Записки Ленинградского ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LXI, вып. 1, 1972 г.

О ВОЗМОЖНОСТИ СВЕДЕНИЯ РЕШЕНИЯ ДВУХСВЯЗНОЙ ЗАДАЧИ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ ДВУХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК К ОДНОСВЯЗНОЙ

А. Г. Протосеня

В практике поддержания горных выработок часто встречаются случаи их взаимного влияния. Особенно существенное воздействие оказывают очистные работы на напряженное состояние вблизи подготовительной выработки. Решения этих задач сложны и громоздки, в связи с чем они в основном выполнены для случаев взаимного влияния выработок одинаковой формы [3, 6, 10, 11]. Известны лишь некоторые решения для разных форм [4, 12]. Однако эти решения из-за сложности конечных формул не получили значительного распространения для определения напряжений в окрестности выработок. Необходимо создать более простые методы расчета.

Предлагается приближенный метод оценки влияния одной выработки на другую сведением решения двухсвязной задачи к односвязной. Этот метод применен для установления взаимного влияния выработок круглого поперечного сечения, кроме того, с его помощью оценено воздействие опорного давления на распределение напряжений вблизи подготовительной выработки.

Рассмотрим упругий изотропный массив * с двумя выработками круглого поперечного сечения, оси которых параллельны, а центры осей расположены на одной линии. Выработки заложены на глубине H, поэтому напряженное состояние в их окрестности можно смоделировать [2—4] распределением напряжений в бесконечной плоскости с двумя отверстиями, сжимаемой усилиями на бесконечности в вертикальном ($\sigma_1=\gamma H$) и горизонтальном ($\sigma_2=\lambda\gamma H$) направлениях. Здесь γ — средний объемный вес горных пород; λ — коэффициент бокового распора. Расстояние между выработками принимается таким, чтобы они влияли друг на друга. Решение задачи произведем методами линейной теории упругости. Напряжения вокруг исследуемой горной выработки рассмотрим как сумму их вокруг одиночной выработки и дополнительных напряжений, вызванных влиянием другой. Решения задач вокруг

* В этой статье, как и в предыдущей, рассматривается задача применительно к идеальным однородным средам. Горные выработки, особенно подготовительные, обычно проходят по разнородным породам, которые представляют собой многообразные среды, и распределение компонентов напряжений в них является неизмеримо более сложным. Для таких условий предлагаемое автором решение не может быть использовано. (*Прим. научн. редактора.*)

одиночных выработок известны, и поэтому нужно найти только дополнительные напряжения. Рассмотрим случай, когда $\lambda = 1$. Эти напряжения найдем, создавая в окрестности исследуемой выработки напряженное состояние, близкое к действительному. Другими словами, оценим воздействие первой выработки на вторую с помощью усилий на бесконечности

$$\sigma_x^{(\infty)} = \frac{R^2}{(y')^2}\gamma H$$

равным тангенциальной составляющей напряжений, возникших в массиве за счет проведения первой выработки. Здесь R — радиус выработки; y' — координата плоскости. Тогда решение рассматриваемой задачи (рис. 1) сводится к определению напряжений в бесконечной плоскости с отверстием радиуса r, сжимаемой усилием на бесконечности в вертикальном направлении

