Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LXII, вып. 2, 1971 г.

О ВЛИЯНИИ СЖИМАЕМОСТИ «ВОДОУПОРНЫХ» ПОРОД НА ПРОЦЕСС ФИЛЬТРАЦИИ В ВОДОНОСНЫХ ПЛАСТАХ

В. А. Мироненко, Л. И. Сердюков, Й. Г. Котов

При снижении напоров подземных вод на величину S эффективные напряжения в горных породах возрастают на величину $\gamma_0 S$ (γ_0 — объемный вес воды), в результате чего породы претерпевают дополнительное сжатие, которое сопровождается оттоком части поровой воды.

Теорией упругого режима фильтрации [1] учитывается сжимаемость водоносных пород, а запасы воды слабопроницаемых «водоупорных» слоев, граничащих с водоносным горизонтом, не принимаются во внимание. Если для решения вопросов, связанных с фильтрацией нефти, такой подход допустим (хотя, очевидно, отнюдь не во всех случаях), то при решении задач гидрогеологического характера (дренаж, водоснабжение, подпор и т. д.) это может привести к качественно неверным результатам. Влияние упругого режима фильтрации в глинистых слоях на результаты опытных откачек уже рассматривалось ранее [2, 3]. Проанализируем более подробно практическое значение этого фактора.

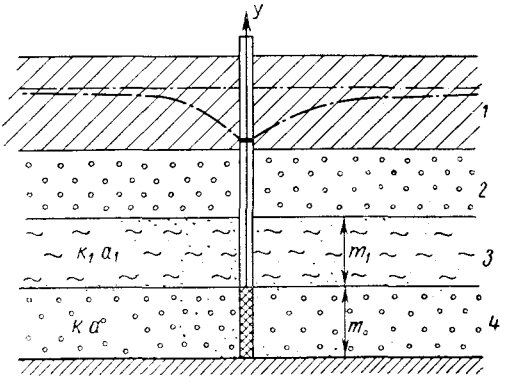


Рис. 1. Схема строения водоносной толщи

Рассмотрим прежде всего задачу от откачке воды из напорного пласта *4*, перекрытого глинистым слабопроницаемым пластом *3*, над которым, в свою очередь, лежит другой водоносный горизонт *2* (рис. 1). Он также перекрыт водоупорным пластом *1*. Если предположить, что уровень в верхнем горизонте совпадает со статическим уровнем основного горизонта и не изменяется в течение всего периода откачки, то, согласно [2], задача сводится к решению системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{\partial S}{\partial t} = \dfrac{1}{r}\cdot\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial S}{\partial r}\right) + \dfrac{k_1}{km}\cdot\dfrac{\partial S}{\partial y}\Big|_{y=0}, \\ \dfrac{1}{a_1}\cdot\dfrac{\partial S_1}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 S_1}{\partial y^2}, \end{cases} \tag{1}$$

где S, S_1 — понижение напора, соответственно, в водоносном горизонте, из которого ведется откачка, и в слабопроницаемом слое; k, k_1 — коэффициенты фильтрации в этих горизонтах; m, m_1 — мощности; a, a_1 — коэф-

фициенты пьезопроводности; y — ордината, отсчитываемая от контакта слоев; t — время от начала откачки; r — расстояние от центральной скважины.

Граничные и начальное условия задачи

$$\left(r\frac{\partial S}{\partial r}\right)\Big|_{r=r_c} = -\frac{Q}{2\pi km}; \quad S|_{r\to\infty} = S_1|_{r\to\infty} = 0; \quad S|_{t=0} = S_1|_{t=0} = 0;$$

$$S_1|_{y=m_1} = 0; \quad S|_{y=0} = S_1|_{y=0}; \quad k\frac{\partial S}{\partial y}\Big|_{y=0} = k_1\frac{\partial S_1}{\partial y}\Big|_{y=0},$$

где Q — расход скважины, $Q = \text{const}$; r_c — радиус скважины.

