

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЖЕКТОРА

А. П. Ерохин

Струйные аппараты, или эжекторы, отличаются простотой устройства, надежностью и удобством в эксплуатации. Поэтому, несмотря на сравнительно низкий к. п. д., они находят весьма широкое применение в различных областях техники в качестве насосов, компрессоров, гидроэлеваторов, вентиляторов, вакуум-насосов.

При проектировании эжектора возникает вопрос о правильном выборе проходных площадей или связанных с ними скоростей в характерных сечениях, которые обеспечивали бы для заданных условий максимальную степень сжатия или, что эквивалентно, максимальный к. п. д. Строгое аналитическое решение задачи по определению оптимальных параметров газового эжектора дано в работе Б. А. Урюкова [1], выполненной под руководством акад. С. А. Христиановича. В этой работе рассмотрен идеальный эжектор, в котором отсутствуют потери в соплах и диффузоре, а также потери в камере смешения, связанные с трением газа о стенки. А. Д. Берман, а затем Б. Э. Фридман [2] разработали приближенный метод определения оптимальных параметров жидкостного эжектора с учетом потерь в его элементах. Однако этот метод нельзя распространить на реальные газовые эжекторы, так как он исходит из предположения о равенстве статических давлений смешиваемых потоков на входе в камеру смешения. П. Н. Каменев [3], Е. Я. Соколов и Н. М. Зингер [4] и ряд других исследователей сделали попытку решить рассматриваемую задачу применительно к реальному газовому эжектору. Используемые ими предпосылки, однако, недостаточно обоснованы и не освобождают от необходимости проведения вариантных расчетов.

Таким образом, в настоящее время нет надежных аналитических методов определения оптимальных параметров реального газового эжектора. Г. Н. Абрамович в своем учебнике [5] рассматривает потери в отдельных элементах эжектора, но, по существу, лишь в качестве уточнения закономерностей для идеального эжектора.

В данной статье предлагается методика определения оптимальных параметров реального газового эжектора, которая, по мнению автора, отвечает необходимой строгости и существенно сокращает расчеты. Получены необходимые условия максимума степени сжатия газового эжектора с учетом потерь во всех его элементах и указан один из возможных графо-аналитических способов решения полной системы уравнений оптимального эжектора.

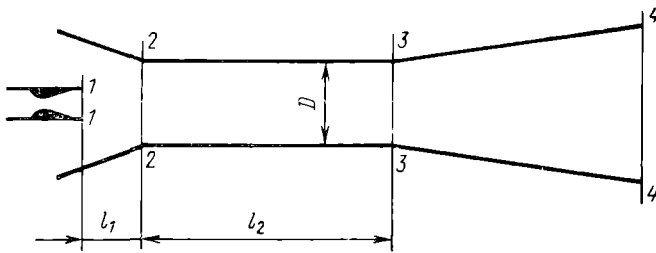


Рис. Характерные (контрольные) сечения.

Примем следующие условия и допущения: выходное сечение 1—1 центрального сопла (рис. 1) совпадает с начальным сечением 2—2 камеры смешения, т. е. $l_1=0$; толщина стенок центрального сопла равна нулю; длина камеры смешения l_2 достаточно велика, так что профиль скорости в сечении 3—3 принимает стандартную форму; коэффициенты потерь являются постоянными величинами.

Исходную систему уравнений для эжектора с цилиндрической камерой смешения удобно представить в следующем виде:

$$\frac{p_1}{\rho_1 v_1} + \alpha_1 v_1 + n \left(\frac{p_2}{\rho_2 v_2} + \alpha_2 v_2 \right) = (1 + n) \left[\frac{p_3}{\rho_3 v_3} + (1 + \zeta) \alpha_3 v_3 \right], \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho_1 v_1} + \frac{n}{\rho_2 v_2} = \frac{1 + n}{\rho_3 v_3}, \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho_1 v_1} \frac{d p_1}{d v_1} = - \frac{\alpha_1}{\varphi_1^2}, \quad (3)$$

$$\frac{1}{\rho_2 v_2} \frac{d_1 p_2}{d v_2} = - \frac{\alpha_2}{\varphi_2^2}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{\rho_3 v_3} \frac{d p_3}{d v_3} = - \alpha_3 \varphi_d^2 + \frac{1}{\rho_3 v_3} \frac{d p_{04}}{d v_3}, \quad (5)$$

где n — коэффициент эжекции, т. е. отношение массовых расходов подсываемого и рабочего газов; p — статическое давление; p_0 — полное давление; v — скорость; α — коэффициент поля, учитывающий различие средних расходной и импульсной скоростей в данном сечении; ζ — коэффициент трения в камере смешения; ρ — плотность; φ — скоростной коэффициент сопла; φ_d — коэффициент диффузора.