$$\sigma_x^{(\infty)} = \frac{R^2}{(y')^2}\gamma H$$

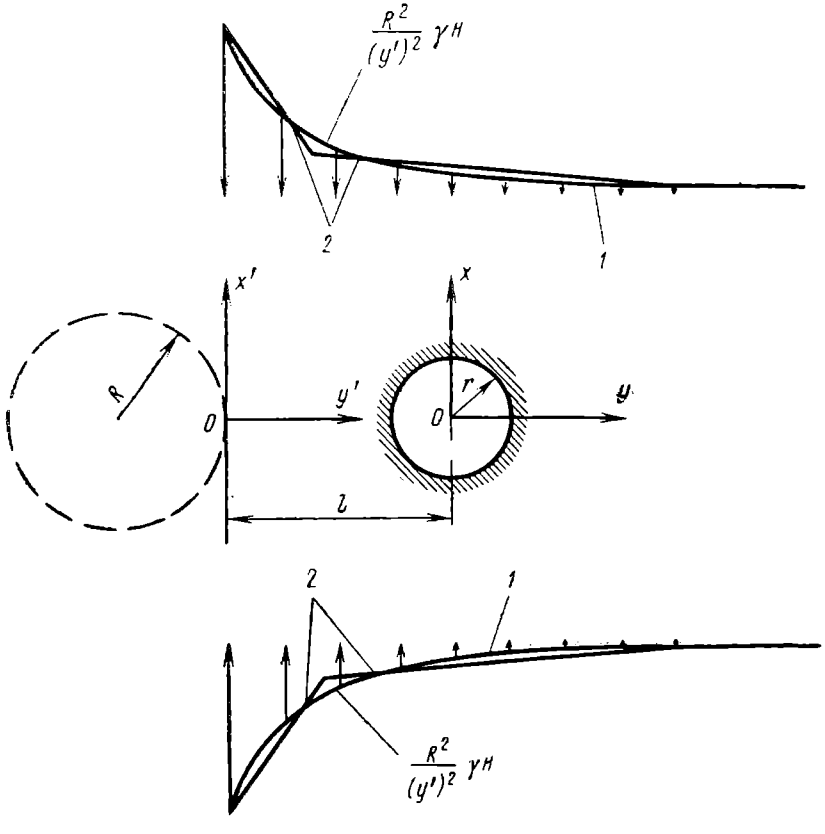


Рис. 1. Расчетная схема

1 — кривые эпюр нагрузок: *2* — кусочно-линейные нагрузки; *l* — расстояние от контура одной выработки до центра другой

Случаи, когда необходимо приложить на бесконечности к плоскости горизонтальные усилия, равные радиальной составляющей, возникшей за счет появления первой выработки, показаны ниже, причем

оценено приближенное решение в предлагаемой постановке путем сопоставления его с точным. Усилия

$$\sigma_x^{(\infty)} = \frac{R^2}{(y')^2}\gamma H$$

нелинейны и решение поэтому представляет значительные трудности. Однако оно будет несложным, если заменить кривые эпюр нагрузок (см. рис. 1) отрезками прямых 2:

$$\sigma_{x_j}^{(\infty)} = (a_j y'_j + b_j)\gamma H, \tag{1}$$

где $(y_j^0 \leqslant y'_j \leqslant y_{j+1}^0)$; j — номер участка, по которому приложена нагрузка (1) на бесконечности к плоскости; a_j, b_j — коэффициенты этого уравнения.

Количество линейных нагрузок (1) выбирается для каждого случая в зависимости от необходимой точности расчетов.

Полное решение задачи произведем по методу Н. И. Мусхелишвили, суммируя отдельные решения, полученные для $\sigma_{x_j}^{(\infty)}$.

Введем новые оси координат, опуская в дальнейшем для простоты записи знак j (аналитические зависимости находим для одного участка):

$$y' = l + y. \tag{2}$$

Тогда

$$\sigma_x^{(\infty)} = (c + ay)\gamma H; \tag{3}$$

$$c = al + b. \tag{4}$$

Решение задачи теории упругости [7] сводится к определению функций $\varphi^0(z)$, $\psi^0(z)$ основного и $\varphi^*(z)$, $\psi^*(z)$ дополнительного поля, возникшего за счет появления отверстия. В соответствии с условиями на бесконечности (3) функции основного поля имеют вид

$$\varphi^0(z) = \left(\frac{cz}{4} - ia\frac{z^2}{8}\right)\gamma H; \tag{5}$$

$$\psi^0(z) = \left(-\frac{cz}{2} + ia\frac{z^2}{8}\right)\gamma H, \tag{6}$$

где z — комплексная переменная.

