Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института
им.Г.В.Плеханова, т.ХIУ, вып. 1, 1974 г.

РАСЧЕТ ЕСТЕСТВЕННОГО НАТЯЖЕНИЯ КРЕПЕЖНЫХ ШТАНГ ВСЛЕДСТВИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ПОРОД

О.В.Тимофеев

Для эффективности работы металлических замковых штанг им придают первоначальное натяжение порядка 3-4 т. Железобетонные сплошные штанги обычно устанавливают без начального натяжения; причем работают они не менее эффективно, чем металлические замковые. Сталеполимерные штанги с замком-пробкой устанавливают как с натяжением, так и без него.

В процессе эксплуатации штанговой крепи величина натяжения штанг изменяется: уменьшается вследствие пластического деформирования элементов крепи и пород; увеличивается вследствие смещений пород внутрь выработки, обусловленных их ползучестью или разрушением. Общий характер и эффективность работы крепи зависит, очевидно, от соотношения деформаций указанных элементов системы "массив пород – штанги".

Для аналитического анализа поставленного вопроса рассмотрим протяженную горную выработку круглого сечения, закрепленную штанговой крепью и расположенную в изотропном линейно-деформируемом ползучем массиве.[1] Напряженное состояние вокруг такой выработки формируется наложением на поле гравитационных напряжений вокруг незакрепленной выработки дополнительного поля, вызванного воздействием штанг. При оценке напряженного состояния вокруг незакрепленной выработки ограничимся решением задачи в плоской постановке. Дополнительное поле напряжений может быть получено [1] на основе известных решений И.Буссинеска и Р.Миндлина о сосредоточенных силах P ,

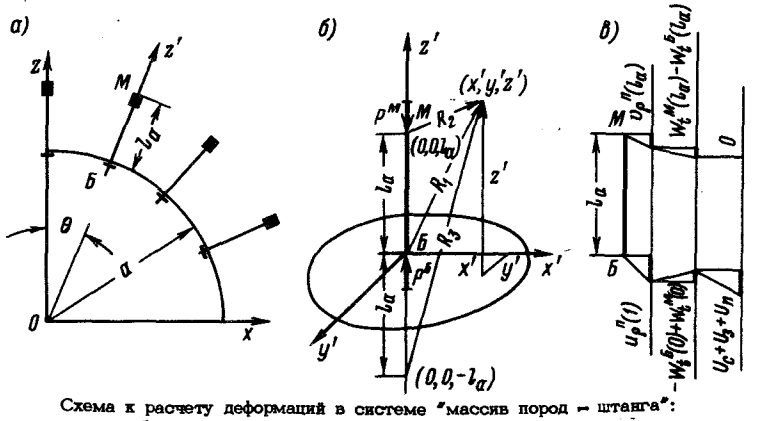


Схема к расчету деформаций в системе "массив пород – штанга":
а – общий вид; б – схема к расчету напряжений и деформаций при натяжении крепежной штанги; в – схема деформаций

[1] Автор выражает благодарность А.Г.Протосене за методическую помощь при работе над статьей и Т.Н.Горшуновой за выполнение вычислений.

приложенных на поверхности и в глубине полупространства, которыми заменяется (рисунок) воздействие на массив замковых штанг [2]. Горные породы с достаточной для практических расчетов точностью описываются моделью линейной теории ползучести [1, 2, 6]. Решение задач теории ползучести в линейной постановке сводится к соответствующим задачам теории упругости с последующей расшифровкой интегральных операторов [5].

Напряженно-деформированное состояние массива пород вокруг горизонтальной выработки радиуса a на глубине H от поверхности характеризуется [2] функциями

$$\varphi(\zeta)=\frac{\gamma H a}{4}(1+\lambda)\zeta+\frac{\gamma H a(1-\lambda)}{2}\frac{1}{\zeta}\ ; \tag{1}$$

$$\psi(\zeta)=\gamma H a\left[-\frac{1-\lambda}{2}\zeta+\frac{1-\lambda}{2}\frac{1}{\zeta^3}-\frac{1+\lambda}{2}\frac{1}{\zeta}\right]\ , \tag{2}$$

где γ – средний объемный вес толщи пород; λ – коэффициент бокового распора; ζ – комплексная переменная.

