

$$D_{V4} = D_4 - |a_{41}|^2 D_{V1} - |a_{42}|^2 D_{V2} - |a_{43}|^2 D_{V3};$$

Соответственно

$$\begin{aligned} a_{i1} &= D_{i1}/D_1; \quad (i = 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6) \\ a_{i2} &= D_{V2}^{-1}\left[D_{i2} - a_{i1}a_{21}D_{V1}\right]; \ (i = 3,\ 4,\ 5,\ 6) \\ a_{i3} &= D_{V3}^{-1}\left[D_{i3} - a_{i1}a_{31}D_{V1} - a_{i2}a_{32}D_{V2}\right]; \ (i = 4,\ 5,\ 6) \\ a_{i4} &= D_{V4}^{-1}\left[D_{i4} - a_{i1}a_{41}D_{V1} - a_{i2}a_{42}D_{V2} - a_{i3}a_{43}D_{V3}\right]; \ (i = 5,\ 6) \end{aligned} \qquad (17)$$

Для иллюстрации вычислений приведем практический пример (рис. 2). В результате глубинных сейсмических зондирований [7] установлены ос-

новные особенности строения коры Предкопетдагского краевого прогиба, Туранской плиты, Ферганской межгорной впадины и окаймляющих ее горных хребтов. Сейсмические данные о строении земной коры и данные о распределении аномалий силы тяжести использованы для геологических выводов, касающихся строения верхней мантии в пределах запада Средней Азии [8, 9]. Установлена резко выраженная неоднородность строения верхней мантии в зоне перехода от Туранской плиты к Тянь-Шаню. Особенности глубинного строения земной коры и мантии, выявленные по геофизическим данным, согласуются с неодинаковой интенсивностью и продолжительностью проявления тектонических движений.

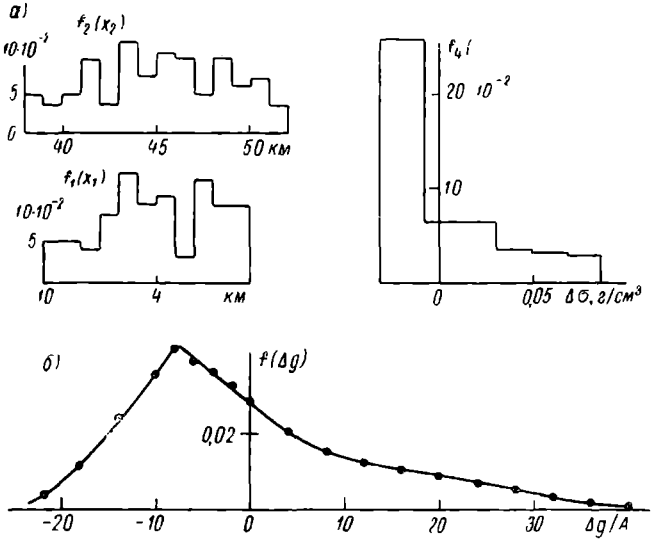


Рис. 3. Графики функций, описывающих плотность распределения вероятностей:

f_1 — глубины до поверхности фундамента; f_2 — глубины до поверхности границы Мохоровичича; f_4 — вариации $\Delta\sigma$ в толще кристаллических пород земной коры; f — аномалий-помех, искажающих остаточные аномалии силы тяжести

Для изучения вариации плотности верхней мантии было исключено гравитационное влияние толщ горных пород, слагающих земную кору. При анализе материалов вычислены аномалии, обусловленные рельефом границы, разделяющей осадочные породы (σ_0) и кристалический фундамент (σ_1), и рельефом границы Мохоровичича. Перепад плотности на первой границе $(\bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0) = 0{,}2$ г/см³; на второй $(\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1) = 0{,}3$ г/см³. Плотность слоев, разделяемых границами $[\bar{z}_1(x); \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_0 = 0{,}2]$ и $[\bar{z}_2(x); \bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1 = 0{,}3]$, принята постоянной.