Рассмотрим второе уравнение системы (1). Решение его будем искать методом интегральных соотношений [4] в виде

$$S_1 = b_1(t) + b_2\frac{y}{l_1(t)} + b_3\frac{y^2}{l_1^2(t)}, \tag{2}$$

где $l_1(t)$ — длина условной зоны влияния, $l_1(t) \leqslant m_1$; коэффициенты $b_i(t)$ определяются из условий

$$S_1|_{y=0} = S; \quad S_1|_{y=l_1(t)} = \frac{\partial S_1}{\partial y}\Big|_{y=l_1(t)} = 0.$$

Отсюда

$$S_1 = S\left[1 - \frac{y}{l_1(t)}\right]^2. \tag{3}$$

Величину $l_1(t)$ определяем из интегрального соотношения

$$\frac{d}{dt}\int_0^{l_1(t)} S_1\,dy = a_1\left(\frac{\partial S_1}{\partial y}\right)\Big|_{y=0}^{y=l_1(t)}. \tag{4}$$

Уравнение (4) можно привести к виду

$$u' + f(t)u - 6a_1 = 0, \tag{5}$$

где

$$u = \frac{l_1^2(t)}{2}; \quad f(t) = 2\frac{1}{S}\cdot\frac{dS}{dt} = 2\frac{d}{dt}(\ln S).$$

Решив линейное дифференциальное уравнение (5), получим

$$l_1(t) = \frac{1}{S}\sqrt{12a_1\int_0^t S^2\,dt}. \tag{6}$$

Из формул (3) и (6) находим выражение

$$\frac{\partial S_1}{\partial y}\Big|_{y=0} = -\frac{2S}{l_1(t)} = -\frac{S}{\sqrt{\dfrac{3a_1}{S^2}\displaystyle\int_0^t S^2\,dt}}. \tag{7}$$

Величины $f_0 = \frac{1}{S^2}\int_0^t S^2 dt$ и, следовательно, $l_1(t)$ принимают максимальные значения при $S = \text{const}$. Сравнив точное решение для второго уравнения системы (1) при $S = \text{const}$ [3] с решением методом интегральных соотношений, увидим, что формулой (7) можно пользоваться при условии $2l_1(t) \leqslant m$. С учетом выражения (6) получим условие применимости формулы (7) в виде

$$t \leqslant t_0 = \frac{1}{3}\cdot\frac{m_1^2}{a_1}. \tag{8}$$

В принципе нетрудно получить решение для S_1 и при $t > t_0$, однако оно будет громоздким и неудобным практически. Поэтому ограничимся условием (8); при $t > t_0$ можно использовать известные решения для фильтрации в условиях перетекания.

Коэффициент a_1 определяется по В. А. Флорину [5]

$$a_1 = \frac{k_1 (1 + \varepsilon_1)}{\gamma_0 a_{c1}}, \tag{9}$$

где ε_1 — коэффициент пористости; a_{c1} — коэффициент сжимаемости.

Для глинистых пород a_1 нередко меньше 1 *м²/сутки* иногда на несколько порядков. Поэтому уже при $m_1 > 5$ *м* условие (8) выполняется для опытных откачек нормальной продолжительности.

Перейдем теперь к первому уравнению системы (1), которое с учетом равенства (7) примет вид

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{k_1 a}{km} \frac{S}{\sqrt{\frac{3a_1}{S^2} \int_0^t S^2 \, dt}} = a \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right). \tag{10}$$

Осредним подкоренное выражение, приняв, что S является степенной функцией от t, т. е. $S = At^n$ (A и n — постоянные). Тогда

$$\frac{1}{tS^2} \int_0^t S^2 \, dt = \frac{1}{2n+1} = \alpha = \text{const}. \tag{11}$$

Равенство (10) сведется при этом к уравнению

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{BS}{\sqrt{t}} = a \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right), \tag{12}$$

где

$$B = \frac{k_1 a}{km \sqrt{3 \alpha a_1}}.$$

Выражение для S ищем в виде

$$S = c_1 (t) \ln \frac{r}{l (t)} + c_2 (t) + c_3 (t) \frac{r}{l (t)}, \tag{13}$$

где коэффициенты c_i (t) определяются условиями

$$\left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{r \to r_c} = - \frac{Q}{2\pi km}; \quad \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r \to l (t)} = S |_{r \to l (t)} = 0.$$

Таким образом,

$$S = \frac{Q}{2\pi km} \left[\ln \frac{l (t)}{r} - 1 + \frac{r}{l (t)} \right]. \tag{14}$$