Компоненты напряжений и перемещений вокруг выработки могут быть найдены по функциям (1) и (2) с помощью предложенных Н.И.Мусхелишвили формул [7]

$$\sigma_\rho+\sigma_\theta=4\,\mathrm{Re}\,\Phi(\zeta)\ ; \tag{3}$$

$$\sigma_\theta-\sigma_\rho+2i\tau_{\rho\theta}=\frac{2\zeta^2}{\rho^2 a}\left[a\bar{\zeta}\Phi'(\zeta)+\psi'(\zeta)\right]\ ; \tag{4}$$

$$v_\rho+i\,v_\theta=\frac{1}{2G}\frac{\bar{\zeta}}{\rho}\left[\chi\varphi(\zeta)+\zeta\bar{\Phi}'(\zeta)-\psi(\zeta)\right]\ , \tag{5}$$

где $\Phi(\zeta)=\frac{\varphi'(\zeta)}{a}$; G – модуль сдвига; $\chi=3-4\mu$; μ – коэффициент Пуассона; σ_θ и σ_ρ – соответственно, окружное и радиальное нормальные напряжения; $\tau_{\rho\theta}$ – касательное напряжение; v_ρ и v_θ – соответственно, радиальное и окружное перемещения.

Ползучесть горных пород сказывается только на напряжениях и перемещениях, вызванных проведением выработки. Характеризующие их функции могут быть найдены из функций (1), (2) вычитанием членов, определяющих напряженное состояние в нетронутом массиве,

$$\varphi^*(\zeta)=\frac{\gamma H a(1-\lambda)}{2}\frac{1}{\zeta}\ ; \tag{6}$$

$$\varphi^*(\zeta) = \frac{\gamma H a (1-\lambda)}{2} \frac{1}{\zeta^3} - \frac{(1+\lambda)\gamma H}{2} \frac{1}{\zeta} \quad . \tag{7}$$

Компоненты перемещений, определяемые только ползучестью породы, в момент времени t получим вычитанием из формулы (5) перемещений в момент времени τ

$$v_\rho^{\text{п}} + i\, v_\theta^{\text{п}} = \frac{1}{2G_\tau} \frac{\overline{\zeta}}{\rho} \left\{ \chi_\tau \left(\frac{G_\tau}{\chi_\tau} \frac{\chi_t}{G_t} - 1 \right) \varphi^*(\zeta) + \right.$$

$$\left. + \left(1 - \frac{G_\tau}{G_t}\right) \left[\zeta\, \overline{\varphi^{*\prime}}(\zeta) + \varphi^*(\zeta) \right] \right\} \quad , \tag{8}$$

где τ – время установки штанги;

$$\chi_t = 3 - 4\mu_t \quad ; \qquad G_t = \frac{E_t}{2(1+\mu_t)} \quad ;$$

$$\chi_t = 1 + 2(1-2\mu) \exp\left[- \omega \delta \Gamma(1-\alpha)\, t^{1-\alpha} \right] \quad ; \tag{9}$$

$$G_t = G \exp\left[- \frac{3\omega\delta\Gamma(1-\alpha)}{2(1+\mu)}\, t^{1-\alpha} \right] \quad ,$$

$\omega = (1-\alpha)^{1-\alpha}$; $\Gamma(1-\alpha)$ – гамма-функция; δ, α – параметры ползучести; E – модуль упругости.

Внеся в выражение (8) функции напряжений (6), (7) и отделяя действительные и мнимые части, получим радиальное перемещение

$$v_\rho^{\text{п}} = \frac{\gamma H a}{2G_\tau \rho} \left\{ \left(\frac{G_\tau \chi_t}{G_t \chi_\tau} - 1 \right) \frac{\chi_\tau (1-\lambda)}{2} \cos 2\theta + \right.$$

$$\left. + \left(1 - \frac{G_\tau}{G_t}\right) \left[\frac{1-\lambda}{2} \left(\frac{1}{\rho^2} - 1 \right) \cos 2\theta - \frac{1+\lambda}{2} \right] \right\} \quad , \tag{10}$$

где θ – угловая координата, отсчитываемая от вертикальной оси.

