

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ УСРЕДНИТЕЛЬНЫХ ШТАБЕЛЕЙ

Е. И. Азбель, А. И. Шейн

Одним из распространенных типов усреднительных сооружений является усреднительный штабель. Качественный состав поступающего на переработку потока руды случайным образом меняется во времени. Поэтому для исследования усреднительных процессов, в частности в усреднительных штабелях, наиболее перспективен аппарат теории случайных функций, который позволяет непосредственно учитывать внутренние связи процессов изменения качественного состава потоков усредняемого минерального сырья. Однако в специальной литературе нет методик, позволяющих рассчитывать усреднительные процессы в штабелях с помощью теории случайных функций. Обычно эффективность работы усреднительных штабелей принято оценивать отношением дисперсий (или средних квадратических отклонений) контролируемых компонентов качественного состава на входе и выходе штабеля. В настоящей работе приняты аналогичные оценки. Без нарушения общности рассматриваются случайные колебания $X(t)$ некоторого компонента X качественного состава.

Усреднительный штабель представляет собой устройство с периодической загрузкой и разгрузкой руды. Пусть T — время загрузки и разгрузки штабеля, а $X'(t)$ — колебания компонента X в отгружаемом потоке руды. В результате загрузки штабеля продольными тонкими слоями в его любом поперечном сечении представлены изменения качественного состава потока руды за время его загрузки, т. е. усреднительный штабель позволяет стабилизировать качественный состав руды по своему продольному направлению. Поэтому при отгрузке руды из поперечного сечения штабеля значение $X'(t)$ будет оставаться постоянным. Очевидно, что для отдельно взятого штабеля справедливо соотношение

$$X'(t) = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt. \quad (1)$$

Следует отметить, что наилучшим образом к рассмотренной выше модели приближаются штабели, которые формируются загрузочными устройствами циклического действия, а разгружаются — специальными разгрузочными устройствами (усреднительными машинами). Такие машины обеспечивают перемешивание материала одновременно из всех слоев.

Для штабелей, которые загружаются дискретными порциями руды (например, самосвалами) или при отгрузке которых не обеспечивается

одновременное перемешивание материала из всех слоев, в отгружаемом потоке руды наблюдаются колебания качественного состава. Однако вследствие высокой частоты такие колебания могут быть отфильтрованы в последующих усреднительных сооружениях сравнительно небольшой емкости. Таким образом, можно считать, что и в этих случаях обеспечивается стабилизация качественного состава.

При неограниченном увеличении числа слоев в штабеле и фиксированном его объеме содержание $X'(t)$ на выходе штабеля выражается через интегральное преобразование (1). Можно показать, что при любом конечном числе слоев для любого сечения штабеля содержание компонента X представляется через интегральные суммы, которые в пределе стремятся к выражению (1). Из свойств сходимости таких сумм следует, что при сравнительно небольшом числе слоев содержание компонента X в произвольном сечении штабеля практически совпадает со своим предельным значением. Для реальных штабелей усреднительный эффект достигается при загрузке 20—30 слоев в смену. Поэтому чрезмерное увеличение числа слоев в штабеле при фиксированном его объеме не влияет на эффективность усреднения.

Пусть $X(t)$ представляет собой стационарный случайный процесс с корреляционной функцией $K_x(\tau)$ и средним $\bar{X}$. Колебания компонента X в последовательности отгружаемых штабелей представляют собой последовательность прямоугольных импульсов со случайными амплитудами, средними значениями $\bar{X}'(t) = \bar{X}$ и скважностью, равной единице. Дисперсия амплитуд таких импульсов имеет следующее выражение [2]:

$$D'(x) = \frac{2}{T} \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) K_x(t) dt. \quad (2)$$

Практически формула (2) позволяет определить, какую дисперсию будет иметь величина средних содержаний компонента X в отдельных штабелях для их довольно большой совокупности. Полученное соотношение справедливо для случая, когда при отгрузке руды обеспечивается одновременное перемешивание материала из всех слоев поперечного сечения штабеля. В других случаях в зависимости от числа слоев штабеля, одновременно пересекаемых разгрузочным устройством, дисперсия колебаний компонента X в отгружаемом потоке руды

$$D'(x)_p = \frac{2}{T'} \int_0^{T'} \left(1 - \frac{t}{T'}\right) K_x(t) dt, \quad (3)$$

где T' — время загрузки количества слоев руды, одновременно пересекаемых разгрузочным устройством.