Из формулы (12) получим интегральное соотношение

$$\frac{d}{dt} \int_{r_c}^{l (t)} Sr \, dr + \frac{B}{\sqrt{t}} \int_{r_c}^{l (t)} Sr \, dr = a \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \Big|_{r = r_c}^{r = l (t)}.$$

Решив его, приходим к выражению

$$l (t) = \sqrt{\frac{6a}{B^2} (2B \sqrt{t} - 1 + e^{-2B \sqrt{t}})}. \tag{15}$$

Формулы (14) и (15) полностью решают поставленную задачу. Для оценки полученного решения проведено сравнение его с точным решением М. Хантуша [2], для чего уравнение (15) было представлено в виде

$$\frac{l(t)}{r} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\alpha}{2\beta^2}\left(\frac{4\beta}{\sqrt{3\alpha\lambda}} - 1 + e^{-\frac{4\beta}{\sqrt{3\alpha\lambda}}}\right)},$$

где

$$\beta = \frac{rk_1}{4km}\sqrt{\frac{a}{a_1}}; \quad \lambda = \frac{r^2}{4at}.$$

Из равенства (11) видно, что величина α зависит от закона изменения понижения в данной точке пласта и для практически возможных случаев находится в интервале от 0 до 1. На ЭЦВМ «Наири» были вычислены значения функции

$$F(\lambda, \beta) = \frac{4\pi kmS}{Q} = 2\left[\ln\frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)}\right]$$

для различных значений α. Сравнение полученных значений функции $F(\lambda, \beta)$ и функции $H(\lambda, \beta)$ из решения М. Хантуша показывает, что при $\alpha = \frac{1}{3}$ они практически одинаковы. Это можно, очевидно, объяснить тем, что в процессе решения система уравнений (1) интегрируется по r в пределах всей депрессионной воронки. При этом понижение $S(r, t)$ в выражении (11) можно заменить некоторым средним значением $S_{ср}(t)$. По физическому смыслу рассматриваемой задачи это понижение пропорционально объему откачанной за время t воды, т. е.

$$S_{ср}(t) = \gamma W = \gamma Qt,$$

где γ — постоянный коэффициент пропорциональности.

Подставив это выражение в формулу (11), получим

$$\alpha = \frac{1}{3}; \quad B = \frac{k_1 a}{km\sqrt{a_1}}.$$

Таким образом, проведенное осреднение было достаточно правомерным. Об этом свидетельствует и тот факт, что при малых значениях t или величины B радиус зоны влияния $l(t)$ стремится к выражению $\sqrt{12at}$, которое справедливо для напорного пласта, ограниченного абсолютными водоупорами [4].

Предлагаемое решение, во-первых, допускает прямую обработку результатов опытных откачек, что весьма важно для практических задач; во-вторых, на основе анализа этого решения нетрудно получить количественные критерии влияния сжимаемости глинистых пород на процесс фильтрации; в-третьих, вполне удовлетворительная точность осреднения (11) позволяет рекомендовать его для решения других задач — с более сложными граничными и начальными условиями.

По формулам (14) и (15) можно легко найти параметры km, a и B. Для расшифровки параметра B необходимо либо определить a_{c1} лабораторным путем, после чего найти k_1, либо, наоборот, определить k_1 по данным длительной откачки в условиях перетекания, а затем по величине B найти a_{c1}. Однако для решения интересующих нас задач такой расшифровки не требуется, ибо величина $\frac{k_1 a}{km\sqrt{a_1}} = B$ может рассматриваться как самостоятельный параметр, характеризующий влияние сжи-

маемости «водоупорных» слоев: отношение расхода воды $Q_{сж}$, поступающего из глинистых пород, ко всему расходу скважины Q составляет

$$\frac{Q_{сж}}{Q} = 1 - \frac{1}{2B\sqrt{t}}\left(1 - e^{-2B\sqrt{t}}\right). \qquad (16)$$