Перемещение контура выработки получим из выражения (10) при $\rho = 1$

$$v_\rho^{\text{п}} = \frac{\gamma H a}{2G_\tau} \left[\left(\frac{G_\tau \chi_t}{G_t \chi_\tau} - 1 \right) \frac{\chi_\tau (1-\lambda)}{2} \cos 2\theta - \frac{1+\lambda}{2} \left(1 - \frac{G_\tau}{G_t} \right) \right] \quad . \tag{11}$$

Перемещения вдоль оси z' для задач Р.Миндлина и И.Буссинеска с учетом ползучести массива могут быть получены заменой упругих постоянных интегральными операторами

$$W_t^{M} = \frac{P}{l_a G_{t-\tau}} \frac{1}{16\pi(1-\mu_{t-\tau})} \left[\frac{3-4\mu_{t-\tau}}{R_2} + \frac{8(1-4\mu_{t-\tau})^2 - (3-4\mu_{t-\tau})}{R_3} + \right.$$
$$\left. + \frac{(z-1)^2}{R_2^3} + \frac{(3-4\mu_{t-\tau})(z+1)^2 - 2z}{R_3^3} + \frac{6z(z+1)^2}{R_3^5} \right] ; \qquad (12)$$

$$W_t^{B} = \frac{P(1+\mu_{t-\tau})}{2\pi E_{t-\tau}} \frac{1}{z'} \left[\frac{1}{R_1^3} + 2(1-\mu_{t-\tau}) \frac{1}{R_1} \right] , \qquad (13)$$

где P – величина натяжения штанги;

$$E_{t-\tau} = E \exp\left[-\omega \delta \Gamma(1-\alpha)(t-\tau)^{1-\alpha}\right] ;$$

$$\mu_{t-\tau} = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{2} \exp\left[-\omega_1 \delta \Gamma(1-\alpha)(t-\tau)^{1-\alpha}\right] ; \quad G_{t-\tau} = \frac{E_{t-\tau}}{2(1+\mu_{t-\tau})} ;$$

$$z = \frac{z'}{l_a} ; \quad R_2^2 = \frac{(x')^2 + (z'-l_a)^2 + (y')^2}{l_a^2} ; \quad R_3^2 = \frac{(x')^2 + (z'+l_a)^2 + (y')^2}{l_a^2} ;$$

$$R_1^2 = \frac{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}{(z')^2} ;$$

l_a – длина штанги. Система координат $x'y'z'$Б выбрана так (рисунок), что ось z' направлена вдоль оси штанги, а начало координат Б расположено на контуре выработки.

Условие совместности деформаций массива пород и штанги, имеющей натяжение P (рисунок,в), представим в общем случае уравнением вида

$$v_\rho^{П}(1) - v_\rho^{П}(l_a) = W_t^{Б}(0) - W_t^{Б}(l_a) + W_t^{M}(l_a) - W_t^{M}(0) - u_c - u_з - u_п , \qquad (14)$$

где $v_\rho^{П}(1)$; $v_\rho^{П}(l_a)$– радиальное перемещение точек под действием гравитационных сил, соответственно, на контуре незакрепленной выработки и на расстоянии l_a от него (точка закрепления замка); $W_t^{Б}(0)$; $W_t^{Б}(l_a)$ –соответствующие перемещения точек Б и М под действием сосредоточенной силы на контуре выработки (задача Буссинеска); $W_t^{M}(0)$; $W_t^{M}(l_a)$ – соответствующие перемещения точек Б и М под действием сосредоточенной силы в глубине полупространства (задача Миндлина); u_c – удлинение стержня штанги под нагрузкой, в частности, упругое удлинение $u_c' = (P_т - P_0)\frac{l_a}{E_c S}$; E_c – модуль упругости материала стержня; $P_т$ – нагрузка на стержень, соответствующая пределу текучести материала в ослабленном сечении стержня; P_0 – начальное натяжение стержня; S – площадь сечения стержня; $u_з$, $u_п$ – допускаемые штангой перемещения контура выработки, соответственно, вследствие проскальзывания в замке и деформирования поддерживающего элемента.

Перемещения $W_t^{B}(l_a)$ и $W_t^{M}(0)$ по отношению к перемещениям $W_t^{B}(0)$ и $W_t^{M}(l_a)$ малы и в первом приближении их можно отбросить. Это идет в запас прочности, так как увеличивает расчетную разницу в смещениях точек Б и М, а следовательно, расчетное натяжение штанги.