Оценим эффективность усреднительных процессов в штабелях для некоторых типов корреляционных функций:

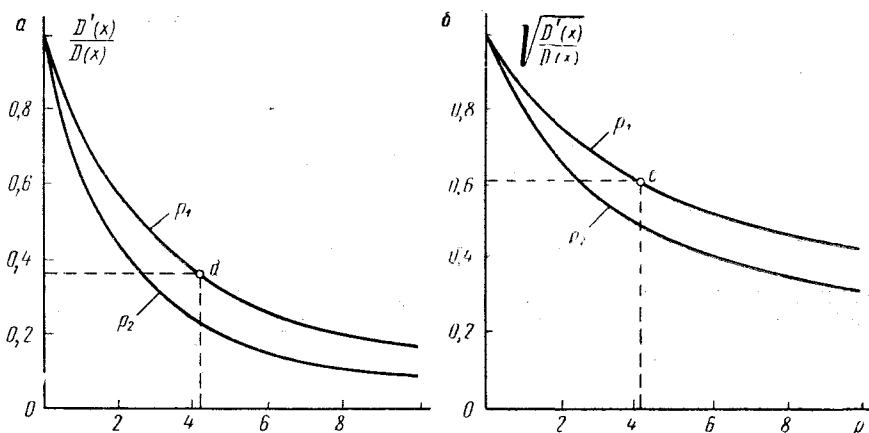
$$K_x(\tau) = D(x)e^{-\alpha|\tau|},$$

$$\frac{D'(x)}{D(x)} = f_1(T\alpha) = \frac{2}{T\alpha} \left[1 - \frac{1}{T\alpha} \left(1 - e^{-T\alpha} \right) \right]; \quad (4)$$

$$K_x(\tau) = D(x) \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T_n} & \text{при } |\tau| \leq T_n \\ 0 & \text{при } |\tau| > T_n \end{cases}$$

$$\frac{D'(x)}{D(x)} = f_2\left(\frac{T}{T_n}\right) = \frac{1}{3} \begin{cases} \frac{T_n}{T^2} (3T - T_n) & \text{при } T_n \leq T \\ \frac{1}{T_n} (3T_n - T) & \text{при } T_n > T. \end{cases} \quad (5)$$

Из соотношений (4) и (5) следует, что оценки эффективности усреднения $\frac{D'(x)}{D(x)}$ и $\sqrt{\frac{D'(x)}{D(x)}}$ зависят от $T\alpha$ и $\frac{T}{T_n}$, т. е. от соотношения параметров корреляционной функции $k_x(\tau)$ исходного потока руды и емкости штабеля T , и не определяются только емкостью штабеля. Поэтому необходимые расчеты для усреднительного штабеля могут выполняться в относительных единицах, в частности с помощью некоторых функций, например $f_1(T\alpha)$ и $f_2\left(\frac{T}{T_n}\right)$, соответствующих интегральным преобразованиям для конкретных корреляционных функций. На рисунке представлены соответствующие расчетные кривые для рассматриваемых случаев. Аналогичные зависимости (графические или табличные) могут быть



К расчету эффективности работы усреднительных штабелей. Кривые для определения относительного уменьшения: а — дисперсии; б — среднего квадратического отклонения

легко построены для корреляционных функций любого вида. Таким образом, введя некоторый расчетный параметр ρ (для рассмотренных случаев $\rho_1 = \alpha T$, $\rho_2 = \frac{T}{T_n}$), можно производить расчеты независимо от конкретных значений параметров корреляционной функции $K_x(\tau)$ и T .

Пусть, например, корреляционная функция $K_x(\tau)$ аппроксимирована с помощью экспоненты $K_x(\tau) = e^{-0.3(\tau)}$, где τ измеряется в сутках, а емкость штабеля составляет 14 суток. Тогда значение расчетного параметра $\rho_1 = 0.3 \cdot 14 = 4.2$. По кривым, соответствующим $\rho_1 = \alpha T$, найдем оценки эффективности работы штабеля по дисперсиям и средним квадратическим отклонениям (точки c и d на рисунке):

$$\frac{D'(x)}{D(x)} = 0.61, \quad \sqrt{\frac{D'(x)}{D(x)}} = 0.37.$$

Рассмотренные расчетные функции являются убывающими функциями обобщенного параметра p и стремятся к нулю с ростом значения p . Справедлива [1] следующая формула:

$$D'(x) = 2 \int_0^{\infty} \frac{S_x(\omega) \sin^2 \frac{\omega T}{2}}{\left(\frac{\omega T}{2}\right)^2} d\omega, \quad (6)$$

где $S_x(\omega)$ — спектральная плотность процесса $X(t)$.

Из формулы (6) следует: когда значение расчетного параметра равно нулю, значение расчетных функций равно единице. Это непосредственно соответствует физике процесса усреднения, поскольку при $p=0$ емкость штабеля равна нулю и, следовательно, усреднение отсутствует.

