Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г В. Плеханова, т. LII, вып. 3, 1974 г.

ВЫБОР КОМБИНИРОВАННЫХ ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ ВЕДОМЫХ ЗВЕНЬЕВ МАШИН-АВТОМАТОВ

Г И. Сиприя, Ю. И. Кадашевич, А. М. Луценко

1. Закон движения ведомого звена механизма должен выбираться на основании требований, предъявляемых к работе механизма: общих (для участков подъема и опускания, перемещения, скорости и ускорения в начале и конце интервала соответствуют заданным значениям); обусловленных характером диаграммы перемещения ведомого звена и замыкания высшей кинематической пары кулачок — ролик; определяющих вид функций идеальных перемещений, скоростей и ускорений, а также технологической нагрузки и ее производных не на границах интервала однозначных перемещений, а на отдельных его участках.

2. Симметричные законы движения дают однозначное решение относительно времени срабатывания кулачковых механизмов, что ограничивает их применение. Несимметричные законы движения имеют больше возможности удовлетворять необходимым условиям срабатывания механизма, но эта возможность ограничивается введением лишь одного параметра K_1 — относительной продолжительности участка разбега (кроме трапецеидального закона изменения ускорений). Наиболее совершенны комбинированные законы движения, однако быстрое определение констант этих законов затруднительно, что ограничивает их применение в практике проектирования машин-автоматов.

3. В статье рассматривается метод синтеза комбинированных законов движения для случая, когда путь и время участка постоянной скорости составляет либо часть от интервала разбега $S_2 = \delta S_1$; $T_2 = \gamma T_1$ (вариант I), либо часть интервала выбега $S_2 = \delta S_3$, $T_2 = \gamma T_3$ (вариант II), либо часть всего интервала перемещения $S_2 = \delta S$, $T_2 = \gamma T$ (вариант III).

4. Безразмерные функции перемещений введем раздельно для участков:

разбега — постоянной скорости — выбега

$$\begin{pmatrix} 0 \leqslant t \leqslant T_1 \\ 0 \leqslant x_1 \leqslant S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \leqslant t \leqslant T_1 + T_2 \\ S_1 \leqslant x_2 \leqslant S_1 + S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 + T_2 \leqslant t \leqslant T \\ S_1 + S_2 \leqslant x_3 \leqslant S \end{pmatrix}$$

$$f_1(k_1) = \frac{x_1}{2S_1}, \quad f_2(k_2) = \frac{x_2 - S_1}{S_2}, \quad f_3(k_3) = \frac{S - x_3}{2S_3},$$

где $k_1 = \frac{t}{2T_1}$ где $k_2 = \frac{t - T_1}{T_2}$ где $k_3 = \frac{T - t}{2T_3}$

5. Чтобы однозначно определить закон движения $x(t)$ ведомого звена на участке хода, необходимо назначить: ход ведомого звена S;

продолжительность хода T; безразмерные функции перемещений на участках разбега $f_1(k_1)$ и выбега $f_3(k_3)$, а также следующие параметры, определяющие структуру закона движения:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= \frac{T_1}{T}; \quad u_2 = 1 - u_1 - u_3 = \frac{T_2}{T}; \quad u_3 = \frac{T_3}{T}; \\ v_1 &= \frac{S_1}{S}; \quad v_2 = 1 - v_1 - v_3 = \frac{S_3}{S}; \quad v_3 = \frac{S_3}{S}; \end{aligned} \quad \lambda = \frac{\ddot{x}_{1\max}}{|\ddot{x}_{3\min}|} \right\}, \qquad (1)$$

где u, v — относительные продолжительности u и перемещение v соответствующих частей всего интервала перемещения;

1, 2, 3 — интервалы разбега, постоянной скорости и выбега;

λ — коэффициент асимметрии графиков ускорений.

На основании пункта 4 перемещение, скорость и ускорение ведомого звена могут быть определены по формулам:

разбега

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= f_1(k_1)\,2S_1 \\ \dot{x}_1 &= f_1'(k_1)\frac{S_1}{T_1} \\ \ddot{x}_1 &= f_1''(k_1) = \frac{S_1}{2T_1^2} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

постоянной скорости

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= S_1 + \frac{S_2}{T_2}t \\ \dot{x}_2 &= \frac{S_2}{T_2} \\ \ddot{x}_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