Индексы 1—4 соответствуют характерным (контрольным) сечениям на рис. 1.

Для отыскания максимума степени сжатия эжектора, что равносильно решению уравнения $d p_{04} = 0$, составим тождественно равную нулю функцию:

$$\begin{aligned} & \frac{p_1}{\rho_1 v_1} + \alpha_1 v_1 + n \left(\frac{p_2}{\rho_2 v_2} + \alpha_2 v_2 \right) - (1 + n) \left[\frac{p_3}{\rho_3 v_3} + (1 + \zeta) \alpha_3 v_3 \right] + \\ & + x \left(\frac{1}{\rho_1 v_1} + \frac{n}{\rho_2 v_2} - \frac{1 + n}{\rho_3 v_3} \right) \equiv 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где x — произвольный коэффициент.

Принимая v_1, v_2 и v_3 за независимые переменные, после дифференцирования функции (6) по этим переменным с учетом условия $dp_{04}=0$, получаем

$$(p_1 + x) \frac{d}{d v_1} \left(\frac{1}{\rho_1 v_1} \right) - \alpha_1 \left(\frac{1}{\varphi_1^2} - 1 \right) = 0, \quad (7)$$

$$(p_2 + x) \frac{d}{d v_2} \left(\frac{1}{\rho_2 v_2} \right) - \alpha_2 \left(\frac{1}{\varphi_2^2} - 1 \right) = 0, \quad (8)$$

$$(p_3 + x) \frac{d_3}{d v_3} \left(\frac{1}{\rho_3 v_3} \right) + \alpha_3 (1 + \zeta - \varphi_\pi^2) = 0. \quad (9)$$

Из данных соотношений видно, что для реального эжектора не могут быть равными нулю выражения типа

$$(p_i + x) \frac{d}{d v_i} \left(\frac{1}{\rho_i v_i} \right),$$

где $i=1, 2, 3$.

В соответствии с этим выпадает решение $p_1=p_2=p_3$, а также решения типа $d(\rho_i v_i)/d v_i = 0$ и различные комбинации из этих решений, которые приходится анализировать при определении необходимых и достаточных условий максимума степени сжатия идеального газового эжектора.

После исключения из соотношений (7), (8) и (9) произвольного коэффициента x и ряда преобразований получим два необходимых и, как показывают расчеты, достаточных условия максимума степени сжатия реального эжектора:

$$p_1 \left[1 - \frac{\frac{2k_1}{k_1+1} (1 - \varphi_1^2) \alpha_1 \left(\frac{\lambda_1}{\varphi_1} \right)^3}{\alpha_1 \left(\frac{\lambda_1}{\varphi_1} \right)^2 - 1} \right] = p_2 \left[1 + \frac{\frac{2k_2}{k_2+1} (1 - \varphi_2^2) \alpha_2 \left(\frac{\lambda_2}{\varphi_2} \right)^2}{1 - \alpha_2 \left(\frac{\lambda_2}{\varphi_2} \right)^2} \right], \quad (10)$$

$$p_2 \left[1 + \frac{\frac{2k_2}{k_2+1} (1 - \varphi_2^2) \alpha_2 \left(\frac{\lambda_2}{\varphi_2} \right)^2}{1 - \alpha_2 \left(\frac{\lambda_2}{\varphi_2} \right)^2} \right] = p_3 \left[- \frac{\frac{2k_3}{k_3+1} \frac{1 + \zeta - \varphi_\pi^2}{\varphi_\pi^2} \alpha_3 (\varphi_\pi \lambda_3)^2}{1 - \alpha_3 (\varphi_\pi \lambda_3)^3} \right], \quad (11)$$

где $\lambda_i = \frac{v_i}{v_{кр i}}$ — относительная скорость; $v_{кр i}$ — критическая скорость; k_i — показатель адиабаты в соответствующих сечениях.

