Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LXVI, вып. 2, 1974 г.

ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ИНДУКТИВНОЙ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ

И. Г. Клушин, Л. А. Ривош

В рудных районах Карело-Кольского региона широко применяется индуктивная электроразведка. Для нее характерно значительное число модификаций и типов аппаратуры, с помощью которой измеряются величины, определяющие напряженность H переменного магнитного поля [1, 2, 3, 7, 9]. При геологическом объяснении выявленных аномалий, наряду с обычными приемами качественной интерпретации, рассматривают численные решения, полученные для отдельных идеализированных моделей, например, для тонкого пласта — электрического проводника, заключенного в среде с высоким электрическим сопротивлением. Представляет практический интерес эмпирическое определение закономерных связей, типичных для рассматриваемых условий и результатов измерений. Желательно, чтобы такое исследование опиралось на тщательно спланированные эксперименты, объем и программа которых были бы определены с учетом требований современной теории [4, 6, 11]. Однако имеющиеся сейчас фактические данные, характеризующиеся большим объемом и разнообразием, удовлетворяют не всем требованиям полного и корректного анализа по определенной системе. Вместе с тем они достаточны для решения ряда частных задач.

В статье излагаются результаты статистической обработки и дисперсионного анализа материалов опытно-методических и производственных работ, проведенных Западным геофизическим трестом (Г. П. Варгин, 1970; С. В. Шатилов, 1964). Часть работ проведена совместно с Ленинградским горным институтом (В. Х. Захаров). Фактические данные получены на четырех участках с различным геологическим строением (Парандово, Колосйоки, Северное Онки и Аннама). Измерения проведены аппаратурой трех типов:

Аппаратура	Варьируемые параметры	Участки
ЭПП-1М	Разнос *	Парандово, Северное Онки
ЭПП-1М	Частота **	Парандово, Северное Онки, Колосйоки
ДЭМП-1Ф	Частота	Парандово, Северное Онки, Колосйоки
ПЭМК	Частота	Аннама

* Расстояние между генераторной и приемной рамками.
** Частота гармонических колебаний переменного магнитного поля.

Аппаратура ЭПП-1М измеряет величины, характеризующие параметры проекции эллипса поляризации переменного магнитного поля

на вертикальную плоскость. Для анализа использованы графики отношения малой полуоси $H_в$ эллипса поляризации к большой полуоси $H_в$ в нормальном поле: $H_в/H_{в0}$. Аппаратура ДЭМП-1Ф измеряет суммарное значение вертикальной составляющей вектора переменного магнитного поля H_{z_c} и его фазу φ относительно нормального поля. Для анализа использованы графики отношения H_{z_c}/H_{z_0} и графики φ. Аппаратура ПЭМК измеряет величины, характеризующие реальную Re и мнимую Im компоненты вертикальной составляющей вектора переменного магнитного поля. Для анализа использованы графики отношений $\mathrm{Re}\,H_{z_c}/H_{z_0}$ и $\mathrm{Im}\,H_{z_c}/H_{z_0}$. Интенсивность амплитудных аномалий выражена в процентах, фазовых — в градусах.

Основные геолого-геофизические признаки рассматриваемых участков приведены в табл. 1, схематизированные геологические разрезы отдельных рудных зон — на рис. 1.

Таблица 1

Характеристика участков

Геолого-геофизические признаки	Участки			
	Парандово	Колосйоки	Северное Онки	Аннама
Вмещающие породы	Осадочно-эффузивные	Основные эффузивы	Филлитовидные сланцы	Гнейсы, гранито-гнейсы
Рудные минералы	Пирит, пирротин	Пирит, пирротин, халькопирит, пентландит		
Характер оруденения	Сплошное	Прожилково-вкрапленное и вкрапленное		От вкрапленного до сплошного
Характеристика рудных тел:				
форма	Пластовая			
мощность, *м*	От 2—5 до 15—20			
углы падения, *град*	80—85	50—60	50—60	50—60
Преобладающая мощность наносов, *м*	Первые метры			9—10
Удельное электрическое сопротивление, *ом·м*:				
рудных тел	От $n\cdot10^{-1}$ до n			От $n\cdot10^{-2}$ до $n\cdot10^{-1}$
вмещающих пород	$n\cdot10^3$		100—400	От 10^3 до 10^4
наносов	От 200 до 400			

