Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института
им.Г.В.Плеханова, т.XIУ, вып. 1, 1974 г.

ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ БОКОВ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ВЫРАБОТОК ПО УСЛОВИЮ ОТРЫВА ПРИКОНТУРНЫХ ЗОН ПОРОДНОГО МАССИВА

М.М.Мордухович

Известно, что породы в боках горизонтальных выработок разрушаются либо сдвигом по тем или иным поверхностям скольжения, либо отрывом прикон - турных зон массива по вертикальным поверхностям. Разрушение путем сдвигов хорошо объясняется с позиций теории предельного равновесия связно-сыпучей среды. Второй возможный вид разрушения - отрыв приконтурных зон не имеет пока четкого объяснения.

Рассмотрим случай, когда прочность пород в боках выработки существенно меньше, чем в кровле и подошве (рис. 1). Трение по контактам боков с кровлей и подошвой назначительно, и им можно пренебречь. Определим величину растягивающих напряжений по вертикальному сечения, отстоящему на расстоянии x от контура выработки.

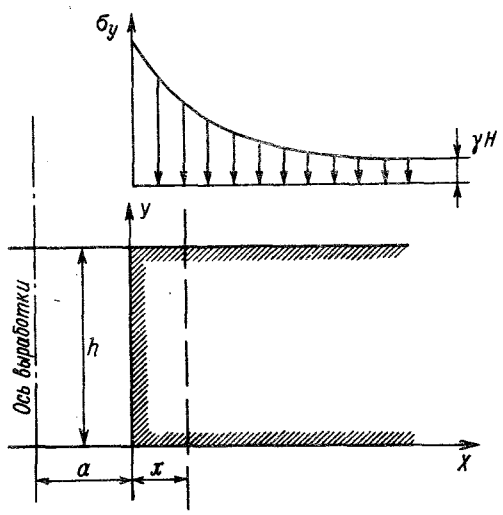


Рис.1. Схема для оценки прочности бока выработки

Представим, что сцепление и внутреннее трение породы по этому сечению отсутствуют. Тогда при достижении вертикальной нагрузкой, приходящейся на породную стенку шириной x, критического значения, она начнет изгибаться в сторону обнажения. Рассматривая стенку как пластину, шарнирно-опертую по концам, используем для определения критической силы формулу Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E I}{h^2}, \qquad (1)$$

где E - модуль продольной упругости породы; h - высота выработки; I - момент инерции поперечного сечения стенки (так как рассматривается плоская задача, $I = \frac{x^3}{12}$).

Полную величину вертикальной нагрузки, приходящейся на единицу длины стенки после ее изгиба, представим как сумму двух составляющих

$$p = P_{кр} + P_x \quad . \qquad (2)$$

где P_x – усилие, возникающее при изгибе стенки.

При $P = P_{кр}$ ($P_x = 0$) стенку можно считать плоской.

Максимальную величину прогиба стенки под действием усилия P обозначим f_{max} (рис. 2,а).

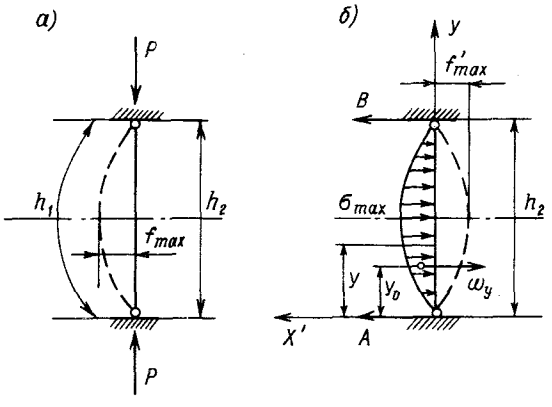


Рис.2. Расчетные схемы для определения:
а) f_{max} б) f'_{max}

В действительности стенка связана с остальным массивом. Эта связь будет препятствовать изгибу ее при потере устойчивости, в результате чего в рассматриваемом вертикальном сечении возникнут растягивающие напряжения, достигающие максимального значения посредине высоты выработки. Под действием этих напряжений стенка посредине высоты выработки прогнется в сторону массива на величину f'_{max} (рис. 2,б). Тогда условие совместности деформаций стенки с остальным массивом можно записать в виде

$$f_{max} = f'_{max} \quad . \tag{3}$$

Установим выражения для f_{max} и f'_{max}. Стенка находится в условиях плоской деформации, при которой зависимость между относительной деформацией ε_y и напряжениями σ_y имеет вид

$$\varepsilon_y = \frac{1-\mu^2}{E}\,\sigma_y \quad ,$$

где μ – коэффициент поперечной деформации породы.