Формулы (12) и (13) дают, соответственно, в точках $M(0,0,l_a)$ и $Б(0,0,0)$ бесконечно большие перемещения $W_t^{M}(l_a)$ и $W_t^{B}(0)$, что не отвечает физической сущности процесса деформирования. Для расчета перемещений вблизи этих точек в первом приближении можно заменить кривую перемещения касательной к ней. Тогда

$$W_t^{M}(l_a) = W_t^{M}(l_a-10) + \frac{dW_t^{M}}{dz'}\left(z' - l_a + 10\right) \tag{15}$$

при $l_a - 10 \leq z' \leq l_a$;

$$W_t^{B}(0) = W_t^{B}(10) + \frac{dW_t^{B}(10)}{dz'}\left(z' - 10\right) \tag{16}$$

при $0 \leq z' \leq 10$,

где $W_t^{M}(l_a-10)$; $\frac{dW_t^{M}}{dz'}(l_a-10)$ – соответственно, перемещение и его производная по z' в точке $(0,0,l_a-10)$; $W_t^{B}(10)$; $\frac{dW_t^{B}}{dz'}(10)$ – соответственно, перемещение и его производная в точке $(0,0,10)$.

Члены правой части уравнений (15) и (16) после подстановки соответствующих величин и преобразований примут вид

$$W_t^{M}(l_a-10) = \frac{P}{l_a G_{t-\tau}} \frac{1}{16\pi(1-\mu_{t-\tau})}\left[\frac{3-4\mu_{t-\tau}}{\frac{10}{l_a}} + \frac{8(1-\mu_{t-\tau})^2}{2-\frac{10}{l_a}} + \right.$$
$$\left. + \frac{l_a}{10} + \frac{4\left(1-\frac{10}{l_a}\right)}{\left(2-\frac{10}{l_a}\right)^3}\right] \quad ; \tag{17}$$

$$\frac{dW_t^{M}(l_a-10)}{dz'} = \frac{P}{(l_a)^2 G_{t-\tau}} \frac{1}{4\pi(1-\mu_{t-\tau})}\left[\frac{1-\mu_{t-\tau}}{\left(\frac{10}{l_a}\right)^2} - \frac{2(1-\mu_{t-\tau})^2}{\left(2-\frac{10}{l_a}\right)^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{\left(2-\frac{10}{l_a}\right)^2} - \frac{3\left(1-\frac{10}{l_a}\right)}{\left(2-\frac{10}{l_a}\right)^4}\right] \quad ; \tag{18}$$

$$W_t^B(10) = \frac{P(1+\mu_{t-\tau})}{20\pi E_{t-\tau}} \left(3 - 2\mu_{t-\tau}\right) ; \qquad (19)$$

$$\frac{d W_t^B(10)}{dz'} = - \frac{P(1+\mu_{t-\tau})}{200\pi E_{t-\tau}} \left(3 - 2\mu_{t-\tau}\right) . \qquad (20)$$

Подставляя в формулу (14) соответствующие выражения (10), (11), (15) – (20) и решая его относительно P, задавшись значениями $u_з$ и $u_п$, свойственными принятой конструкции штанговой крепи, можно определить величину натяжения штанги, вызванного ползучестью пород.

Изложенная выше методика расчета может быть использована и для решения обратной задачи: по известной предельно допустимой величине P, установить расчетную конструктивную податливость элементов крепи $(u_з; u_п)$, при которой будет исключено расслоение пород.

Литература

1. Глушко В.Т., Широков А.З. Механика горных пород и охрана выработок. Киев, "Наукова думка", 1967.

2. Ержанов Ж.С. Теория ползучести горных пород и ее приложения. Алма-Ата, "Наука", 1964.

3. Ержанов Ж.С. и др. Аналитические вопросы механики горных пород. Алма-Ата, "Наука", 1969.

4. Прокопенко В.Б. Расчет величины предварительного натяжения штанг. – В сб.: Штанговая крепь в горной промышленности, вып. 1, М., ГосИНТИ, 1965.

5. Работнов Ю.Н. Равновесие упругой среды с последействием. ППМ, т.XП, вып.1, 1946.

6. Материалы Всесоюзного симпозиума по проблемам реологии горных пород и релаксации в твердых телах. Киев, "Наукова думка", 1969.

7. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М., "Наука", 1966.

8. Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т. 1, Госстройиздат, 1959.