Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова т. LXI, вып. 2, 1971 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПО ГРАВИТАЦИОННЫМ АНОМАЛИЯМ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

С. В. Шалаев, *Г. Г. Кравцов*

Существующие способы определения параметров геологических объектов по гравитационным аномалиям связаны с аппроксимацией исходных данных аналитическими выражениями, параметры которых подлежат определению [1, 2, 3].

При рассмотрении конкретных аппроксимационных задач необходимо последовательно решить ряд вопросов.

1. Выбрать физическую модель геологической среды и соответствующее ей аппроксимирующее выражение $\Phi(x, y, h, d_1, d_2, \ldots, d_t)$.

2. Установить критерий для оценки степени близости исходного полевого графика или карты аномалии силы тяжести $\Delta g(x, y, 0)$ с подбираемым аналитическим выражением.

3. Отыскать, если это удается, дополнительные условия, ограничивающие область возможных значений искомых параметров $d_1, d_2, \ldots, d_t$, входящих в аналитическое выражение.

4. Разработать вычислительную схему определения параметров $d_1, d_2, \ldots, d_t$ по значениям аномалии силы тяжести $\Delta g(x, y, 0)$ при наличии дополнительных условий.

5. Оценить точность определения искомых параметров.

При интерпретации гравитационных аномалий реальная геологическая среда заменяется упрощенной физической моделью, в связи с чем появляются так называемые ошибки моделирования. Попытка усложнить подбираемую модель не всегда приводит к цели, так как при ограниченной исходной информации увеличение числа параметров, характеризующих сложную модель, только увеличивает число возможных вариантов решения.

В связи с изложенным, измеренные значения аномалии силы тяжести $\Delta g(x, y, 0)$ не совпадают с вычисленными значениями $\Phi(x, y, 0, d_1, d_2, \ldots, d_t)$, соответствующими выбранной физической модели. Имеет место равенство

$$\Delta g(x_i, y_j, 0) = \Phi(x_i, y_i, 0, d_1, d_2, \ldots, d_t) + n(x_i, y_i, 0), \quad i = 1, 2, \ldots, p, \tag{1}$$

где $n(x_i, y_i, 0)$ — инструментальные ошибки и ошибки моделирования; $x, y, 0$ — координаты точки, в которой производились измерения; p — число точек, используемых в дальнейших построениях.

В работе используется следующая мера приближения:

$$|\Delta g(x_i,\ y_i,\ 0) - \Phi(x_i,\ y_i,\ 0,\ d_1,\ d_2,\ \ldots\ d_i)| \leqslant \nu_i,$$
$$1,\ 2,\ \ldots\ p, \qquad (2)$$

где ν_i — малые положительные числа.

Дополнительные ограничения можно задавать неравенствами

$$d_{j\text{н}} \leqslant d_j \leqslant d_{j\text{в}}, \qquad (3)$$

где $d_{j\text{н}}$ и $d_{j\text{в}}$ — соответственно, нижняя и верхняя границы значений искомого параметра d_j.