Поскольку потеря устойчивости возможна лишь для стенки малой толщины x, величину σ_y можно определить как осредненную по участку размером x. Тогда

$$\varepsilon_y = \frac{1-\mu^2}{E} \cdot \frac{P}{x} \quad .$$

Абсолютная деформация стенки в направлении оси У к моменту потери устойчивости определится выражением

$$\Delta h = \varepsilon_y h = \frac{1-\mu^2}{E}\,\frac{P_{кр}\,h}{x} \quad .$$

Высота стенки к моменту потери устойчивости будет равна

$$h_1 = h - \Delta h = h\left(1 - \frac{1-\mu^2}{E}\,\frac{P_{кр}}{x}\right) . \qquad (4)$$

Для большинства горных пород величина μ не превышает 0,2-0,4, поэтому квадратом ее по сравнению с единицей можно пренебречь. Тогда выражение (4) примет такой же вид, как и при одноосном сжатии,

$$h_1 = h\left(1 - \frac{P_{кр}}{Ex}\right) . \qquad (5)$$

Из условия совместности деформаций в вертикальном направлении при одном и том же значении сжимающего усилия $P > P_{кр}$ высота выпучившейся стенки должна быть равна высоте приконтурной зоны массива шириной x, которая по аналогии с формулой (5) определится выражением

$$h_2 = h_1\left(1 - \frac{P_x}{Ex}\right) = h\left(1 - \frac{P_{кр}}{Ex}\right)\left(1 - \frac{P_x}{Ex}\right) . \qquad (6)$$

Следуя Н.К.Снитко [7], будем считать, что длина оси выпучившейся стенки равна ее высоте h_1 к моменту потери устойчивости (рис. 2,а). Используем элементарную зависимость между длиной дуги h_1, длиной хорды h_2 и стрелой подъема f_{max}

$$h_1^2 = h_2^2 + \frac{16}{3} f_{max}^2 . \qquad (7)$$

Или, переписывая выражение (7) относительно f_{max}, получим

$$f_{max} = \frac{1}{4}\sqrt{3\left(h_1^2 - h_2^2\right)} . \qquad (8)$$

Как следует из принятой схемы деформаций, нормальные напряжения, под действием которых рассматриваемая стенка перемещается в сторону массива (рис. 2,б), можно считать распределенными по вертикальному сечению согласно закону

$$\sigma = \sigma_{max} \sin\frac{\pi y}{h^2} , \qquad (9)$$

где σ_{max} – интенсивность нормальных напряжений посредине высоты выработки.

Для нахождения максимального прогиба стенки под действием такой нагрузки воспользуемся аналитическим методом вычисления деформаций. Определим равнодействующую ω_y нагрузки на участке длиной y и координату y_0 сечения, где приложена эта равнодействующая,

$$\omega_y = \int_0^y \sigma_{max} \sin \frac{\pi y}{h_2}\, dy = -\sigma_{max} \frac{h_2}{\pi} \cos \frac{\pi y}{h_2} \Bigg|_0^y =$$

$$= \frac{2\sigma_{max} h_2}{\pi} \sin^2 \frac{\pi y}{2h_2} \quad .$$

Статический момент эпюры нагрузки на участке длиной y относительно начала координат

$$S_y = \int_0^y \sigma_{max} \sin \frac{\pi y}{h_2}\, y dy = \frac{\sigma_{max} h_2}{\pi} \left(\frac{h_2 \sin \frac{\pi y}{h_2}}{\pi} - y \cos \frac{\pi y}{h_2} \right) \quad .$$

Координата y_0 сечения, где приложена равнодействующая ω_y,

$$y_0 = \frac{S_y}{\omega_y} = \frac{\frac{h_2}{\pi} \sin \frac{\pi y}{h_2} - y \cos \frac{\pi y}{h_2}}{2 \sin^2 \frac{\pi y}{2h_2}} = \frac{h_2}{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{2h_2} - \frac{y}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi y}{2h_2} + \frac{y}{2} \quad .$$

