Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института
им.Г.В.Плеханова, т.ХIУ, вып. 1, 1974 г.

ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ ЗОНЫ НЕУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ОКОЛО ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК

А.Г.Протосеня, В.А.Ващилин

Устойчивость горной выработки в основном определяется размерами области неупругих деформаций, образующейся в ее окрестности. Эта область может быть найдена расчетным путем.

До настоящего времени, в силу сложности, решены лишь некоторые задачи, определяющие размеры зон неупругих деформаций одиночных выработок, контуры которых обладают осевой симметрией [1,3,4,5]. При произвольной комбинации внешней нагрузки решения таких задач отсутствуют.

В данной работе предлагается метод приближенной оценки зон неупругих деформаций вблизи выработок различных поперечных сечений при произвольной комбинации внешних усилий. В его основу положено допущение, что контур пластичной зоны вокруг выработки геометрически подобен кривой предельного равновесия или постоянной интенсивности напряжений при незначительном угле внутреннего трения.

Указанное условие для объемного напряженного состояния записывается, соответственно,

$$\left[|t_1| - f(s_1)\right]\left[|t_2| - f(s_2)\right]\left[|t_3| - f(s_3)\right] = 0 \qquad (1)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2, \qquad (2)$$

где

$$s_1 = \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3); \quad s_2 = \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1); \quad s_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2);$$

$$t_1 = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3); \quad t_2 = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1); \quad t_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2);$$

$\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ – главные напряжения; σ_s – предел текучести; $f(s_i)$ – некоторая функция, определяемая из экспериментальных данных.

Компоненты напряжений в уравнениях (1) и (2) взяты из упругого решения.

Принятое допущение используется в математической теории пластичности при экспериментах [6] и приближенных расчетных методах [2].

В механике горных пород наиболее распространена огибающая кругов напряжений в форме прямой линии. При этом уравнение (1) можно преобразовать и представить в виде

$$\left[|t_1| - (s_1 + c\,\mathrm{ctg}\rho)\right]\left[|t_2| - (s_2 + c\,\mathrm{ctg}\rho)\right] \cdot \left[|t_3| - (s_3 + c\,\mathrm{ctg}\rho)\right] = 0 , \tag{3}$$

где c, ρ – соответственно, сцепление и угол внутреннего трения горной породы.

Для плоскости деформации соотношения (3) и (2) имеют выражения

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2 xy = \sin^2\rho\,(\sigma_x + \sigma_y + 2c\,\mathrm{ctg}\rho) ; \tag{4}$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2 xy = \frac{4}{3}\sigma_s^2 , \tag{5}$$

где σ_x, σ_y, τ_{xy} – компоненты напряжений.

Совокупность точек плоскости, в которых выполняется равенство (4) или (5), с точностью до некоторой постоянной K определяет границу упругой и пластичной зон.

Таким образом, для оценки пластичных зон вокруг выработки с точностью до K нужно решить уравнения (4) или (5), в которых компоненты напряжений представляют собой решение соответствующей задачи теории упругости.

Коэффициент K зависит от формы и размеров выработки, а также от величины и направления внешних нагрузок. Нахождение его в виде функции всех указанных выше величин является задачей достаточно сложной. Поэтому в качестве первого приближения можно принять, что K зависит только от величины внешней нагрузки и формы выработки. При этом

$$K = K_1 K_2 , \tag{6}$$

где K_1 ; K_2 – постоянные коэффициенты, выражающие зависимость размеров зоны неупругих деформаций, соответственно, от величины внешней нагрузки и формы выработки.

В аналогичных задачах при приближенных расчетах размеров пластических зон в металлических изделиях ограничиваются зависимостью коэффициента K от величины внешней нагрузки [2].

Значение K можно взять из решения осесимметричной задачи определения деформации бесконечной плоскости с круговым отверстием радиуса

a , сжимаемой усилиями γH на бесконечности [2]. Здесь H – глубина расположения выработки; γ – средний объемный вес горных пород.