выбега

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= S - f_3(k_3)\,2S_3 \\ \dot{x}_3 &= f_3'(k_3)\frac{S_3}{T_3} \\ \ddot{x}_3 &= -f_3''(k_3)\frac{S_3}{2T_3^2} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Функции $f(x)$, $f'(k)$, $f''(k)$ должны быть непрерывными на отрезке $0 \leqslant k \leqslant 0{,}5$ и принимать значения

$$\left.\begin{aligned} f(0) &= 0; \quad f(0{,}5) = 0{,}5; \\ f'(0) &= 0; \quad f''(k) \geqslant 0; \quad \text{при} \quad 0 \leqslant k \leqslant 0{,}5 \\ f''(0) &\geqslant 0; \quad f''(0{,}5) = 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (5)$$

Условием плавной безударной работы кулачкового механизма при комбинированном законе является равенство пиков скоростей или

$$b_1\frac{u}{u_1} = b_2\frac{1 - v_1 - v_1}{1 - u_1 - u_3} = b_3\frac{v_3}{u_3}. \qquad (6)$$

Коэффициент асимметрии λ назначаем структурным параметром, так как при синтезе закона движения он играет определенную роль.

$$c_1\frac{v_1}{2u_1^2} = \lambda C_3\frac{v_3}{2u_3^2}. \qquad (7)$$

В системе двух уравнений (6), (7) девять неизвестных величин, поэтому выбором недостающих шести параметров можно получить различные законы движения с необходимыми кинематическими и динамическими характеристиками.

6. Выразим экстремальные значения констант B, C_1, C_3, D_1, D_3 и E, характеризующих идеальные законы движения $x(t)$, через параметр λ и константы b_1, c_1, d_1; e_1 и b_3, c_3, d_3, характеризующие идеальные функции $f_1(k_1)$ и $f_3(k_3)$.

С учетом пункта 3 идеальные перемещения, скорости и ускорения [формулы (2), (3), (4)] принимают вид.

Вариант 1 ($S_2 = \delta S_1$; $T_2 = \gamma T_1$)

Разбег

$$0 \leqslant t \leqslant u_1 t$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 2v_1 f_1(k_1)\,S \\ \dot{x}_1 &= \frac{v_1}{u_1}f_1'(k_1)\frac{R}{T} \\ \ddot{x}_1 &= \frac{v_1}{2u_1^2}f_1''(k_1)\frac{S}{T^2} \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Участок постоянной скорости

$$u_1 T \leqslant t \leqslant u_1(1 + \gamma)\,T$$

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= v_1(1 + \delta k_2)\,S \\ \dot{x}_2 &= \frac{\delta v_1}{\gamma u_1}\cdot\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Выбег

$$u_1(1+\gamma)T \leqslant t \leqslant T$$

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= \{1-2[1-v_1(1+\delta)]f_3(k_3)\}S \\ \dot{x}_3 &= \frac{1-v_1(1+\delta)}{1-u_1(1+\gamma)}\cdot f_3'(k_3)\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_3 &= \frac{1-v_1(1+\delta)}{2[1-u_1(1+\gamma)]^2} f_3''(k_3)\frac{S}{T^2} \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

$$k_1 = \frac{t}{2u_1T}, \quad k_2 = \frac{t-u_1T}{\gamma u_1 T}, \quad k_3 = \frac{T-t}{2[1-u_1(1+\gamma)]T} \quad (11)$$

Вариант II ($S_2 = \delta S_3$, $T_2 = \gamma T_3$)

Разбег

$$0 \leqslant t \leqslant [1-u_3(1+\gamma)]T$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 2[1+v_3(1+\delta)]f_1(k_1)S \\ \dot{x}_1 &= \frac{1-v_3(1+\delta)}{1-u_3(1+\gamma)} f_1'(k_1)\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_1 &= \frac{1-v_3(1+\delta)}{[1-u_3(1+\gamma)]^2} f_1''(K_1)\frac{S}{T^2} \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Участок постоянной скорости

$$[1-u_3(1+\gamma)]T \leqslant t \leqslant (1-u_3)T$$

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= [1-v_3(1+\delta-\delta k_2)]S \\ \dot{x}_2 &= \frac{\delta v_3}{\gamma u_3}\cdot\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Выбег

$$(1-u_3)T \leqslant t \leqslant T$$

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= [1-2x_3 f_3(k_3)]S \\ \dot{x}_3 &= \frac{v_3}{u_3}\cdot f_3'(k_3)\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_3 &= -\frac{v_3}{2u_3^2} f_3''(k_3)\frac{S}{T^2} \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

$$k_1 = \frac{t}{2(1-u_3(1+\gamma))T}; \quad k_2 = \frac{t-[1-u_3(1+\gamma)]}{\gamma u_3 T}; \quad k_3 = \frac{T-t}{2u_3T} \quad (15)$$

Вариант III ($S_2 = \delta S$; $T_2 = \gamma T$)