Исходными данными для оценки аномалий-помех послужили сведения, приведенные в монографии по тектонике Туранской плиты [7] и в других работах.

На рис. 3, *а* построены эмпирические графики $f_i(x_i)$, $(i = 1, 2, 4)$. С учетом данных, опубликованных в литературе [1, 10, 7, 11], и по общим соображениям принято, что $f_i(x_i)$, $(i = 3, 5, 6)$ отвечают нормальному распределению с нулевым математическим ожиданием и дисперсиям $D_3 = (0{,}025$ г/см³$)^2$, $D_5 = (0{,}5$ км$)^2$; $D_6 = (2$ км$)^2$. Наиболее важное для оценки D [Δg] распределение $f_4(x_4)$, которое характеризует вариации плотности внутри кристаллической толщи земной коры (~40 км), получено следующим

образом. По сейсмическому разрезу построен график $v\,(x)$, показывающий изменение пластовой скорости распространения продольных волн в слое пород, заключенном между границами $\tilde{z}_1\,(x)$ и $\tilde{z}_2\,(x)$ (рис. 4). Вариации пластовой скорости $\Delta v\,(x)$ преобразованы в вариации плотности с помощью равенства

$$\Delta\sigma = m\Delta v; \quad m = \text{const}. \tag{18}$$

Возможные систематические ошибки в определении пластовой скорости, обусловленные расхождением между пластовой и граничной скоростью, при использовании равенства (18) не проявляются. Коэффициент m (согласно графику К. Дрейка) равен $0{,}187\ \frac{г \cdot сек}{см^3 \cdot км}$ По другим оценкам [7, 12] значения m находятся от 0,15 до 0,25.

Возможно, было бы целесообразней найти распределение $f\,(\Delta\sigma_1) = f_4\,(x_4)$ по распределениям $f_{\Delta v}\,(\Delta v)$ и $f_m\,(m)$ по формуле

$$f(\Delta\sigma_1) = \int \frac{1}{m} f_m f_{\Delta v}\left(\frac{\Delta\sigma}{m}\right) dm. \tag{19}$$



Рис. 4. Изменение пластовой скорости в толще кристаллических пород земной коры по профилю Копет-Даг — Ферганский хребет

Однако такой подход означал бы, что неточность оценки m учитывается как дополнительный источник дисперсии плотности $\Delta\sigma_1\,(x)$.

Результаты последовательной свертки $f_i\ (x_i)$ в $f\,(\Delta g)$ по формулам (5)—(10) показаны графиком (см. рис. 3, *б*).

Выражая переменные расстояния в километрах, а переменные плотности в десятых долях грамма на кубический сантиметр, получаем значение дисперсии аномалий-помех

$$D\,[\Delta g] = A^2\,[8{,}6 \cdot 0{,}0625 + (12{,}8 + 8{,}6) \cdot 0{,}09 + 16 \cdot 0{,}0625 + 1681 \cdot 0{,}09 + 4 \cdot 0{,}25 + 9 \cdot 4] = 192{,}7A^2. \tag{20}$$

Стандартное отклонение равно $\pm 13{,}9\ A$. Интегрируя функцию $f\,(\Delta g)$ в пределах от $-\Delta g^*$ до $+\Delta g^*$ и полагая значения интеграла равным 0,7; 0,8; 0,9; 0,95, вычисляем доверительные интервалы $\pm\Delta g^*$:

Интервал	$\pm 13{,}5A$	$\pm 16{,}5A$	$\pm 20A$	$\pm 23A$
Уровень доверия	0,7	0,8	0,9	0,95

Эти интервалы при максимально возможном значении A нанесены на рис. 2. Как видно, изменение остаточных аномалий существенно превышает интервал $\pm\Delta g^*$, соответствующий уровням доверия 0,8 и 0,9, что подтверждает обоснованность вывода о резко неоднородном строении мантии в рассматриваемом регионе. При уровне доверия 0,99 остаточные аномалии не выходят за пределы возможной ошибки $\pm\Delta g^*$, однако такой высокий уровень, видимо, вообще не может рассматриваться в приложении к выводам о глубинном геологическом строении.