Отобразим внешность рассматриваемой выработки радиуса r на внешность единичного круга с помощью зависимости

$$z = \omega(\zeta) = r\zeta. \tag{7}$$

При этом выражения (5) и (6) представятся в виде

$$\varphi^0(\zeta) = \left(\frac{cr\zeta}{4} - ia\frac{r^2\zeta^2}{8}\right)\gamma H; \tag{8}$$

$$\psi^0(\zeta) = \left(-\frac{cr\zeta}{2} + ia\frac{r^2\zeta^2}{8}\right)\gamma H, \tag{9}$$

где ζ — комплексная переменная.

Функции дополнительного поля [7] находятся из двух функциональных уравнений

$$\varphi^*(\zeta) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda_1}\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\overline{\varphi^{*\prime}(\sigma)}\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} - \frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda_1}\frac{f_1^0 + if_2^0}{\sigma - \zeta}d\sigma; \tag{10}$$

$$\psi^*(\zeta)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda_1}\frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\omega'(\sigma)}\varphi^{*\prime}(\sigma)\,\frac{d\sigma}{\sigma-\zeta}-\frac{1}{2\pi i}\int_{\lambda_1}\frac{f_1^0-if_2^0}{\sigma-\zeta}\,d\sigma, \tag{11}$$

где

$$f_1^0+if_2^0=-\left[\varphi^0(\sigma)+\frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)}\overline{\varphi^{01}(\sigma)}+\overline{\psi^0(\sigma)}\right], \tag{12}$$

$$f_1^0-if_2^0=-\left[\overline{\varphi^0(\sigma)}+\frac{\overline{\omega(\sigma)}}{\omega'(\sigma)}\overline{\varphi^{01}(\sigma)}+\psi^0(\sigma)\right], \tag{13}$$

λ_1 — единичная окружность; σ — значение ζ на контуре λ_1.

Функции находим в виде

$$\varphi^*(\zeta)=\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n\zeta^{-n}\qquad\qquad \psi^*(\zeta)=\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n\zeta^{-n} \tag{14}$$

Подставив выражения (8), (9), (12) и (13) в уравнения (10) и (11) и вычислив контурные интегралы, найдем значения функций для дополнительных напряжений

$$\varphi^*(\zeta)=\left(\frac{cr}{2}\;\;1+\frac{ia}{8}\;\;\frac{r^2}{\zeta^2}\right)\gamma H \tag{15}$$

$$\psi^*(\zeta)=\left(-\frac{cr}{2}\;\;1-\frac{ia}{8}\;\;\frac{r^2}{\zeta^2}+\frac{cr}{2}\;\;\frac{1}{\zeta^3}+\frac{ia}{4}\cdot\frac{r^2}{\zeta^4}\right)\gamma H \tag{16}$$

Компоненты напряжений вокруг горной выработки находятся по известным формулам Н. И. Мусхелишвили

$$\sigma_\theta+\sigma_\rho=4\mathrm{Re}\,\frac{\varphi'(\zeta)}{\omega'(\zeta)}; \tag{17}$$

$$\sigma_\theta-\sigma_\rho+2i\tau_{\rho\theta}=\frac{2\zeta^2}{\rho^2\omega'(\zeta)}\left[\frac{\overline{\omega(\zeta)}}{\omega'(\zeta)}\varphi'(\zeta)+\psi'(\zeta)\right], \tag{18}$$

где σ_θ, σ_ρ — соответственно окружное и нормальное радиальные напряжения; $\tau_{\rho\theta}$ — касательное напряжение. Напряжение σ_θ^0 на контуре выработки найдем из выражения (17), внеся в него соотношения (5), (7) и (15) и учитывая при этом, что $\sigma_\rho=0$, $\rho=1$:

$$\sigma_\theta^0=[-2c\cos 2\theta+c+ar(\sin\theta-\sin 3\theta)]\gamma H. \tag{19}$$