Разбег

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 2(1-\delta-v_3)f_1(k_1)S \\ \dot{x}_1 &= \frac{1-\delta-v_3}{1-\gamma-u_3} f_1'(k_1)\frac{S}{T^2} \\ \ddot{x}_1 &= \frac{1-\delta-v_3}{2(1-\gamma-u_3)^2} f_1''(k_1)\frac{S}{T^2} \end{aligned}\right\} \quad (16)$$

Участок постоянной скорости

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= (1-\delta-v_3-\delta k_2)S \\ \dot{x}_2 &= \frac{\delta}{\gamma}\cdot\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Выбег

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= [1-2v_3 f_3(k_3)]S \\ \dot{x}_3 &= \frac{v_3}{u_3}\cdot f_3'(k_3)\frac{S}{T} \\ \ddot{x}_3 &= -\frac{v}{2u_3^2} f_3''(k_3)\frac{S}{T^2} \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

$$k_1 = \frac{t}{2[1-\gamma-u_3]T}; \quad k_2 = \frac{t-T}{\gamma T}; \quad k_3 = \frac{T-t}{2u_3T} \quad (19)$$

В уравнениях (8)—(10), (12)—(14), (16)—(18) относительное перемещение и относительная длительность этого перемещения на участке разбега и выбега соответственно равны

$$v_1 = v_3 = \frac{19}{(1+\delta) + \lambda \dfrac{b_1^2 c_3}{b_3^2 c_1}}; \qquad u_1 = u_3 = \frac{1}{(1+\gamma) + \lambda \dfrac{b_1 c_3}{b_3 c_1}}. \tag{20}$$

7 На основании формул (8)—(20) получаем следующие выражения для максимальных значений констант.

Вариант I

$$B = \frac{\alpha}{\beta} b_1 b_3 \qquad C_1 = \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{1}{2} \qquad C_3 = \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{1}{2\lambda}$$

$$D_1 = \frac{\alpha^3}{\beta^2} \frac{b_3}{2c_1} d_1 \qquad D_3 = \frac{\alpha^3}{\beta^2} \frac{b_1}{2c_1} d_3 \qquad E = \frac{\alpha^3}{\beta} \frac{b_1}{4b_3 c_1^2} e_1.$$

Вариант II

$$B = \frac{\alpha}{\beta} b_1 b_3 \qquad C_1 = \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{1}{2} \qquad D_3 = \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{1}{2\lambda}$$

$$D_1 = \frac{\alpha^3}{\beta^2} \frac{b_1}{2c_1} d_1 \qquad D_3 = \frac{\alpha^3}{\beta^2} \frac{b^3}{2c_1} d_3 \qquad E = \frac{\alpha^3}{\beta} \cdot \frac{1}{4b_1 c_1^2} e_1.$$

Вариант III

$$B = \frac{\alpha \cdot \sigma}{\beta \cdot \tau} \cdot b_3 \qquad C_1 = \frac{\alpha^2 \sigma}{\alpha \tau^2} \cdot \frac{c_1}{2} \qquad C_3 = \frac{\alpha^2}{\beta} \cdot \frac{1}{2\lambda}$$

$$D_1 = \frac{\alpha^3 \sigma^2}{\beta^2 \tau^3} \frac{d_1}{2} \qquad D_3 = \frac{\alpha^3}{\beta^2} \frac{b^3}{2c_1} d_3 \qquad E = \frac{\alpha^3 \sigma}{\beta \tau^3} \cdot \frac{1}{4} e_1.$$

Здесь

$$\alpha = (1+\gamma) b_3 c_1 + \lambda b_1 c_3; \qquad \beta = (1+\delta) b_3^2 c_1 + \lambda b_1^2 c_3;$$

$$\sigma = \lambda (1-\delta) b_1^2 c_3 - \delta^2 b_3^2 c_3; \qquad \tau = \lambda (1-\gamma) b_1 c_3 - \gamma^2 b_3 c_1.$$

Когда закон движения ведомого звена не имеет участка постоянной скорости, значения γ и δ равны нулю. Для частного случая $\lambda = 1$ и на участках разбега и выбега использована одна и та же безразмерная функция перемещения, получаем

$$\left.\begin{aligned} B = b_1 = b_3; \qquad & C_1 = C_3 = c_1 = c_3; \\ D_1 = D_3 = d_1 = d_3; \qquad & E = e_1 = e_3 \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

По формулам (6)—(20) и формулам для вариантов I, II, III можно быстро осуществить необходимый синтез комбинированных законов движения для выполнения заданных условий работы исполнительного механизма.