Учет возможных связей между переменными X_i не сильно изменил оценку дисперсии $D\,[\Delta g]$. При этом возможны корреляции.

1. X_1 и X_2 — рельеф поверхности фундамента зависит от рельефа границы Мохоровичича, знак коэффициента корреляции обычно отрицательный [11]; в рассматриваемом примере имеется очевидная связь с положительным коэффициентом корреляции.

2. X_1 и X_3 — плотность осадочных пород обычно больше своего среднего значения в зонах глубокого погружения фундамента и меньше при неглубоком залегании кристаллического основания.

3. X_1 и X_4 — средняя плотность толщи кристаллических пород земной коры зависит от глубины до поверхности фундамента; с увеличением глубины плотность увеличивается [10, 13].

4. X_1 и X_5 — ошибка определения глубины залегания кристаллического основания возрастает с увеличением глубины.

5. X_2 и X_4 — связь аналогична корреляции X_1 и X_4, однако более сомнительна.

6. X_2 и X_6 — с увеличением глубины до границы Мохоровичича возрастает ошибка определения глубины.

7. X_3 и X_5 — увеличение вариаций физических параметров, в том числе плотности, увеличивает ошибки определения глубины.

8. X_4 и X_6 — корреляция, аналогичная предыдущей.

Приведенные ниже корреляционная (21) и ковариационная (22) матрицы использованы для вычисления коэффициентов a_{ij} и дисперсий D_{Vi}. Коэффициент корреляции 0,5 показывает значительную связь переменных; 0,3 и 0,1, соответственно,— возможную и мало существенную.

$$\begin{vmatrix} 1 & & & & & \\ 0{,}5 & & & & & \\ 0{,}3 & 0 & 1 & & & \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0 & 1 & & \\ 0{,}5 & 0 & 0{,}3 & 0 & 1 & \\ 0 & 0{,}3 & 0 & 0{,}3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{21}$$

$$\begin{vmatrix} 2{,}93^2 & & & & & \\ 5{,}23 & 3{,}57^2 & & & & \\ 0{,}22 & 0 & 0{,}25^2 & & & \\ 0{,}26 & 0{,}01 & 0 & 0{,}3^2 & & \\ 0{,}73 & 0 & 0{,}04 & 0 & 0{,}5^2 & \\ 0 & 2{,}1 & 0 & 0{,}18 & 0 & 2^2 \end{vmatrix} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} &a_{21} = 0{,}608; \\ &a_{31} = 0{,}026; \quad a_{32} = -0{,}014; \\ &a_{41} = 0{,}030; \quad a_{42} = -0{,}016; \quad a_{43} = -0{,}159; \quad a_{54} = -0{,}339; \\ &a_{51} = 0{,}085; \quad a_{52} = -0{,}046; \quad a_{53} = 0{,}274; \quad a_{64} = 2{,}771; \\ &a_{61} = 0; \quad a_{62} = 0{,}221; \quad a_{63} = 0{,}537; \quad a_{65} = 1{,}058. \end{aligned} \tag{23}$$

Рядом с дисперсиями D_{Vj} независимых переменных V_i в круглых скобках для сопоставления показаны дисперсии переменных X_i

$$\begin{aligned} &D_{V1} = 2{,}93^2\,(2{,}93^2); \quad D_{V4} = 0{,}28^2\,(0{,}3^2); \\ &D_{V2} = 3{,}08^2\,(3{,}57^2); \quad D_{V5} = 0{,}393^2\,(0{,}5^2); \\ &D_{V3} = 0{,}235^2\,(0{,}25^2); \quad D_{V6} = 1{,}66^2\,(2{,}0^2). \end{aligned} \tag{24}$$

Умеренные значения коэффициентов корреляции в матрице (21) привели к относительно небольшим изменениям дисперсий. Однако, вследствие того, что коэффициенты положительны, общая дисперсия D [Δg] возросла.