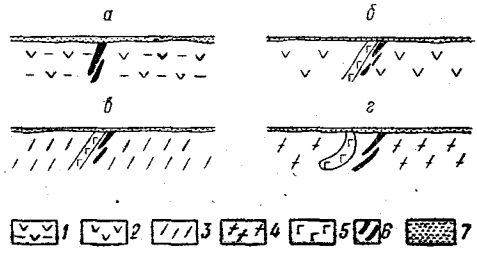


Рис. 1. Схематизированные геологические разрезы рудных зон Парандово (*а*), Колосйоки (*б*), Северное Онки (*в*), Аннама (*г*)

1 — осадочно-эффузивные породы; *2* — основные эффузивы; *3* — филлитовидные сланцы; *4* — гранито-гнейсы; *5* — ультраосновные породы; *6* — рудные тела; *7* — наносы

Для дисперсионного анализа использованы такие параметры аномалий, которые практически не зависят от возможных ошибок в выборе уровня нормального поля. Этими параметрами являются размах R (%) и интервал L ($м$), которые определяются следующим образом:

$$R = \left| \frac{B_1 + B_2}{2} - B_3 \right| \text{ для аномалий } \operatorname{Re} H_{z_c}/H_{z_0},\ \operatorname{Im} H_{z_c}/H_{z_0},\ H_{z_c}/H_{z_0},\ \varphi; \quad (1)$$

$$R = B_1 - B_2 \text{ для аномалий } H_в/H_{a_0}; \quad (2)$$

$$L = |x_2 - x_1|. \quad (3)$$

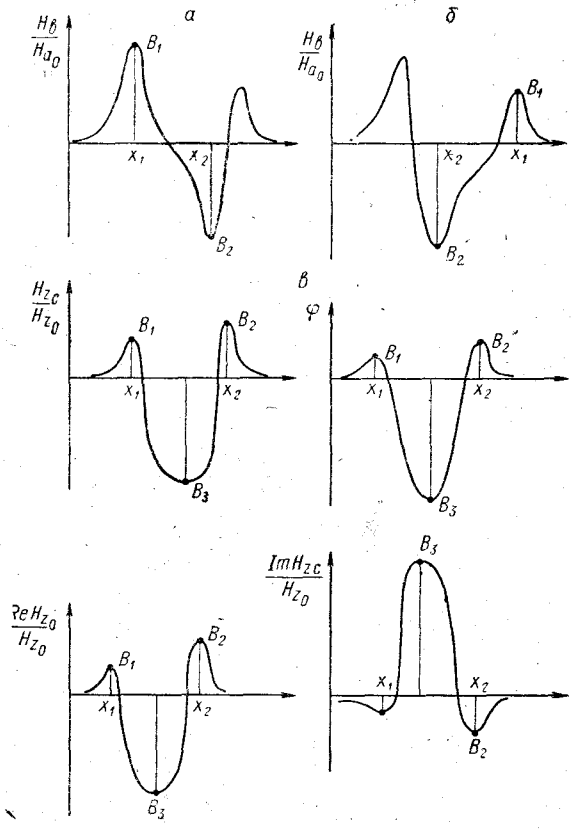


Рис. 2. Пояснения к формулам (1)—(3)
ЭПП-1М: *а* — прямая установка (генератор — приемник), *б*—обратная (приемник — генератор); *в*—ДЭМП-1Ф; *г* — ПЭМК

Величины, стоящие в формулах (1)—(3), пояснены на рис. 2, где показаны типичные графики аномалий.

Особенности применения дисперсионного анализа подробно освещены в специальной литературе [5, 6, 8], поэтому ограничимся изложением основной идеи анализа, условий его применения и примерами расчетов. При проведении эксперимента измеряемая величина является откликом на воздействие ряда факторов. Дисперсионный анализ позволяет оценить степень влияния на измеряемую величину отдельных факторов, а также их взаимодействия. Взаимодействие факторов понимается в том смысле, что изменение отклика при различных уровнях одного фактора неодинаково для всех уровней другого фактора. Факторы могут быть количественными и качественными. Измеряемый от-

клик — это параметры R и L аномалий, количественные факторы — частота колебаний гармонического магнитного поля и расстояние между генератором и приемником (разнос), качественный фактор — различия в геологическом строении. Вариации отклика, не повторяющиеся при многократном повторении эксперимента (в нашем случае — не повторяющиеся на смежных пересечениях аномальных зон), обусловлены местными изменениями геологического строения, электрической неоднородностью горных пород и руд, а также ошибками измерений.