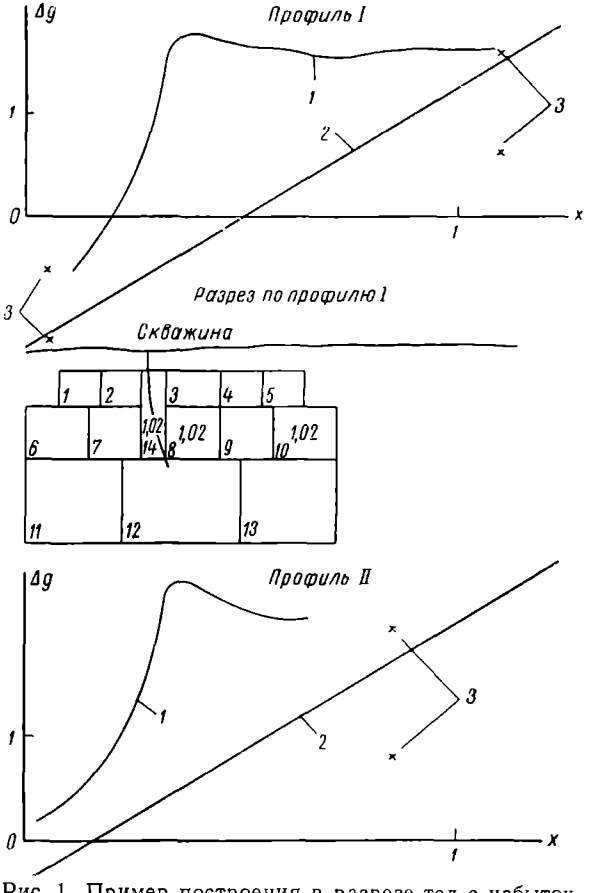


Рис. 1. Пример построения в разрезе тел с избыточной плотностью по аномалии силы тяжести Δg, которая наблюдалась по двум профилям:

1 — наблюдаемая кривая Δg; *2* — график линейного фона, подобранного на ЭВМ; *3* — ограничения на линейный фон

Граничные значения задаются по геологическим и буровым данным, по результатам определения физических свойств горных пород и на основе информации, доставляемой другими геофизическими методами. Привлечение дополнительных сведений, если они соответствуют реальным физико-геологическим условиям, является эффективным средством для повышения точности определения входящих в уравнения параметров.

Если определяемые параметры d_j входят линейно в аппроксимирующее выражение, то вычислить их можно, решив задачу линейного программирования.

Задача 1. Найти минимум (максимум) линейной функции

$$\psi = \sum_{j=1}^{t} \rho_j d_j, \qquad (4)$$

где t — число параллелепипедов, при наличии ограничений (2), (3).

Выражение (4), именуемое в линейном программировании линейной формой, содержит некоторые заранее задаваемые коэффициенты ρ_j. Их конкретные значения обусловливаются содержанием решаемых задач.

Хорошо разработанные алгоритмы линейного программирования отличаются устойчивостью и надежностью в работе. Они легко реализуются на электронных вычислительных машинах.

Задачу 1 можно использовать для отыскания граничных значений каждого из определяемых параметров d_j. Так, например, при $\rho_1 \quad 1$, $\rho_2 = \rho_3 = . \quad = \rho_t = 0$ минимальное и максимальное значения линейной формы (4) совпадают с нижней и верхней границей искомого параметра d_1.

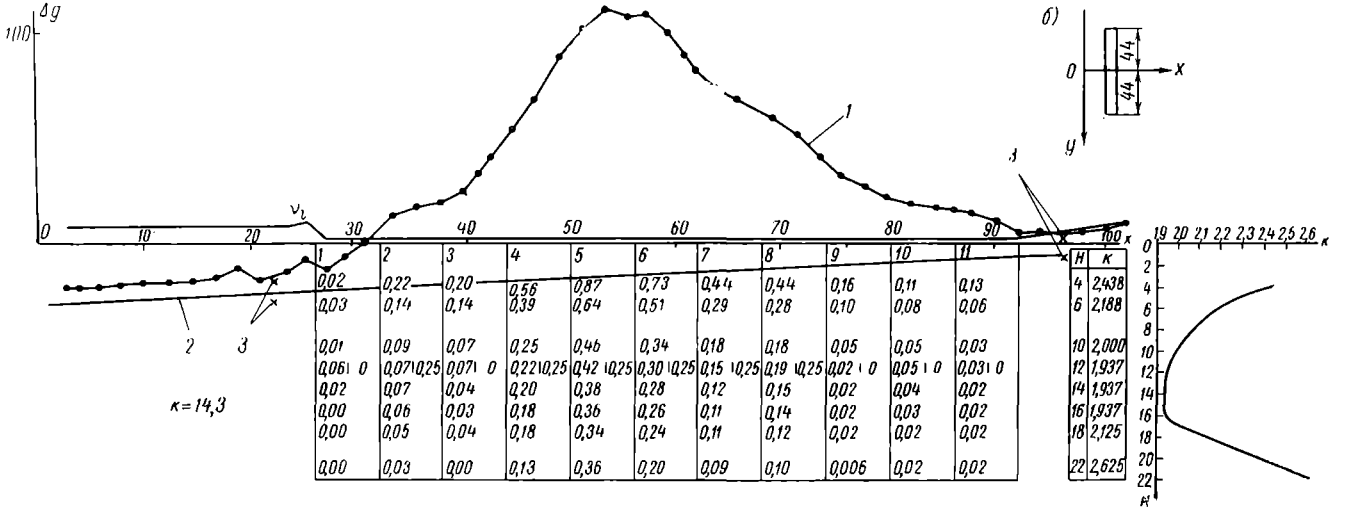


Рис. 2. Определение нижней границы ультраосновного массива по аномалии силы тяжести Δg:

а — вертикальный разрез параллелепипедов; *б* — вид сверху; *1* — исходная кривая Δg; *2* — график линейного фона, подобранного ЭВМ; *3* —ограничения на линейный фон

Рассмотрим несколько геофизических задач, в которых искомые параметры входят в аппроксимирующее выражение линейным образом. А. А. Юньков и Е. Г Булах [4] использовали метод сеток, являющийся аналитическим аналогом способа подбора избыточных масс с помощью палетки Г А. Гамбурцева. Часть нижнего полупространства разбивается системой прямоугольных параллелепипедов. Затем задаются их положение и размеры. Создаваемый гравитационный эффект при наличии линейного фона определяется аналитическим выражением

$$\Phi(x_i,\ y_i,\ 0) = \sum_{j=1}^{t} A_{ij}\sigma_j - ax_i + by_i \quad c, \tag{5}$$

где A_{ij} — прямой гравитационный эффект, создаваемый j-ым параллелепипедом единичной плотности в точке $(x_i,\ y_i,\ 0)$; σ_j — неизвестная избыточная плотность j-го параллелепипеда; a, b, c — коэффициенты линейного фона.

В рассматриваемом случае неизвестными параметрами являются избыточные плотности σ_j и коэффициенты a, b, c. На плотности σ_j можно наложить ограничения типа (3), а в линейной форме (4) в качестве ρ_j использовать объемы V_j параллелепипедов. В результате получим частную задачу линейного программирования.

Задача 2. Найти минимум (максимум) линейной функции

$$\psi = \sum_{j=1}^{t} V_j\sigma_j \tag{6}$$

при ограничениях

$$\left|\Delta g(x_i,\ y_i,\ 0) - \sum_{j=1}^{t} A_{ij}\sigma_j - ax_i - by_i - c\right| \leqslant \nu_i, \quad i = 1,\ 2, \qquad p \tag{7}$$

$$\sigma_{j\text{н}} \leqslant \sigma_j \leqslant \sigma_{j\text{в}}, \quad j = 1,\ 2, \qquad t, \tag{8}$$

где $\sigma_{j\text{н}}$, $\sigma_{j\text{в}}$ — заранее задаваемые пределы изменения плотности (аналогичные двусторонние ограничения можно наложить на линейный фон).

Избыточные плотности σ_j, вычисляемые по задаче 2, обычно не совпадают с их истинной величиной. Однако их можно использовать для приближенного определения общей избыточной массы

$$M = \sum_{j=1}^{t} V_j\sigma_j \tag{9}$$

и координат центра тяжести

$$\begin{aligned} X &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{t} x_jV_j\sigma_j, \\ Y &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{t} y_jV_j\sigma_j, \\ Z &= \frac{1}{M}\sum_{j=1}^{t} z_jV_j\sigma_j, \end{aligned} \tag{10}$$

где x_j, y_j, z_j — известные координаты центра параллелепипеда.

Примерный контур геологического объекта удается получить, введя более эффективные ограничения,

$$\sigma_j = \begin{cases} 0 \\ \sigma, \end{cases} \tag{11}$$

где σ — избыточная плотность, которую можно выразить через найденную общую избыточную массу M.

Соотношение (11) позволяет ввести двоичные переменные

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_j}{\sigma} = \begin{cases} 0 \\ 1. \end{cases} \tag{12}$$

С помощью переменных ε_j и равенства (9) преобразуем неравенства (7) к виду

$$\left.\begin{aligned} \sum_{j=1}^{t} \left(\frac{\Delta g_i^{\text{п}} - \nu_i}{M} - A_{ij} \right) \varepsilon_j \quad 0 \\ \sum_{j=1}^{t} \left(\frac{-\Delta g_i^{\text{п}} - \nu_i}{M} - A_{ij} \right) \varepsilon_j \leqslant 0 \end{aligned}\right\} \quad i = 1, 2, \quad p, \tag{13}$$

где $\Delta g_i^{\text{п}} = \Delta g(x_i, y_i, 0) - (ax_i + by_i + c)$.