Полное значение напряжений на контуре выработки найдем сложением выражения (19) с известным значением σ_θ для одиночной выработки [2]:

$$\sigma_\theta=[-2c\cos 2\theta+c+ar(\sin\theta-\sin 3\theta)+2]\gamma H. \tag{20}$$

Сопоставим полученное приближенное решение задачи с точным [8] и оценим его погрешность, а также область правомерности. Усилия на бесконечности можно заменить двумя кусочно-линейными нагрузками (см. рис. 1)

$$\sigma_{x_1}^{(\infty)}=-\frac{0{,}445}{R}y_1'+1\qquad 0\leqslant y_1'\leqslant 1{,}8R, \tag{21}$$

$$\sigma_{x_2}^{(\infty)}=-\frac{0{,}05}{R}y_2'+0{,}29\qquad 1{,}8R\leqslant y_2'\leqslant 5R. \tag{22}$$

Расчеты выполнены для случая, когда $R=r$ при различных значениях l, и представлены в табл. 1.

Таблица 1

Сопоставление приближенного и точного метода в определении напряжений σ_θ на контуре выработки

l в долях r	θ, *град*	σ_θ в долях γH		Расхождение,
		приближенное значение	точное значение	
2	90	2,47	2,25	9
	270	2,67	2,88	4
3	90	2,32	2,15	7
	270	2,52	2,41	4
5	90	2,02	2,08	3
	270	2,22	2,15	3,5

Результаты табл. 1 свидетельствуют о достаточной для практических расчетов точности предложенного приближенного метода для определения напряжений в боках выработки. При этом погрешность достигает наибольшего значения (9%) при расстоянии между осями выработок, равном $2/r$.

Сравним результаты расчетов по предложенным формулам с данными А. С. Космодамианского [3] для случая, когда $l=6r=\text{const}$, а R принимает различные значения: $2r$, $3r$, $5r$, $10r$, $20r$ (табл. 2, вариант I).

Таблица

Сравнение полученных данных в определении σ_θ на контуре выработки с результатами А. С. Космодамианского

$\frac{l}{R}$	θ, *град*	σ_θ в долях γH			Расхождение, %	
		приближенное значение		данные А. С. Космодамианского	вариант I	вариант II
		вариант I	вариант II			
3	0	1,86	1,37	1,76	5	21
	90	2,38	2,52	2,20	7	12
	180	1,86	1,46	1,76	5	17
	270	2,47	2,63	2,33	6	11
2	0	1,81	1,21	1,54	15	21
	90	2,54	2,73	2,36	7	19
	180	1,81	1,27	1,54	15	11
	270	2,60	2,79	2,56	1,5	9
1,2	0	1,73	1,06	1,19	31	11
	90	2,67	2,90	2,69	0,8	13
	180	1,73	1,10	1,19	31	8
	270	2,71	2,94	3,00	9	2
0,6	0	1,27	—0,11	0,46	65	—
	90	3,20	3,93	3,38	5,4	14
	180	1,27	0,07	0,46	65	84
	270	3,38	4,11	3,78	10	8
0,3	0	1,13	—1,41	—0,36	—	—
	90	4,54	5,41	4,19	7	—
	180	1,13	—1,51	—0,36	—	—
	270	4,64	5,51	4,56	2	

Анализ данных табл. 2 показывает, что с увеличением размера большой выработки ее влияние на напряжение вблизи малой возрастает. При этом в боках напряжения σ_θ значительно возрастают, а в подошве и кровле убывают.