Для проведения дисперсионного анализа считают необходимым выполнение двух условий: совокупность откликов должна быть выборкой из нормального распределения, случайные изменения откликов при фиксированных уровнях факторов должны характеризоваться одинаковыми дисперсиями. Выполнение первого условия проверено по χ^2-критерию для участка Парандово (измерения с аппаратурой ЭПП-1М на частоте 1250 *гц* при разносах от 20 до 120 *м*); второго условия — при помощи F-распределения Снедекора [5] для участка Аннама (измерения с аппаратурой ПЭМК на частотах 375 и 3375 *гц*). В обоих случаях полученные эмпирические значения оказались существенно меньше критических значений. Следовательно, для применения дисперсионного анализа имеются надлежащие условия. Конкретные данные индуктивной электроразведки на участках Парандово, Колосйоки, Северное Онки и Аннама таковы, что максимальное число факторов, которые могут быть учтены при анализе, не превышает двух. Большинство данных пригодно для схемы расчетов, учитывающей влияние одного фактора. Схемы расчетов поясним на примерах.

Пример 1. Дисперсионный анализ в случае одного фактора. Участок Колосйоки, аппаратура ЭПП-1М, измеряемый параметр — размах аномалий. Количественный фактор (частота гармонического магнитного поля) задан на трех уровнях. Последующие значения частоты превышают предыдущие в четыре раза, в логарифмическом масштабе интервалы между уровнями постоянны. Каждому из трех значений частоты ($j=1, 2, 3$) соответствуют три отсчета R_{jk} ($k=1, 2, 3$):

f, *гц*	R_{jk}			n	ΣR_{jk}
78	6	12	9	3	27
312	25	14	17	3	56
1250	28	15	28	3	71
				$N=9$	$\Sigma\Sigma R_{jk}=154$

Вычисляем суммы квадратов: общую $SS_{общ}$ и связанную с изменением частоты колебаний SS_f:

$$SS_{общ} = \sum_j \sum_k R_{jk}^2 - \frac{1}{N}\left(\sum_j \sum_k R_{jk}\right)^2, \tag{4}$$

$$SS_f = \frac{1}{3}\sum_j \left(\sum_k R_{jk}\right)^2 - \frac{1}{N}\left(\sum_j \sum_k R_{jk}\right)^2. \tag{5}$$

Получаем: $SS_{общ}=529$; $SS_f=334$. Затем вычисляем средний квадрат и F-отношение (табл. 2).

Таблица 2

Результаты однофакторного дисперсионного анализа

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	F	F (2; 6)	F (1; 6)
Частота магнитного поля . .	3 — 1 = 2	$SS_f = 334$	167	5,2	$F_{0,9} = 3,46$	$F_{0,9} = 3,78$
	1	$SS_{f\text{лин}} = 323$	323	10,1	$F_{0,95} = 5,14$	$F_{0,95} = 5,99$
	1	$SS_{f\text{кв}} = 11$	11	0,4	$F_{0,99} = 10,90$	$F_{0,99} = 13,70$
Местные вариации геологии плюс ошибки измерений . .	2×3 = 6	$SS_{\text{ош}} = 195$	32			
Сумма . . .	9 — 1 = 8	$SS_{\text{общ}} = 529$				

Индексы 0,9; 0,95 и 0,99 означают вероятность того, что вывод о зависимости размаха аномалий от частоты сделан правильно. Значимость различий определяется путем сравнения эмпирического и теоретического значений F-отношения. Эмпирически найденное F-отношение высокозначимо: $F = 5,2 > F_{0,95} = 5,14$. Поэтому целесообразно выделить из суммы квадратов компоненты, связанные с линейным и квадратическим изменением:

$$SS_f = SS_{f\text{лин}} + SS_{f\text{кв}}. \qquad (6)$$

Обращаемся к таблице коэффициентов ортогональных полиномов [6] и применяем коэффициенты C_j к суммам $\sum_k R_{jk}$.

Полином	C_j			$\sum_{j=1}^{3} C_j^2$
Линейный	—1	0	+1	2
Квадратный	+1	—2	+1	6

Отношение $[\sum_j C_j (\sum_k R_{jk})]^2 / n \sum_j C_j^2$ показывает долю линейных и квадратичных компонент в сумме SS_f. Получаем:

$$-27+0+71=44; \qquad SS_{f\text{лин}} = 44^2 : 3\times 2 = 323;$$
$$+27-112+71=14; \qquad SS_{f\text{кв}} = (-14)^2 : 3\times 6 = 11.$$

Как видно, 97% величины SS_f приходится на линейную компоненту.