Опорные реакции (рис.2,б)

$$A = B = \frac{\omega_{y=h_2}}{2} = \frac{\sigma_{max} h_2}{\pi} \quad .$$

Изгибающий момент в любом поперечном сечении стенки

$$M_y = Ay - \omega_y (y - y_0) = \frac{\sigma_{max} h_2}{\pi} y - \frac{2\sigma_{max} h_2}{\pi} \sin^2 \frac{\pi y}{2h_2} \times$$

$$\times \left(\frac{y}{2} - \frac{h_2}{\pi} \operatorname{ctg} \frac{\pi y}{2h_2} + \frac{y}{2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi y}{2h_2} \right) = \frac{h_2^2}{\pi^2} \sigma_{max} \sin \frac{\pi y}{h_2} \quad . \qquad (10)$$

Подставим формулу (10) в приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси

$$EI\frac{d^2x'}{dy^2} = \frac{h_2^2}{\pi^2}\sigma_{max}\sin\frac{\pi y}{h_2} \quad .$$

Интегрируя дважды это выражение, получим

$$EI\frac{dx'}{dy} = -\frac{h_2^3}{\pi^3}\sigma_{max}\cos\frac{\pi y}{h_2} + C \quad , \tag{11}$$

$$EIx' = -\frac{h_2^4}{\pi^4}\sigma_{max}\sin\frac{\pi y}{h_2} + Cy + D \quad . \tag{12}$$

Определим постоянные интегрирования C и D. При $y = 0$ прогиб $x' = 0$ Подставляя это условие в формулу (12), получим $D = 0$. При $y = h_2$ прогиб $x' = 0$. Подставляя эти значения y и x' в формулу (12), получим $C = 0$. Следовательно, выражение для прогибов примет вид

$$x' = -\frac{h_2^4}{EI\pi^4}\sigma_{max}\sin\frac{\pi y}{h_2} \quad . \tag{13}$$

Максимальный прогиб будет посредине пролета при $y = \frac{h_2}{2}$

$$f'_{max} = -\frac{h_2^4}{EI\pi^4}\sigma_{max} \quad ,$$

или, подставляя выражение для I,

$$f'_{max} = -\frac{12\,h_2^4}{Ex^3\pi^4}\sigma_{max} = -0{,}123\frac{h_2^4}{Ex^3}\sigma_{max} \quad . \tag{14}$$

Знак минус означает, что прогибы стенки направлены в сторону, противоположную направлению оси x'. В последующих выкладках этот знак опустим.

Подставим выражения (8) и (14) в условие совместности деформаций (3)

$$\frac{1}{4}\sqrt{3\left(h_1^2 - h_2^2\right)} = 0{,}123\frac{h_2^4}{Ex^3}\sigma_{max}$$

или

$$h_1^2 - h_2^2 = 0{,}081\frac{h_2^8}{E^2x^6}\sigma_{max}^2 \quad . \tag{15}$$

Введем промежуточные обозначения

$$K = 0{,}081\frac{\sigma_{max}^2}{E^2 x^6} \quad ; \qquad L = h_2^2 \quad .$$

Тогда уравнение (15) запишется в виде

$$KL^4 + L - h_1^2 = 0 \quad . \tag{16}$$

Воспользуемся тем, что для большинства горных пород отношение $\frac{\sigma_{сж}}{E}$ – весьма малая величина.

Отношение $\frac{P_x}{Ex} = \frac{\sigma_x}{E}$, входящее в выражение (6) для h_2, еще меньше, чем отношение $\frac{\sigma_{сж}}{E}$. Поэтому членами, содержащими эту величину в степени два и более, можно пренебречь по сравнению с единицей. Тогда

$$L = h_2^2 = h_1^2\left(1 - \frac{P_x}{Ex}\right)^2 \approx h_1^2\left(1 - \frac{2P_x}{Ex}\right) \quad ,$$

$$L^2 \approx h_1^4\left(1 - \frac{4P_x}{Ex}\right) \quad ,$$

$$L^4 \approx h_1^8\left(1 - \frac{8P_x}{Ex}\right) \quad .$$

Подставим выражения для L и L^4 в формулу (16)

$$Kh_1^8\left(1 - \frac{8P_x}{Ex}\right) + h_1^2\left(1 - \frac{2P_x}{Ex}\right) - h_1^2 = 0 \quad .$$

Откуда

$$P_x = \frac{ExKh_1^6}{8Kh_1^6 + 2} \quad . \tag{17}$$

Подставляя в формулу (17) выражение для K, получим

$$P_x = \frac{0{,}081\sigma_{max}^2 h_1^6 Ex}{0{,}648\sigma_{max}^2 h_1^6 + 2E^2x^6} \quad . \tag{18}$$

Величину P_x, соответствующую моменту отрыва по вертикальному сечению, расположенному на расстоянии x от контура выработки, определим, полагая в