При этом радиус пластической зоны для условия пластичности (4), найденный из решения упруго-пластической задачи, имеет вид

$$R_0 = a \sqrt[\alpha]{(1-\sin\rho)\left(\frac{\gamma H}{c\,\mathrm{ctg}\rho}+1\right)} \quad , \tag{7}$$

где $$\alpha = \frac{2\sin\rho}{1-\sin\rho} \quad .$$

Компоненты напряжений вокруг круговой выработки при начальном гидростатическом напряженном состоянии нетронутого массива, как известно, выражаются зависимостями

$$\sigma_r = \gamma H\left(1-\frac{a^2}{R^2}\right); \qquad \sigma_\theta = \gamma H\left(1+\frac{a^2}{R^2}\right), \tag{8}$$

где R – полярный радиус.

При этом радиус зоны пластичности, найденный из условия (4) и выражений (8), приобретает вид

$$R_0 = a \sqrt{\frac{\gamma H}{c\,\mathrm{ctg}\rho + \sin\rho\,\gamma H}} \quad . \tag{9}$$

Радиусы пластической зоны вокруг круговой выработки при условии пластичности (5), найденные аналогично, выражаются, соответственно, следующими зависимостями:

$$R_0 = a\,\exp\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma H\sqrt{3}}{\sigma_s}-1\right)\right] ; \tag{10}$$

$$R_0 = a \sqrt{\frac{\gamma H\sqrt{3}}{\sigma_s}} \quad . \tag{11}$$

Отношение радиусов пластической зоны (7) и (8) или (10) и (11) определяет величину поправочного коэффициента. Значение его всегда не меньше 1 ($K_1 \geqslant 1$).

Расчеты показывают, что с уменьшением угла внутреннего трения величина K_1 возрастает. Для условия пластичности (5) значение поправочного коэффициента увеличивается с уменьшением отношения

$$\frac{\sigma_s}{\gamma H} \quad : \quad \left(\frac{\sigma_s}{\gamma H} \longrightarrow 0\right) .$$

Коэффициент K_2 равен

$$K_2 = \frac{K_4}{K_3} \quad . \tag{12}$$

Постоянные K_3 и K_4 определяются, соответственно, отношением размеров пластических зон вокруг некруговой выработки. При этом K_3 находится из уравнений (4) или (5), а K_4—в результате решения упруго-пластической задачи, после деления полученных значений на радиус зоны неупругой деформации вокруг выработки кругового очертания. В расчете принимается данная глубина заложения выработки и начальное гидростатическое напряженное состояние нетронутого массива. Для вычисления K_2 можно использовать данные В.С.Сажина [5].

Постоянная K_2 характеризует отклонение области неупругих деформаций от эллипса или окружности [1,3], вызываемое формой выработки. Для круговых выработок $K_2 = 1$; при других формах поперечных сечений коэффициент K_2 отличен от единицы и изменяется вдоль контура выработки.

Влияние формы на размеры пластической области незначительно, порядка 2–3%, если наименьший размер этой зоны в 1,5 раза больше наибольшего линейного размера поперечного сечения выработки [5]. В этом случае влиянием формы можно пренебречь и при практических расчетах заменять некруговую форму выработки круговой. Тогда при оценке пластических зон по предложенному методу можно в упругом решении использовать компоненты напряжений вокруг круговой выработки.

В качестве примера найдем размеры зон неупругих деформаций вокруг круговой выработки при следующих исходных данных: $c = 0{,}12\,\gamma H$; $\rho = 19^0 30'$; коэффициент бокового распора $\lambda = 0{,}35$.