Итак, на участке Колосйоки размах аномалий, выявленных аппаратурой ЭПП-1М, линейно зависит от логарифма частоты в диапазоне от 78 до 1250 *гц*: $F_{\text{лин}} = 10,1 > F_{0,95} = 5,99$. Нелинейные изменения амплитуды (размаха) аномалий несущественны: $F_{\text{кв}} = 0,4 < 1$.

Пример 2. Дисперсионный анализ в случае двух факторов. Участок Северное Онки, аппаратура ЭПП-1М, измеряемый параметр — размах между левым максимумом и минимумом аномалий, количественные факторы — частота поля f на двух уровнях (312 и 1250 *гц*) и разнос p на четырех уровнях (20, 40, 60, 80 *м*). Исходные данные для анализа приведены ниже:

	Разносы p, *м*				
Частота f, *гц*	20	40	60	80	$\sum R_{jk}$
312	4	15	28	32	79
1250	12	18	16	43	89
$\sum R_{jk}$	16	33	44	75	$\sum\sum = 168$

В результате вычислений получаем следующие значения: $SS_{общ}=1093$; $SS_f=12$; $SS_p=925$; $SS_{f\times p}=156$ ($SS_{f\times p}$ — сумма квадратов, связанная с взаимодействием частоты и разносов, а также со случайными вариациями измеряемого параметра). Влияние разносов оказалось очень существенным. Поскольку фактор p задан на четырех уровнях, целесообразно, как и в предыдущем примере, выделить с помощью ортогональных полиномов из суммы SS_p компоненту $SS_{p\,лин}$, обусловленную линейным эффектом разносов, и остаточную компоненту $SS_{p\,ост}$, включающую квадратический и кубический эффекты. Применяя коэффициенты C_j для выделения линейного эффекта, находим $SS_{p\,лин}=884$, что составляет 96% величины SS_p. На долю нелинейных (остаточных) эффектов приходится лишь 4%.

Таблица 3

Результаты двухфакторного дисперсионного анализа

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	F	F (3; 3)	F (1; 3)
Частота f . . .	2—1=1	$SS_f=12$	12	0,2	$F_{0,75}=2{,}36$ $F_{0,9}=5{,}39$	$F_{0,9}=5{,}54$ $F_{0,95}=10{,}10$
Разнос p . . .	4—1=3	$SS_p=925$	308	5,9	$F_{0,95}=9{,}28$	$F_{0,975}=17{,}40$
	1	$SS_{p\,лин}=884$	884	16,9		
	2	$SS_{p\,ост}=41$	21	0,4		
($f\times p$) — взаимодействие и ошибки измерений	1×3=3	$SS_{ош}=156$	52			
Сумма	8—1=7	$SS_{общ}=1093$				

Табл. 3 показывает, что при изменении частоты и разносов в четыре раза размах аномалий линейно зависит от разносов: $F_{лин}=16{,}9>F_{0,95}(1;3)=10{,}1$. Нелинейными изменениями и эффектом частоты в этих условиях можно пренебречь: $F_f=0{,}2<1$ и $F_{p\,ост}=0{,}4<1$.

Влияние частоты на величину аномалий, измеренных различными типами приборов, было исследовано при помощи однофакторного дисперсионного анализа по всем четырем участкам. Результаты анализа сведены в табл. 4, где указаны эмпирические значения F-отношения в сравнении с ближайшими к ним критическими значениями при соответствующих уровнях вероятности.

Рассмотрение этой таблицы показывает, что величина аномалий ЭПП, ДЭМП и ПЭМК обнаруживает для большинства участков вполне надежную зависимость (с вероятностью не менее 0,9) от частоты первичного электромагнитного поля. Зависимость имеет, как правило, четкий линейный характер (на долю нелинейных эффектов приходится не более 5% общей суммы квадратов SS_f). Единственным исключением является участок Северное Онки, где при измерениях с аппаратурой ЭПП установлена сильная квадратическая зависимость величины размаха аномалий от частоты. Объясняется это, вероятно, значительным влиянием на результаты измерений вмещающей среды, которая на этом участке, в отличие от трех других, представлена низкоомными филлитовидными сланцами. Очевидно, по этой же причине величина амплитудных и фазовых аномалий ДЭМП на участке Северное Онки не имеет ярко выраженной зависимости от частоты.