Таким образом, уже при $B\sqrt{t} = 1$ расход, поступающий из глинистых пород, составляет около 60% от величины расхода скважины Q. При этом рост депрессионной воронки существенно замедляется (при $B\sqrt{t} > 4 \div 5$ величина $l(t)$, согласно формуле (15), пропорциональна $\sqrt[4]{t}$, в то время как при отсутствии сжимаемости $l(t)$ пропорциональна $\sqrt{t}$), снижение уровней идет очень медленно, движение приобретает псевдостационарный характер *. Отсюда видно, что во многих случаях пренебрежение сжимаемостью глинистых пород при откачке может привести к неверной ее интерпретации. Обработку результатов откачки по стандартной методике, основанной на расчете фильтрационных параметров по прямолинейному участку графика $S = f(\lg t)$, можно рекомендовать лишь в условиях, когда водоносный горизонт ограничен практически несжимаемыми водоупорами, например, глинистыми породами с большим начальным градиентом фильтрации, или когда породы относительного водоупора сжимаются достаточно быстро из-за малой мощности слоя, наличия трещин, большого числа водопроводящих прослоев и т. д. Отмеченные ограничения относятся также к определению параметров напорного горизонта по кривой восстановления. Для глинистых пород кривые компрессии и декомпрессии обычно не совпадают; более того, при достаточно больших исходных нагрузках, превышающих эффективную силу набухания, декомпрессионная «ветвь» очень часто оказывается практически горизонтальной. Это значит, что деформации глинистого слоя в процессе откачки оказываются необратимыми ** и при восстановлении уровня коэффициент пьезопроводности определяется иной величиной, нежели при откачке. Дополнительные искажения связаны еще и с тем, что при относительно кратковременных откачках сжатие водоупорного слоя (и отток воды из него), не закончившееся к моменту прекращения откачки, будет какое-то время продолжаться и в период восстановления уровня в скважине из-за продолжающегося снижения в краевых зонах депрессионной воронки. Последнее обстоятельство должно, очевидно, заметно искажать определение проводимости пласта (в подобных условиях) по кривой восстановления уровня, практикуемое при обработке результатов одиночных откачек.

С другой стороны, при малых значениях k_1 откачка нормальной продолжительности может вообще не выявить характера влияния сжимаемости глинистых пород на процесс фильтрации. Тем самым при расчетах дренажа, водоснабжения, подпора и т. п. не будет принята во внимание возможность дополнительного поступления воды (нередко — в больших объемах) из глинистых пород.

Ярким практическим примером, подтверждающим большое значение сжимаемости слабопроницаемых пород, является опыт водопонижения на Белозерском железорудном месторождении. Здесь основной водоносный горизонт приурочен к бучакским пескам. Средняя проводимость водоносного горизонта — порядка 240 *м²/сутки*, коэффициент фильтрации песков $k_п \approx 14$ *м/сутки*. Коэффициент сжимаемости песков был определен с вы-

* Это справедливо при соблюдении условия (8).

** Отсюда следует, что восстановление уровня может идти гораздо быстрее, чем понижение при откачке.

сокой точностью по наблюдениям ВНИМИ за осадкой глубинных радиоактивных реперов

$$a_{сп} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\ см^2/кг = 4{,}5 \cdot 10^{-5}\ м^2/т.$$

Так как коэффициент пористости песков $\varepsilon_п = 0{,}74$, то коэффициент пьезопроводности бучакского водоносного горизонта, согласно теории упругого режима [3], должен быть равен

$$a' = \frac{k(1+\varepsilon_п)}{\gamma_0\left(\frac{\varepsilon_п}{E} + a_{сп}\right)} \simeq 5 \cdot 10^5,\ м^2/сутки, \qquad (17)$$

где E — модуль Юнга для воды.

Между тем, по данным опытно-эксплуатационного водопонижения, коэффициент пьезопроводности определяется в пределах $(4 \div 6)\,10^4\ м^2/сутки$.

При определении упругой водоотдачи из отношения общего объема воды, откачанной водопонизительной установкой Белозерского месторождения, к объему образовавшейся при этом депрессии, величина ее оказывается равной (3—5) 10^{-3}. Это свидетельствует о том, что водообильность бучакского водоносного горизонта определяется не только упругими запасами самих бучакских песков, но и какими-то дополнительными источниками питания. Возможность перетекания из вышележащих пород в данном случае полностью исключается; упругие запасы нижележащего водоносного горизонта значительно меньше, чем упругие запасы песков; области выхода бучакских песков на поверхность располагались за пределами депрессионной воронки (во всяком случае, в первые годы опытно-эксплуатационного водопонижения). Поэтому единственным источником питания, способным существенно изменить баланс расходов, могут являться слабопроницаемые слои, граничащие с бучакскими песками.