Представляет интерес оценка тесноты корреляционной связи между качественным составом отдельных штабелей руды. Математическая модель усреднительного штабеля — это частный случай модели усреднительного бункера с последовательной горизонтальной загрузкой (в предельном случае). Поэтому соответствующие оценки могут быть получены из выражения для корреляционной функции на выходе бункера. Допустим, есть последовательность s сформированных штабелей ($s=1, 2, \dots, i, \dots, j, \dots, n$). Можно показать [3], что коэффициент корреляции между содержанием компонента X в отдельных штабелях выражается следующим образом:

$$r(k) = \frac{1}{K_x(0) T} \int_0^T \left(1 - \frac{t}{T}\right) \left\{ K_x[kT + t] + K_x[kT - t] \right\} dt, \quad (7)$$

$$k = j - i = 0, \pm 1, \pm 2.$$

В частном случае при $k=0$ из формулы (7) следует выражение (2) для $D'(x)$. В качестве примера представлены зависимости $r(k)$ для $K_x(\tau) = e^{-\alpha(\tau)}$ и различных значений расчетного параметра p :

	$p=0,2$	$p=0,6$	$p=1,0$	$p=1,4$	$p=1,8$
$k=0$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$k=1$	0,88	0,68	0,54	0,44	0,36
$k=2$	0,72	0,37	0,20	0,11	0,06
$k=3$	0,59	0,21	0,07	0,03	0,01
$k=4$	0,48	0,11	0,03	0,01	0,00

Из этих данных следует, что с увеличением k величина $r(k)$ убывает и тем быстрее, чем больше значение p . Значения компонента X в штабелях, сформированных через 2—3 шага, коррелированы слабо. Таким образом, с помощью формулы (7) по значению содержания компонента X в рассматриваемом штабеле можно прогнозировать содержание компонента X в последующих, однако не очень удаленных штабелях.

Аналогично предыдущему случаю расчеты для корреляционных функций $K'(\tau)$ процесса $X'(t)$, а также коэффициентов корреляции $r(k)$ могут быть выполнены с помощью специальных расчетных функций. Графически такие функции имеют вид номограмм, зависящих от соотношения параметров исходной корреляционной функции $K_x(\tau)$, T , а также τ или k .

Рассмотренные соотношения удобно применять в случае, когда исходная корреляционная функция получена на основании обработки результатов достаточно частых точечных опробований потока руды $X(t)$. На практике обычно имеются усредненные результаты опробова-

ний за большие интервалы времени, например за смену или сутки. В этом случае следует рассматривать корреляционную функцию $K_x(i)$, $i=0,1,2,\dots$ случайной последовательности содержаний компонента X в усредненных пробах руды. Дисперсия для штабеля, сформированного из n усредненных проб, может быть рассчитана по формуле

$$D'(x)_n = \frac{1}{n^2} \left\{ 2 \sum_{k=0}^{n-1} (n-k) K_x[k] - n K_x[0] \right\}. \quad (8)$$

Закономерности изменения $D'(x)_n$ от соотношения параметров корреляционной функции $K_x(i)$ и количества порций руды (например, сменных или суточных) в штабеле аналогичны закономерностям изменения $D'(x)$ в непрерывном случае. Для дискретного случая аналогично могут быть построены соответствующие расчетные функции в относительных единицах.

Выводы

1. Эффективность работы усреднительных штабелей при челноковом режиме загрузки с увеличением числа слоев в штабеле быстро стремится к своему предельному значению. Поэтому чрезмерное увеличение числа слоев в штабеле (загрузка свыше 20—30 слоев в смену) при фиксированном его объеме не влияет на эффективность усреднения.

2. Усреднительный эффект штабеля зависит от соотношения параметров корреляционных функций исходного потока руды и емкости усреднительного штабеля.

3. Инженерные расчеты по оценке усреднительных процессов в штабелях могут выполняться в относительных единицах с помощью некоторых заранее найденных функций, соответствующих интегральным преобразованиям для конкретных корреляционных функций.

4. С помощью теории случайных функций можно по значениям содержания рассматриваемых компонентов качественного состава в сформированном штабеле прогнозировать содержание этих компонентов в последующих штабелях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Азбель Е. И. Усреднение руды при челноковом режиме загрузки бункера. В сб. «Новые исследования в цветной металлургии и обогащении», вып. 1. Изд. ЛГИ, 1969.
2. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Наука, 1966.
3. Школьников А. Д., Азбель Е. И. Использование промежуточных бункеров обогатительных фабрик при оперативном усреднении руд. В сб. «Вычислительная техника в системах управления горными предприятиями». Изд. ЛГИ, 1971.