равенстве (18) σ_{max} равным пределу прочности на растяжение породы в массиве σ_p. Кроме того, с достаточно высокой степенью точности можно считать h_1 равным h, что существенно упрощает расчет, и формула (18) принимает вид

$$P_x = \frac{0{,}081\sigma_p^2 h^6 E x}{0{,}648\sigma_p^2 h^6 + 2E^2 x^6} \quad . \tag{19}$$

Подставляя в формулу (2) выражения (1) и (19), получим полную величину вертикальной нагрузки, приходящейся на стенку шириной x к моменту ее отрыва от массива,

$$P = Ex\left(0{,}822\frac{x^2}{h^2} + \frac{\sigma_p^2 h^6}{8\sigma_p^2 h^6 + 24{,}707E^2 x^6}\right) \quad . \tag{20}$$

При выводе уравнения (20) считалось, что в любом вертикальном сечении $\sigma_{max}=\sigma_p$. Однако, как следует из формулы (14), в непосредственной близости от контура выработки (при x близком к нулю) величина σ_{max} должна быть очень малой ($\sigma_{max}<\sigma_p$). В противном случае прогиб f'_{max} достигнет чрезмерно большого значения, что физически невозможно. Поэтому уравнение (20) справедливо для всех вертикальных сечений, кроме находящихся в непосредственной близости от контура выработки.

Установим выражение для фактической нагрузки, действующей на приконтурную зону массива шириной x. Для определения сжимающих напряжений в зоне упругих деформаций рекомендуется [2, 5, 6] использовать формулу, полученную В.Г.Гмошинским [3] на основании исследований А.Н.Динника, Г.Н.Савина и А.Б.Моргаевского [4],

$$\sigma_y = \gamma H\left(1 + K_0 e^{-\frac{x}{a}}\right) \quad , \tag{21}$$

где γ – средний объемный вес вышележащих пород; H – глубина заложения выработки; a – половина ее ширины; $K_0 = K' - 1$; K' – коэффициент концентрации напряжений на контуре выработки, $K' = K_1 + K_2$; K_1 – коэффициент концентрации напряжений в боках выработки вне зоны влияния очистных работ; K_2 – коэффициент дополнительной концентрации напряжений в зоне опорного давления.

Рекомендации по выбору значений K_1 и K_2 приведены в работе О.В.Тимофеева и М.М.Мордуховича [8].

В соответствии с формулой (21), вертикальные напряжения на любом расстоянии x от контура возрастают вследствие проведения выработки на величину

$$\sigma'_y = \gamma H K_0 e^{-\frac{x}{a}} \quad .$$

Равнодействующая напряжений σ'_y будет равна

$$\int_0^{\infty} \gamma H K_0 e^{-\frac{x}{a}} dx = \gamma H K_0 a \quad .$$

Исходя из условия равновесия, эта величина должна быть равна половине веса столба пород над выработкой [1, 2], т.е.

$$\gamma H K_0 a = \gamma H a.$$

Откуда $K_0 = 1$, $K' = 2$.

Следовательно, формула (21) справедлива только при $K' = 2$. Чтобы сделать эту формулу пригодной для любых других значений K', введем в числитель показателя степени коэффициент K_0

$$\sigma_y = \gamma H \left(1 + K_0 e^{-\frac{K_0 x}{a}}\right) \quad . \tag{22}$$

Тогда равнодействующая напряжений σ_y' будет равна половине веса столба пород над выработкой при любых значениях коэффициента концентрации напряжений на контуре.

Действительно,

$$\int_0^{\infty} \gamma H K_0 e^{-\frac{K_0 x}{a}} = -\gamma H a e^{-\frac{K_0 x}{a}} \Bigg|_0^{\infty} = \gamma H a \quad .$$

Фактическая вертикальная нагрузка, приходящаяся на единицу стенки толщиной x, определится из выражения

$$P_{\Phi} = \int_0^{x} \gamma H \left(1 + K_0 e^{-\frac{K_0 x}{a}}\right) dx = \gamma H \left[x - a\left(e^{-\frac{K_0 x}{a}} - 1\right)\right] \quad . \tag{23}$$

Сопоставляя кривые изменения величин P и P_{Φ} с удалением от контура выработки, можно установить, будут ли устойчивы ее бока по условию отрыва приконтурных зон породного массива.