За нижний водоупор бучакского водоносного горизонта принимается толща мергельно-меловых пород средней мощностью порядка 30 *м*. При понижении уровня в бучакских песках эта толща испытывает интенсивное сжатие: суммарная осадка ее к настоящему времени местами превышает 1 *м*.

Исследования и наблюдения показали, что основная доля осадки меловых пород протекает с относительно небольшим отставанием от снижения уровня бучакского горизонта (20—30 суток). Учитывая, что сроки опытно-эксплуатационного водопонижения измеряются годами, можно приближенно считать, что вся вода из меловой толщи отжимается практически одновременно с приложением депрессионной нагрузки. Быстрое отжатие воды можно объяснить трещиноватостью и неоднородностью текстуры мергельно-меловых пород: и то, и другое способствует сравнительно быстрому рассеиванию избыточного порового давления.

Так как коэффициент сжимаемости мелов составляет, по данным исследований ВНИМИ, около $3 \cdot 10^{-3}\ см^2/кГ$, а коэффициент пористости $\varepsilon_1 = 0{,}72$, то по формуле (17), с пересчетом на среднюю мощность бучакского горизонта (15 *м*), коэффициент пьезопроводности, учитывающий сжимаемость меловой толщи, $a = 3{,}7 \cdot 10^4\ м^2/сутки$. Эта величина, близкая к действительному значению коэффициента пьезопроводности (определенному по данным водопонижения), на порядок меньше величины коэффициента пьезопроводности, подсчитанной без учета сжимаемости меловых пород.

Таким образом, упругий режим пластовых водонапорных систем, с учетом срабатываемых статических запасов глинистых «водоупоров», имеет в широком круге гидрогеологических условий гораздо большее практическое значение, чем то, которое ему придается в настоящее время: при осушении месторождений в ряде случаев дренажная система будет,

в основном, занята отбором этих запасов в течение нескольких лет. Это относится, например, к Белозерскому железорудному, а также ко многим угольным месторождениям, где основные водоносные пласты (трещиноватые угли) ограничены толщами глинистых пород, либо, наоборот, относительно водоупорные бурые угли сильно сжимаемы.

Наиболее просто влияние сжимаемости «водоупорных» слоев при прогнозировании фильтрационных процессов можно учитывать моделированием по схеме Либмана [3]. При неизменном уровне в верхнем слое (см. рис. 1) методику можно существенно упростить моделированием слабопроницаемого слоя одним сопротивлением в каждой узловой точке (рис. 2). В самом деле, аналогично формуле (10), исходное уравнение плановой фильтрации записывается в виде

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{k_1 a S}{kmF(S, t)} = a \nabla S, \tag{18}$$

где

$$F(S, t) = \sqrt{\frac{3a_1}{S^2} \int_0^t S^2 \, dt}.$$

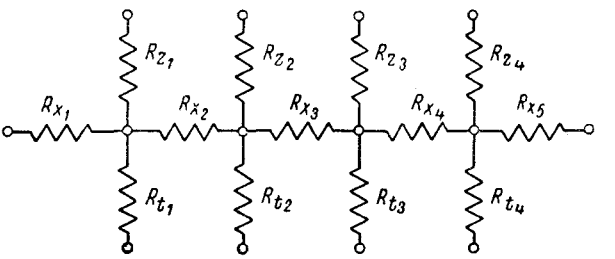


Рис. 2. Принципиальная схема электрической модели

Заменив уравнение (18) на соответствующее конечно-разностное уравнение и сопоставив его, согласно схеме Либмана, с уравнением Кирхгоффа для электрической сети, получим следующие выражения для сопротивлений

$$R_{t_i} = \frac{\alpha_R \Delta t \, a}{km(\Delta x)^2},$$

$$R_{x_i} = \frac{\alpha_R}{km}, \tag{19}$$

$$R_{z_i} = \frac{\alpha_R F_i}{k_1 (\Delta x)^2},$$

где α_R — масштабный коэффициент; Δx — шаг сетки; Δt — шаг по времени; p — число шагов по времени, предшествовавших расчетному времени t ($p > 1$);