Таблица 4

Оценка зависимости аномалий от частоты

Исследуемый параметр	Уровни фактора f, гц	Участки			
		Парандово	Колосйоки	Северное Онки	Аннама
$R(H_в/H_{a_0})$	312, 1250, 5000	$F=2{,}6 > F_{0{,}75}=1{,}5$ $F_{лин}=5{,}1 > F_{0{,}95}=4{,}41$		$F=9{,}3 > F_{0{,}9}=5{,}46$ $F_{лин}=2{,}0 \approx F_{0{,}75}=2{,}02$ $F_{кв}=16{,}7 > F_{0{,}95}=10{,}1$	
	76, 312, 1250		$F=5{,}2 > F_{0{,}95}=5{,}14$ $F_{лин}=10{,}1 > F_{0{,}95}=5{,}99$		
$R(H_{z_c}/H_{z_0})$	125, 500, 2000, 8000	$F=7{,}05 > F_{0{,}999}=6{,}73$	$F=14 > F_{0{,}995}=10{,}9$	$F=2{,}06 < F_{0{,}75}=2{,}36$	
$R(\varphi)$	125, 500, 2000, 8000	$F=13{,}5 > F_{0{,}9995}=10{,}2$	$F=1{,}55 < F_{0{,}75}=1{,}72$	$F=2{,}24 < F_{0{,}75}=8{,}2$	
$R(\mathrm{Re}\, H_{z_c}/H_{z_0})$	375, 1125, 3375				$F=5{,}25 > F_{0{,}99}=5{,}2$ $F_{лин}=10{,}3 > F_{0{,}995}=8{,}87$
$R(\mathrm{Im}\, H_{z_c}/H_{z_0})$	375, 1125, 3375				$F=1{,}5 > F_{0{,}75}=1{,}44$ $F_{лин}=3{,}0 > F_{0{,}9}=2{,}85$

Результаты исследования влияния разноса установки на величину размаха и интервала аномалий ЭПП по участкам Парандово и Северное Онки приведены в табл. 5.

Таблица 5

Оценка зависимости аномалий от разносов

Исследуемый параметр	Уровни фактора p, м	Участки	
		Парандово	Северное Онки
$R(H_в/H_{a_0})$	20, 40, 60, 80	$F=10{,}4 > F_{0{,}9995}=7{,}39$	$F_{лин}=16{,}9 > F_{0{,}95}=10{,}1$
$L(H_в/H_{a_0})$	20, 40, 60, 80	$F=139 > F_{0{,}9995}=7{,}39$	$F_{лин}=9{,}97 > F_{0{,}95}=7{,}71$

Как видим, имеется весьма сильная линейная зависимость (с вероятностью более 0,95) между параметрами R, L и расстоянием генераторная — приемная рамки. Зависимость между интервалом и частотой не была выявлена ни в одном случае (на всех участках при любом типе аппаратуры величина F-отношения оказалась меньше единицы). Это свидетельствует о том, что во всех рассмотренных примерах мы имеем дело с маломощными (применительно к условиям индуктивной электроразведки) пластами, так как именно для таких объектов ширина аномалии определяется лишь разносом установки и не зависит от других факторов.

Наряду с дисперсионным анализом результатов, полученных по отдельным участкам, оказалось возможным совместно проанализировать данные по участкам Парандово, Колосйоки и Северное Онки. При этом различия в геологическом строении учитывались как качественный фактор, установленный на трех уровнях (так как в анализ включено три участка). При проведении анализа по такой схеме наибольший интерес представляет выявление значимых взаимодействий между факторами «геология» и «частота». Существование такой зависимости указывает на то, что при измерении исследуемого параметра данным типом аппаратуры можно провести геологическую классификацию выявленных аномалий путем наблюдений на разных частотах. В табл. 6

Таблица 6

Дисперсионный анализ аномалий $H_в/H_{a_0}$

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	F	$F_{0{,}99}(4;\ 9)$
Геология $Г$	2	1130	565	99	—
Частота f	2	350	175	31	—
$f \times Г$ — взаимодействие .	4	436	109	19,1	6,42
Ошибка	9	51	5,7		

приведены результаты такого анализа для размаха аномалий $H_в/H_{a_0}$, выявленных аппаратурой ЭПП при разносе 60 м.