Практический интерес представляют следующие значения относительных скоростей: $\sqrt{x_1}(\lambda_1/\varphi_1) > 1$, $\sqrt{x_2}(\lambda_2/\varphi_2) > 1$ и $\overline{\alpha_3} \varphi_d \lambda_3 < 1$. При этих условиях, как видно из соотношений (10) и (11), в оптимальном газовом эжекторе $p_1 > p_2$, т. е. сопло активного газа должно работать на режиме недорасширения. Этот вывод справедлив при наличии потерь хотя бы в одном из сопл.

Статическое давление в цилиндрической камере смешения должно увеличиваться, т. е. $p_3 > p_2$. Это условие сохраняется и в случае идеального сопла подсосываемого газа, если имеются потери в диффузоре или камере смешения, т. е. когда $\varphi_d < 1$ и $\zeta \neq 0$.

Полная система уравнений оптимального эжектора, если положить для простоты $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$ и $k_1 = k_2 = k_3 = k$, имеет вид

$$z_1 + n \theta_2 z_2 = (1 + n) \theta_3 (z_3 + \zeta \lambda_3), \quad (12)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \varphi_1 q_1} + \frac{n \theta_2}{\varphi_2 q_2} = \frac{(1 + n) \theta_3 \varphi_d}{\varepsilon q_3}, \quad (13)$$

$$1 + \overline{Q} + n \theta_2^2 = (1 + n) \theta_3^2, \quad (14)$$

$$\varepsilon_d \pi_1 v_1 = \pi_2 v_2, \quad (15)$$

$$\varepsilon \pi_3 v_3 = \pi_2 v_2, \quad (16)$$

где

$$\overline{Q} = 2 \frac{k-1}{k+1} \frac{Q}{v_{кр1}^2}$$

относительная величина теплового эффекта в камере смешения;

$$q = x \left(1 - \frac{k-1}{k+1} x^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

газодинамическая функция, в которой $x = \lambda_1/\varphi_1$, $x = \lambda_2/\varphi_2$, $x = \varphi_d \lambda_3$ соответственно для сечений 1, 2, 3;

$$z_i = \frac{1}{\theta_i} + \lambda_i;$$

$\varepsilon_0 = p_{01}/p_{02}$ — располагаемая степень сжатия; $\varepsilon = p_{04}/p_{02}$ — степень сжатия эжектора; $\theta_2 = v_{кр2}/v_{кр1}$, $\theta_3 = v_{кр3}/v_{кр1}$ — параметры, характеризующие относительную температуру подсосываемого и смешанного потоков; v_i — выражения в квадратных скобках в соотношениях (10) и (11);

$$\pi = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} x^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

газодинамическая функция с указанными выше значениями аргумента x в контрольных сечениях.

Уравнения (12), (13) и (14) представляют собой соответственно уравнение импульсов, условие цилиндричности камеры смешения и закон сохранения энергии. Уравнения (15) и (16) выражают условия максимума степени сжатия эжектора. При заданных n , ε_0 , θ_2 и \overline{Q} неизвестными являются θ_3 , λ_1 , λ_2 , λ_3 и φ_d . Поскольку число неизвестных равно числу уравнений, оптимальные параметры эжектора в принципе определяются сразу. При отсутствии дополнительных уравнений (15)

и (16) появились бы соответственно две произвольные величины, выявление оптимальных значений которых потребовало бы проведения большого количества вариантных расчетов.

Приведенная полная система уравнений оптимального эжектора в общем случае не имеет прямого аналитического решения, как это обычно бывает, когда встречаются газодинамические функции. Рассмотрим один из возможных графо-аналитических методов решения.

Задаваясь рядом значений λ_2 , из уравнения (15) определяем соответствующие значения λ_1 . Уравнение (15) может быть с достаточным приближением упрощено таким образом, что для λ_1 решение получается в явном виде. В том случае, когда необходимо проводить расчеты с различными значениями исходных данных (n , ε_0 , θ_2 , \bar{Q}), целесообразно предварительно построить графики функций $\pi_1 v_1$ и $\pi_2 v_2$ (рис. 2).