После подстановки $X_i \quad \varphi(a_{ij}, V_j)$ в формулу (3) и приведения подобных членов найдены искомые коэффициенты b_{ij}

$$b_{10} = 1{,}50; \quad b_{40} = 48{,}62; \quad b_{11} = 0{,}014; \quad b_{14} = -0{,}392;$$
$$b_{20} = -0{,}141; \quad b_{50} = 5{,}18; \quad b_{12} = 0{,}022; \quad b_{22} = -0{,}016;$$
$$b_{30} = -0{,}356; \quad b_{60} = 3{,}00; \quad b_{13} = 0{,}936; \quad b_{23} = -0{,}159; \qquad (25)$$
$$b_{24} = 1{,}00,$$

а также общий итог $D\ [\Delta g] = 230A^2$; $\sqrt{D\ [\Delta g]} = \pm 15{,}2\ A$.

Высокий уровень аномалий-помех объясняется прежде всего заметным изменением плотности кристаллических пород земной коры, которое не было принято во внимание при определении остаточных аномалий. Этот источник дисперсии гораздо важнее всех остальных. Послойная зональность плотности, упругих и электрических параметров, выявленная в отложениях, которые участвуют в строении самых верхних горизонтов земной коры [14], видимо, столь же характерна и для всей толщи пород коры.

Если дисперсии, которые соответствуют разным причинам, по порядку своей величины более сопоставимы друг с другом, чем в приведенном примере, учет взаимных связей может сильно увеличить или уменьшить суммарную дисперсию $D\ [\Delta g]$. В таких случаях учет взаимных связей переменных X_i должен проводиться столь же обстоятельно, как и определение функций $f_i(x_i)$.

Таким образом, повышение глубинности исследований геофизическими методами, а также достоверности геологических выводов связано с тщательным учетом разного рода помех и оценкой их совместного влияния. Такая оценка выполнена в общем виде для одной из типичных задач, решаемых гравиразведкой совместно с сейсморазведкой и другими методами исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреев Б. А., Клушин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. Гостоптехиздат, 1962.
2. Литвиненко О. К., Русьянов Ю. Г. Аппроксимационные методы вычисления Δg от тел произвольной формы с помощью электронных вычислительных машин. Бюлл. НТИ, № 9, серия регион. разв. и пром. геофизика, 1968.
3. Андреев Б. А. Соотношение между гравитационными аномалиями и структурным рельефом в случае нескольких границ раздела плотности. ДАН СССР, т. 124, № 2, 1959.
4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Наука, 1964.
5. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. Высшая школа, 1965.
6. Пугачев В. С. Теория случайных функций. Физматгиз, 1960.
7. Вольвовский И. С. и др. Тектоника Туранской плиты. Тр. ГИН АН СССР, вып. 165, Наука, 1966.
8. Вольвовский Б. С. и др. Строение земной коры и верхней мантии геоструктурных зон запада Средней Азии. В кн. «Строение и развитие земной коры». Наука, 1964.
9. Вольвовский Б. С. и др. Строение земной коры и верхней мантии основных геоструктурных зон запада Средней Азии. Междунар. геол. конгресс, XXII сессия, докл. сов. геол. Недра, 1965.
10. Борисов А. А. Глубинная структура территории СССР по геофизическим данным. Недра, 1967.
11. Деменицкая Р. М. Кора и мантия Земли. Недра, 1967.
12. Клушин И. Г. Методика совместной интерпретации геофизических данных с целью изучения плотности глубинных слоев земной коры. Геология и геофизика, № 11, 1961.
13. Клушин И. Г Взаимосвязь тектонических движений и магматизма Земли на основе вариационного принципа наименьшего действия. Зап. ЛГИ, т. XVI, вып. 2, Госгортехиздат, 1963.
14. Андреев Б. А. Послойная зональность физических свойств осадочных пород и ее связь со структурами платформенных областей. Сов. геол., сб. 61, 1957.