Наибольшая ошибка в определении напряжений в боках выработки приближенным методом не превышает 9—10%, что вполне достаточно для практических расчетов. Погрешность в определении напряжений σ_θ предложенным методом в кровле и подошве выработки меньшего радиуса с приближением большой возрастает, причем этот метод дает завышенные данные. Надо отметить, что на расстоянии l, равном наибольшему линейному размеру ($l=2R$), расхождение составляет 15%, и пользоваться этим методом в предложенной постановке можно для определения напряжений в подошве и кровле до расстояния $l<2R$. Значительное расхождение в определении σ_θ в подошве и кровле вблизи выработки большого радиуса вызвано тем, что с приближением ее не учитывается изменение радиальных напряжений ($\sigma_y^{(\infty)}=\lambda\gamma H=\text{const}$) Для оценки их влияния на напряженное состояние вблизи выработки малого радиуса приложим составляющую радиальных напряжений, вызванную возникновением большой выработки, на бесконечности к плоскости в горизонтальном направлении

$$\sigma_y^{(\infty)}=-\frac{R^2}{(x')^2}\gamma H$$

аналогично тому, как делали с усилиями

$$\sigma_x^{(\infty)}=\frac{R^2}{(y')^2}\gamma H$$

Результаты сравнения для этого случая (табл. 2, вариант II) показывают, что напряжения в подошве и кровле выработки оказываются заниженными. Причем они с приближением выработки радиуса R меняют знак на обратный.

Заниженными напряжения во втором варианте расчета оказались потому, что был принят самый неблагоприятный характер изменения $\sigma_y^{(\infty)}$. В действительности эти напряжения изменяются медленнее. Поскольку при первом варианте расчета напряжения в кровле и подошве были завышены, а при втором занижены, то для лучшего приближения их можно рассматривать как среднеарифметические, определенные при двух вариантах:

Отношение $\frac{l}{R}$	3	2	1,2	0,6	0,3
Величина $\sigma_\theta/\gamma H$	1,64	1,52	1,40	0,61	—0,16
Расхождение, %	7	1	15	23	55

Анализ этих данных показывает, что предложенным методом можно пользоваться для определения напряжений в кровле и подошве выработки до значений $l<1{,}2R$.

Оценим с помощью предложенного метода влияние очистного забоя на напряженное состояние вблизи подготовительной выработки, расположенной параллельно его линии для следующих условий: $\gamma=2{,}5$ *т/м*^{2}; $H=400$ *м*; $\lambda=0{,}5$; $h=1$ *м*; $E=1{,}5\cdot10^6$ *т/м*^{2}; $E_{пл}=3\cdot10^5$ *т/м*^{2}. Здесь h — половина мощности пласта; E, $E_{пл}$ — соответственно модули упругости вмещающих пород и угольного пласта. Решение задачи в плоской постановке является правомерным [1, 5] для режима установившегося сдвижения основной кровли при достаточной длине очистного забоя в его средней части. Расчет произведем для случая плавного опускания кровли без разрыва ее сплошности с учетом податливости пласта. Горизонтальная щель, в отличие от выработки круглого поперечного сечения, в случае действия усилий на бесконечности $\lambda\gamma H$

в горизонтальном направлении оказывает весьма незначительное влияние [4] на распределение напряжений в массиве и, следовательно, предложенный метод для оценки напряженного состояния в этом случае является достаточно точным в первом варианте.

Напряжения σ_θ, действующие по контуру выработки круглой формы, для случая $\lambda \neq 1$ имеют вид

$$\sigma_\theta = [-2c\cos 2\theta + c + ar(\sin\theta - \sin 3\theta) + \\ + 1 + \lambda - 2(1-\lambda)\cos 2\theta]\gamma H \qquad (23)$$

Величины напряжений σ_θ в характерных точках контура найдем без учета воздействия опорного давления, а также на расстоянии l центра выработки от линии очистного забоя, равном 100 и 40 *м*. Для рассматриваемого участка массива выражение (1), описывающее часть эпюры опорного давления [5], имеет вид

$$\sigma_x^{(\infty)} = (-0{,}022y' + 3{,}01)\gamma H \qquad 35 \leqslant y' \leqslant 106. \qquad (24)$$

Расчет произведем по формуле (23) для выработки радиуса $r = 1$ *м*. Результаты расчета сведены в табл. 3 и графически представлены на рис. 2.