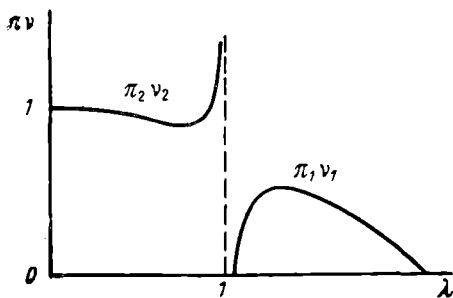


Рис. 2. Функции

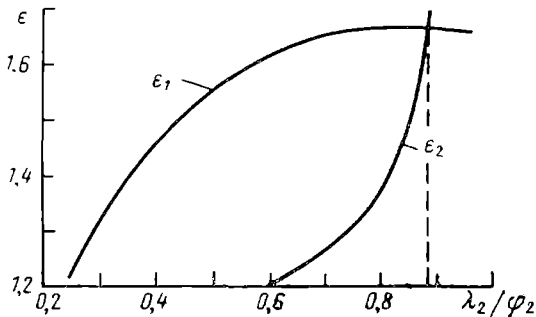


Рис. 3. К определению оптимальных параметров эжектора.

Другие параметры имеют значения: степень нерасчетности рабочего сопла $p_1/p_2=2,19$; повышение статического давления в камере смешения $p_3/p_2=2,10$; геометрический параметр эжектора (отношение проходной площади сопла подсасываемого газа к проходной площади рабочего сопла) $a=6,3$; к. п. д. эжектора

$$\eta_3 = \frac{n \left(\varepsilon^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)}{1 - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^{\frac{k-1}{k}}} = 0,48.$$

Из уравнения (14) определяют θ_3 . Из уравнения (12) находят соответствующие значения λ_3 . Из квадратного уравнения, которое при этом получается, выбирают решение $\lambda_3 < 1$. Уравнение (13) позволяет вычислить степень сжатия эжектора и получить зависимость $\varepsilon_1 = f_1(\lambda_2/\varphi_2)$, уравнение (16) дает вторую зависимость: $\varepsilon_2 = f_2(\lambda_2/\varphi_2)$. Точка пересечения графиков ε_1 и ε_2 определяет оптимальные параметры эжектора (рис. 3). Приведенные на рис. 3 результаты получены для следующих исходных данных: $n = 1$; $\varepsilon_0 = 10$; $\bar{Q} = 0$; $\theta_2 = 1$; $k = 1,4$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 0,95$; $\zeta = 0,02$; $\varphi_d = 0,90$. Оптимальный режим достигается при $\lambda_2/\varphi_2 = 0,88$, или при $\lambda_2 = 0,835$. При этом значении λ_2 получаем $\lambda_1 = 1,53$; $\lambda_3 = 0,75$; $\varepsilon = 1,65$.

В заключение сделаем два замечания.

В принципе оптимальные параметры эжектора могут быть определены по расположению максимума степени сжатия на графике ε_1 . Однако в приведенном примере максимум на этом графике выражен очень слабо, что требует расчета второй зависимости, ε_2 . Вместе с тем положений в области максимума характер графика ε_1 позволяет не придерживаться строго выполнения равенства (16), которому соответствует график ε_2 . В данном примере, как показывают более подробные расчеты, выгодно выбрать несколько большее по сравнению с указанным значение λ_2 , так как это способствует уменьшению абсолютных размеров эжектора, практически не снижая степень сжатия и к. п. д.

Как видно из приведенного примера, сопло активного газа оптимального эжектора должно работать со значительной степенью нерасчетности. Поэтому расчет оптимальных параметров реального газового эжектора нельзя основывать на предположении о равенстве статических давлений в потоках на входе в камеру смешения, как это делают некоторые исследователи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Урюков Б. А. Теория дифференциального эжектора. ПМТФ АН СССР, 1963.
2. Фридман Б. Э. Гидроэлеваторы. Машгиз, 1960.
3. Каменев П. Н. Гидроэлеваторы и другие струйные аппараты. Машстрогиздат, 1950.
4. Соколов Е. Я., Зингер Н. М. Струйные аппараты. Госэнергоиздат, 1961.
5. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. Наука, 1969.