Взаимодействие $f \times Г$ является высокозначимым: $F_{f \times Г}=19{,}1 > F_{0{,}99}=6{,}42$.

В табл. 7 и 8 приводятся результаты аналогичного анализа соответственно для размаха аномалий H_{z_c}/H_{z_0} и аномалий φ, выявленных аппаратурой ДЭМП при разносе 60 *м*.

Таблица 7

Дисперсионный анализ аномалий H_{z_c}/H_{z_0}

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	F	$F_{0,75}(6;\ 43)$
Геология Γ	2	3970	1985	8,7	—
Частота f	3	11 765	3922	17,3	—
$f\times\Gamma$ — взаимодействие .	6	1976	329	1,45	1,37
Ошибка	43	9789	228		

Таблица 8

Дисперсионный анализ аномалий φ

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	F	$F_{0,995}(6;\ 25)$
Геология Γ	2	429	215	17	—
Частота f	3	337	112	8,9	—
$f\times\Gamma$ — взаимодействие .	6	392	65	5,2	4,2
Ошибка	25	314	13		

Для аномалий H_{z_c}/H_{z_0} взаимодействие $f\times\Gamma$ значимо лишь с вероятностью 0,75: $F_{f\times\Gamma}=1{,}45>F_{0,75}=1{,}37$. Столь невысокий уровень доверия свидетельствует о том, что рудные зоны участков Парандово, Колосйоки и Северное Онки почти не разделяются при многочастотных измерениях параметра H_{z_c}/H_{z_0}. Можно говорить лишь о слабой тенденции к такому разделению. Для аномалии φ взаимодействие $f\times\Gamma$ является высокозначимым: $F_{f\times\Gamma}=5{,}2>F_{0,995}=4{,}2$.

Таким образом, по аномалиям ЭПП и фазовым аномалиям ДЭМП, изученным на разных частотах, возможно наиболее надежное выявление различий в геологическом строении.

Выводы

Статистический дисперсионный анализ данных индуктивной электроразведки показал, что по силе связи рассмотренные соотношения подразделяются на две полярные группы. Большинство зависимостей проявляется вполне надежно (с уровнем вероятности $\geqslant 0{,}9$) и имеет простой линейный характер. Такова зависимость амплитуды аномалий от логарифма частоты и величины разносов, зависимость ширины аномалий от разносов и т. п. В меньшем числе случаев анализ установил либо наличие нелинейных компонент, либо отсутствие значимой связи (например, между шириной аномалии и частотой поля).

Особенность изменения аномалий при изменении частоты рассматривается в индуктивной электроразведке как один из важных признаков для классификации и интерпретации материалов. В результате

анализа установлено, что изменение частотной зависимости с изменением геологических условий наиболее надежно проявляется для аномалий $H_в/H_{а_0}$, выявленных аппаратурой ЭПП-1М, и аномалий φ, выявленных аппаратурой ДЭМП-1Ф. Поскольку зависимость амплитуды аномалий от логарифма частоты имеет, как правило, линейный характер и поэтому определяется лишь двумя параметрами, степень различия или сходства аномальных зон по типичной зависимости от частоты может быть оценена на основе сопоставления двухкомпонентных векторов. Значимость различий таких векторов целесообразно оценивать по критерию Хотеллинга.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В. Х. Дипольное индуктивное профилирование с амплитудно-фазовыми измерениями при поисках и разведке сульфидных руд. Л., «Недра», 1967.
2. Качанов П. Д. Сравнение способов измерения при дипольном индуктивном профилировании. Зап. ЛГИ, 1971, т. 61, вып. 2.
3. Методы рудной геофизики. Л., «Недра», 1968 (ВИРГ).
4. Новые идеи в планировании эксперимента. Под ред. В. В. Налимова. М., «Наука», 1969.
5. Уилкс С. Математическая статистика. М., «Наука», 1967.
6. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. М., «Мир», 1967.
7. Светов Б. С. и др. Электромагнитные методы разведки в рудной геофизике. М., «Недра», 1966.
8. Dixon W. J., Massey F. J. Introduction to statistical analysis. N. Y., 1951.
9. Keller G. V., Krischknecht F. C. Electrical methods in Geophysical prospecting. N. Y., 1966.
10. Kempthorne O. The gesign and analysis of experiments. N. Y. Wiley, 1952.
11. Kitagawa T., Mitome M. Tables for design of factorial experiments. Tokyo, Baifukan, 1953.