Компоненты напряжений вокруг круговой выработки при упругом решении задачи выражаются известными зависимостями

$$\sigma_r = \left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1-\frac{1}{r^2}\right)-\frac{1-\lambda}{2}\left(1-\frac{4}{r^2}+\frac{3}{r^4}\right)\cos 2\theta\right]\gamma H \;;$$

$$\sigma_\theta = \left[\frac{1+\lambda}{2}\left(1+\frac{1}{r^2}\right)+\frac{1-\lambda}{2}\left(1+\frac{3}{r^4}\right)\cos 2\theta\right]\gamma H \;; \tag{13}$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{1-\lambda}{2}\gamma H\left(1+\frac{2}{r^2}-\frac{3}{r^4}\right)\sin 2\theta \;,$$

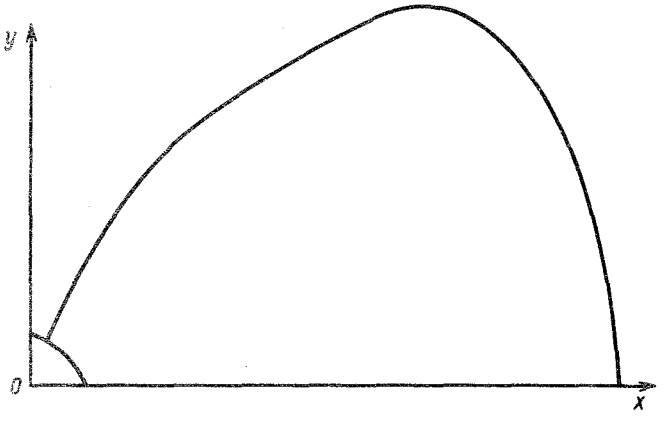
где r – безразмерный полярный радиус; θ – угловая координата.

В кровле выработки на ее контуре напряжение σ_θ равно $0{,}05\,\gamma H$ ($\theta = \frac{\pi}{2}$). Следовательно, зон неупругих деформаций в кровле и подошве не образуется и горный массив деформируется в пределах закона Гука. При этих условиях неупругие деформации будут возникать только в боках выра-

форм . Точного решения этой сложной упруго-пластической задачи до сих пор не известно. Однако с помощью предложенного метода можно приблизительно оценить размеры зон неупругих деформаций.

Радиусы зон неупругих деформаций, вычисленные по формулам (6) и (13), равны, соответственно, $2{,}36\,a$ и $1{,}55\,a$. Тогда $K_1 = \frac{2{,}63}{1{,}55} = 1{,}72$. Коэффициент $K_2 = 1$, так как выработка круговая.

Внеся выражения (13) в соотношение (4) и определив точки, в которых оно выполняется, найдем размеры зон неупругих деформаций вокруг выработки с точностью до K . Умножая полученные размеры на поправочный коэффициент $K = 1{,}72$, определим параметры зон неупругих деформаций.



Очертание и размеры области неупругих деформаций в долях a вблизи горной выработки

Результаты расчета для 1/4 контура выработки графически представлены на рисунке.

Предложенный метод перспективен для оценки зон неупругих деформаций вокруг выработок в зоне влияния очистных работ, где точное решение упруго-пластических задач весьма сложно.

Литература

1. Галин Л.А. Плоская упруго-пластическая задача. Пластические области у круговых отверстий в пластинах и балках. – "Прикладная механика и математика", т. 10, вып. 3, АН СССР, 1946.

2. Даль Ю.М. Об оценке размеров пластических зон в пластине у концов трещины. – "Механика твердого тела". 1970. № 5.

3. Протосеня А.Г. Определение размеров области неупругих деформаций вокруг закрепленной выработки, подверженной воздействию опорного давления. Зап. ЛГИ, т.52, вып. 3, 1972.

4. Руппенейт К.В. Некоторые вопросы механики горных пород. М., Углетехиздат, 1954.

5. Савин В.С. Упруго-пластическое распределение напряжений вокруг горных выработок различного очертания. М., "Наука", 1968.

6. Федоров А.П. Решение упруго-пластических задач методом оптически активных покрытий. – В кн.: Поляризационно-оптический метод исследования напряжений . Изд. ЛГУ, 1966.