$$F_i = \sqrt{\frac{3a_1 \sum_{k=1}^{p} S_{ik}^2}{pS_i^2} t}. \tag{20}$$

Моделирование ведется в следующем порядке: 1) в узловых точках снимают потенциалы, отвечающие первому шагу по времени Δt — при отключенных сопротивлениях R_{zi}; 2) определяют функции

$$F_i(\Delta t) = \sqrt{3a_1 \Delta t}; \tag{21}$$

3) находят величины $R_{zi}(\Delta t)$ по формуле (19); 4) в цепь включают сопротивления $R_{zi}(\Delta t)$, на концы которых подаются потенциалы, отвечающие начальным уровням; 5) в узловых точках снимают потенциалы, отвечающие времени $2\Delta t$; 6) по формуле (20) определяют $F_i(2\Delta t)$ при $p = 2$, затем вычисляют $R_{z_i}(2\Delta t)$ и т. д.

Формула (20) применима лишь при $F_i(t) < m_1$. Для тех точек, в которых, начиная с некоторого момента t_0, расчетная величина $F_1 > m_1$, следует полагать $F_i = m_1$.

Основная трудность учета сжимаемости в различных гидрогеологических прогнозах заключается не в собственно расчетах, а в надежном определении исходных параметров. Из вышеизложенного следует, что в весьма широком круге условий эти параметры могут быть получены лишь на основании длительных кустовых откачек *. Обрабатывать их можно согласно приведенному решению. По результатам такой откачки можно также определить по формуле (9) коэффициент фильтрации глинистых пород, граничащих с данным водоносным горизонтом (вычислив предварительно коэффициенты сжимаемости и пористости в лабораторных условиях и коэффициент a_1 по данным откачки).

Если водоупорные слои представлены плотными глинистыми породами, обладающими сцеплением упрочнения или большим начальным градиентом, то даже длительные откачки подчас не могут дать реального представления о расчетных величинах фильтрационных параметров, характеризующих сжимаемость. Сравнительно малые понижения при откачке вызывают, соответственно, и ограниченные приращения нагрузок, при которых сжатие глинистых пород может не проявиться в полной мере, например, потому, что нагрузка не превышает сцепления упрочнения, или средние градиенты не превышают начальных. При больших понижениях, создаваемых дренажной системой, картина может быть принципиально отличной. Поэтому в подобных случаях надежные данные о запасах воды в напорной системе можно получить лишь при опытном водопонижении. Изложенное свидетельствует также о том, что опытным полевым работам, направленным на определение фильтрационных параметров напорных пластов, должно предшествовать тщательное изучение компрессионных свойств водоупорных глинистых пород. Лишь после такого изучения окончательно уточняется схема проведения опытных откачек. В частности, по результатам компрессионных испытаний можно приближенно определить величину a_1, что позволяет ориентировочно оценить возможное поступление воды из глинистых пород. Изучение компрессионных свойств позволяет также учесть влияние ползучести глинистых пород на развитие процессов оседания и, соответственно, отжима воды. При постановке специальных исследований для оценки сжимаемости мощных глинистых толщ длительное опытное водопонижение в сочетании с маркшейдерскими наблюдениями за осадкой толщи при откачке по поверхностным и глубинным реперам может явиться наиболее точным методом определения параметров сжимаемости изучаемой толщи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Щелкачев В. Н. Упругий режим пластовых водонапорных систем. Гостоптехиздат, 1948.

2. Хантуш М. С. Новое в теории перетекания. Сб. «Вопросы гидрогеологических расчетов». Мир, 1964.

3. Шестаков В. М. Теоретические основы водопонижения, подпора и дренажа. МГУ, 1965.

4. Баренблатт Г. И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме. Изв. АН СССР, Отд. техн. наук, № 9, 1954.

5. Флорин В. А. Теория уплотнения земляных масс. Стройиздат, 1948.

* Для глубокозалегающих (порядка 100 *м* и более) водоносных горизонтов требуемая длительность откачек обусловлена также эффектом «зависания»: полная передача давления от веса вышележащих пород отмечается только с того момента, когда радиус депрессионной воронки превысит в несколько раз суммарную мощность толщи перекрывающих пород