Постоянные a, b, c определяются при решении задачи 2. Используя их, вычислим выражения, стоящие у неравенств (13) в скобках. Система (13) решается комбинаторным способом.

Следует заметить, что составленная программа позволяет придавать ε_j значение единицы, если соответствующий параллелепипед подсечен буровой скважиной.

На рис. 1 показаны вертикальные поперечные сечения выбранных параллелепипедов. В машину вводились координаты угловой точки параллелепипедов, значения длины их ребер, ординаты кривых аномалии силы тяжести, полученные в результате измерений на двух параллельных профилях, значения ошибок ν_i и ограничения, налагаемые на плотность и линейный фон. Двоичная переменная ε_{14} полагалась равной 1, так как по данным бурения четырнадцатый параллелепипед содержит руду. Программа выдала целочисленное решение

$$\varepsilon_8 = \varepsilon_{10} = \varepsilon_{14} = 1, \ \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = \varepsilon_7 = \varepsilon_9 = \varepsilon_{11} = \varepsilon_{12} = \varepsilon_{13} = 0.$$

Подобранная на ЭВМ избыточная плотность 1,02 *г/см*^{3} указывает на рудный объект. Аналогичные результаты получаются ручным подбором по палетке Гамбурцева.

Следует заметить, что программой предусматривается подбор минимальной величины ошибки ν_i.

Линейное программирование удается использовать при определении глубины залегания нижней кромки геологических объектов по кривой аномалии силы тяжести Δg. Для этого прямоугольные параллелепипеды располагаются так, как показано на рис. 2. Затем решается задача линейного программирования.

Задача 3. Найти минимум линейной формы

$$\psi = k \tag{14}$$

при ограничениях

$$\left| \Delta g(x_i, y_i, 0) - \sum_{j=1}^{t} A_{ij}\sigma_j - ax_i - by_i - c \right| \quad k\nu_i,$$

$$i = 1, 2, \quad p, \tag{15}$$

$$\sigma_{j\text{н}} \quad \sigma_j \quad \sigma_j \quad j = 1, 2, \quad t, \tag{16}$$

$$D_{i\text{н}} \leqslant ax_i' \quad by_i' + c \leqslant D_{i\text{в}}, \quad i = 1, 2, 3, \tag{17}$$

где $D_{i\text{н}}$, $D_{i\text{в}}$ — соответственно, нижняя и верхняя границы линейного фона в точке $(x_i', y_i', 0)$.

Коэффициенты A_{ij} зависят от вертикальной мощности параллелепипедов, которую для всех параллелепипедов примем равной H.

Сначала задается небольшое значение H и решается задача 3. В результате определяются плотности σ_j и наименьшее значение k для данного H. После этого при последовательном увеличении H (каждый раз решая задачу 3) найдем величины избыточных плотностей σ_j и соответствующие выбранной вертикальной мощности H значения k.

По минимуму графика зависимости k и H (рис. 2) определяется положение нижней границы массива ультраосновных пород. Величина H лежит в интервале 12 усл. ед. $\leqslant H \leqslant$ 16 усл. ед. Подобная глубина была получена А. П. Бачиным по гравитационным и частично по сейсмическим данным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дядюра В. А., Шалаев С. В. Определение местоположения локальных геологических объектов по гравитационным аномалиям. В сб. «Вопросы разведочной геофизики». Вып. 8, 1968.

2. Канторович Л. В. О некоторых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений. Сиб. мат. Т. III, 1962, № 5.

3. Кравцов Г Г., Шалаев С. В., Дядюра В. А. Линейное программирование в гравиразведке. В сб. «Вопросы разведочной геофизики». Вып. 8, 1968.

4. Юньков А. А., Булах Е. Г Возможности использования метода сеток для интерпретации аномалий горизонтального градиента силы тяжести. Тр. ин-та геол. наук АН УССР. Сер. геофиз. Вып. 2, 1958.