В качестве примера на рис. 3 приведены кривые зависимости от расстояния x величин P (кривая 1) и P_{Φ} (кривая 2) для горизонтальной выработки квадратной формы поперечного сечения, пройденной по пласту угля в зоне влияния очистных работ; $h = 2a = 2$ м; глубина заложения выработки $H =$ = 400 м; средний объемный вес вмещающих пород $\gamma = 2{,}5$ т/м^3; пределы прочности угля на сжатие 80 кГ/см^2, на растяжение 5 кГ/см^2; модуль продольной упругости угля E, в соответствии с данными ВНИМИ [2], можно принять равным $3 \cdot 10^4$ кГ/см^2; коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}25$; тогда коэффициент бокового распора $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu} = 0{,}33$.

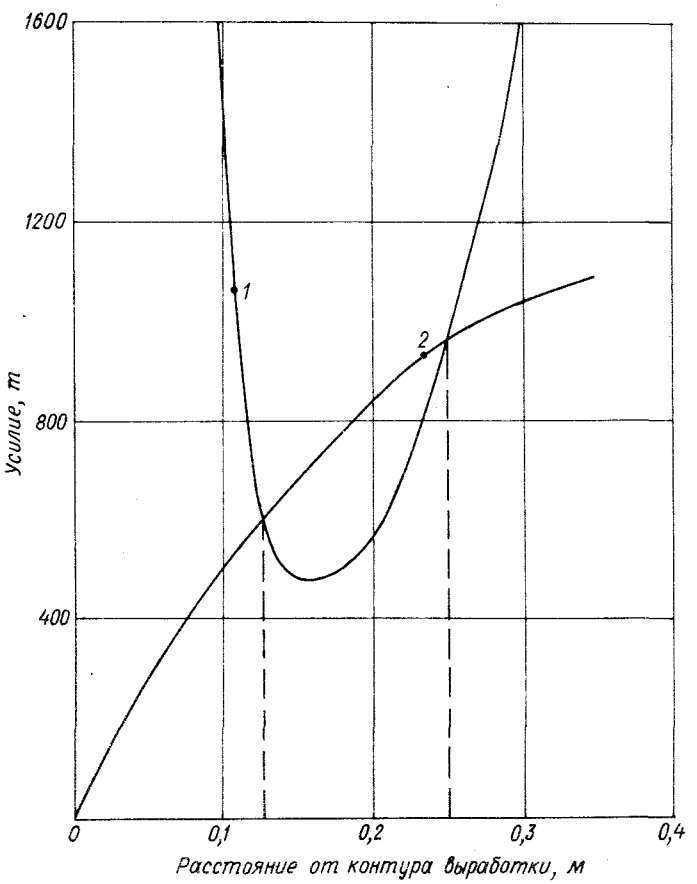


Рис.3. Кривые изменения усилий:
1 – P 2 – $P_Ф$

По данным приведенным О.В.Тимофеевым и М.М.Мордуховичем $K_1 = 4$, $K_2 = 2$. Из сопоставления кривых 1 и 2 на рис. 3 следует, что при 0,13 м $\leq x \leq$ $\leq$ 0,25 м фактические значения нагрузок $P_Ф$ превосходят величину P, т.е. в пределах этого участка происходит отрыв по вертикальным сечениям. Таким образом, бока выработки неустойчивы и в них образуется зона неупругих деформаций.

Литература

1. Авершин С.Г. Сдвижение горных пород при подземных разработках. Углетехиздат, 1947.

2. Ардашев К.А. и др. Совершенствование управления горным давлением при разработке наклонных и крутых пластов. М., "Недра", 1967.

3. Гмошинский В.Г. Горное давление на пологий угольный пласт в окрестности выработки. "Уголь", 1957, № 6.

4. Динник А.Н., Савин Г.Н., Моргаевский А.Б. Распределение напряжений

вокруг подземных горных выработок. Тр. совещания по управлению горным давлением. Изд-во АН СССР, 1938.

5. Мельников О.И. О методе расчета опорного давления впереди очистного забоя при отработке мощного крутого пласта щитами. Горный журнал, Известия вузов, 1964, № 7.

6. Мордухевич М.М., Тимофеев О.В. Оценка устойчивости боков горизонтальных выработок и расчет зоны неупругих деформаций. Горный журнал, Известия вузов, 1970, № 3.

7. Снитко Н.К. Устойчивость стержневых систем в упруго-пластической области. Л., Стройиздат, 1968.

8. Тимофеев О.В., Мордухович М.М. Временное руководство по применению штанговой крепи в подготовительных выработках на шахтах Кузбасса. Изд. ЛГИ, 1971.