Таблица 3

Напряжения на контуре выработки

θ, *град*	σ_θ в долях γH		
	без воздействия опорного давления	на расстоянии от линии очистного забоя l, *м*	
		100	40
0	0,5	—0,23	—1,59
90	2,5	4,65	8,87
270	2,5	4,75	8,85

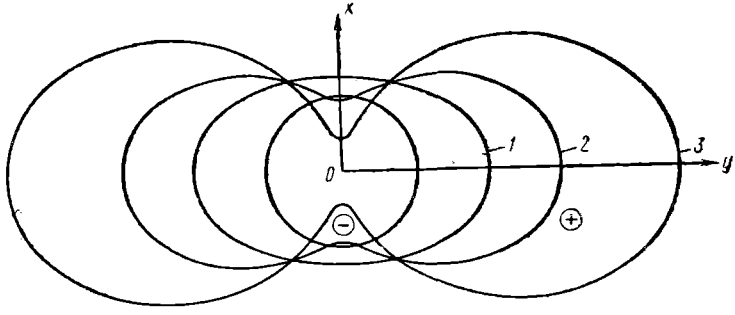


Рис. 2. Эпюры распределения напряжения σ_θ по контуру выработки

1 — без влияния очистных работ; *2, 3* — на расстоянии от центра выработки до линии очистного забоя, равном соответственно 100 и 40 *м*

Анализ результатов работы [8] показывает, что распределение напряжений вокруг выработок в неоднородных массивах слабо зависит от различия деформационных характеристик слоев. Это позволяет рассматривать для приведенного примера в первом приближении горный массив как однородную среду.

Неоднородность массива нужно учитывать в тех случаях, когда различие деформационных характеристик весьма велико.

Результаты расчета свидетельствуют о значительном влиянии очистных работ на величину и характер распределения напряжений σ_θ на контуре выработки. С приближением очистного забоя они существенно возрастают в боках и убывают в кровле и подошве. На некотором расстоянии l в кровле и подошве возникают растягивающие напряжения, которые в большей степени снижают устойчивость горных выработок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисов А. А. Расчеты горного давления в лавах пологих пластов. Госгортехиздат, 1964.

2. Динник А. Н., Моргаевский А. Б., Савин Г. Н. Распределение напряжений вокруг подземных выработок. Труды совещания по управлению горным давлением. АН СССР, 1938.

3. Космодамианский А. С. О напряженном состоянии упругого изотропного массива, в котором пройдены выработки круглого сечения. Сб. ВНИМИ, т. XLII, 1961.

4. Космодамианский А. С. Растяжение изотропной пластинки с двумя неодинаковыми криволинейными отверстиями. В сб. «Некоторые задачи теории упругости о концентрации напряжений, равновесии и колебаниях упругих тел». Изд. Саратовск. ун-та, 1964.

5. Либерман Ю. М. К вопросу об опорном давлении впереди очистного забоя. В сб. «Физико-механические свойства, давление и разрушение горных пород». Ч. 1, АН СССР, 1962.

6. Матвиенко В. В. Применение методов теории упругости к исследованию взаимовлияния двух горных выработок. Научные сообщения Ин-та горного дела АН СССР, 1961, № 11.

7 Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Наука, 1966.

8. Расчет защищенных зон. Методические указания. ВНИМИ, 1969.

9. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. Киев, Наукова Думка, 1951.

10. Шерман Д. И. О напряжениях в плоской весомой среде с двумя одинаковыми симметрично расположенными круговыми отверстиями. ПММ, т. 15, вып. 6, 1951.

11. Шерман Д. И. К вопросу о напряженном состоянии полуплоскости с двумя заглубленными круговыми отверстиями. Тр. Ин-та физики Земли. АН СССР, т. 3, 1959.

12. Шерман Д. И. О напряжениях в весомой среде, ослабленной эллиптическим и круговым отверстиями. Инженерный сборник, т. 27, 28, АН СССР, 1960.