Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LXVII, вып. 2, 1974 г.

ДИНАМИЧЕСКАЯ СИММЕТРИЯ В КРИСТАЛЛОГРАФИИ, МИНЕРАЛОГИИ, ПЕТРОГРАФИИ И ОРГАНИЧЕСКОМ МИРЕ

Доктор геол.-мин. наук И. И. ШАФРАНОВСКИЙ
(Ленинградский горный ин-т)

Общее учение о симметрии во многом обязано своим развитием кристаллографам и минералогам, работавшим в стенах Ленинградского горного института. Прежде всего надо вспомнить о достижениях гениального ученого Е. С. Федорова (1853—1919). Всемирное признание получил его вывод 230 пространственных групп бесконечной кристаллографической симметрии, отвечающих геометрическим законам распределения атомов, ионов, молекул в кристаллических структурах [16]. Этот вывод является и сейчас незыблемым фундаментом современного кристаллоструктурного анализа. В монографии «Начала учения о фигурах» [15], изданной в 1885 г., Е. С. Федоров дал исчерпывающий вывод точечных групп симметрии всех без исключения конечных фигур, в число которых в виде частных случаев входят 32 кристаллографических вида симметрии. В 1884 г. П. Кюри опубликовал свой вывод этих же групп. Работа Е. С. Федорова, сданная в печать еще ранее, запоздала из-за издательской волокиты.

Этим не исчерпываются достижения Е. С. Федорова в области учения о симметрии. Многочисленные плодотворные идеи в его трудах до сих пор наталкивают на развитие новых направлений по данной тематике. Особого внимания заслуживают его структурная классификация кристаллов, основанная на однородных деформациях (сдвигах и растяжениях) четырех идеальных решеток (трех кубических и одной гексагональной), а также сформулированные им законы кристаллографических пределов, эллипсоида сингонии и др.

Ученик и последователь Е. С. Федорова проф. А. К. Болдырев (1883—1946), будучи еще студентом, выступил в 1908 г. с капитальной теоретической работой «Основы геометрического учения о симметрии» [1]. В ней содержится полный вывод элементов симметрии, осуществленный с помощью зеркальных плоскостей (максимум таких плоскостей — четыре, в частных случаях — три, две, одна). Всеобщим признанием пользуется предложенная им номенклатура видов симметрии и простых кристаллографических форм.

Ближайший помощник и соратник А. К. Болдырева проф. В. В. Доливо-Добровольский (1904—1936) также в студенческие годы вывел простые формы додекаэдро-икосаэдрической (некристаллографической) системы [4]. Впоследствии им были разработаны оригинальная номенклатура и систематика федоровских пространственных групп.

Среди учеников и продолжателей А. К. Болдырева особое место принадлежит проф. В. И. Михееву (1912—1956). В его теоретических работах нашло свое дальнейшее развитие федоровское учение о симметрии и псевдосимметрии. Изданная в 1961 г. посмертно его монография «Гомология кристаллов» [7] открыла новое направление в учении о симметрии, широко раздвинув ее классические рамки. Помимо обычных элементов симметрии В. И. Михеев выделил особые элементы гомологичности. Плоскость гомологичности представляет собой плоскость косого отражения, а ось гомологичности отвечает прямой, с помощью которой производится косой круговой или эллипсоидальный поворот. Таким образом, элементы симметрии представляют собой лишь частные случаи элементов гомологичности, а сама симметрия является частным случаем гомологии.

Идеи В. И. Михеева должны быть всемерно использованы при дальнейшем развитии обобщенной теории симметрийной динамики.

С этими идеями тесно соприкасается и учение о криволинейной симметрии акад. Д. В. Наливкина. Плоскости симметрии у него заменены изогнутыми поверхностями, а прямолинейные оси симметрии переходят в криволинейные [9, 10]. Открытые на палеонтологических объектах и наглядно характеризующие степень их эволюции, эти новые элементы расширенной (неклассической симметрии) имеют широкое распространение и в кристаллографии и в геологии.

Вслед за В. И. Вернадским и А. В. Шубниковым автор статьи неоднократно возвращался к вопросу о проявлении в природе универсального принципа П. Кюри [5] и тесно связанной с ним собственно динамической симметрии [19, 20]. Принцип Кюри (1894), который не был достаточно четко и ясно сформулирован самим ученым, сравнительно недавно, после долгого забвения, снова обратил на себя усиленное внимание и подвергся многочисленным толкованиям, уточнениям и попыткам дальнейшего расширения. Для большей ясности и строгости изложения М. Патерсон и Л. Вейсс [28] предложили выделить в нем три следующих основных пункта: 1) значение диссимметрии[1]; 2) правило наложения элементов симметрии (сохраняются только те элементы, которые являются общими для двух сосуществующих систем); 3) сохранение элементов симметрии «причины» в симметрии «следствия».

Эти пункты требуют некоторых добавлений и пояснений.

Как видим, заключенные в этих пунктах понятия носят сугубо динамический характер и в общем касаются переходов одних видов симметрии в другие, что обусловлено взаимодействием двух сосуществующих систем (среды и формирующегося в ней объекта) с их исходными симметриями. Подчеркнем также, что до сих пор шла речь исключительно об элементах классической симметрии.

Говоря о диссимметрии, мы имеем в виду отсутствие некоторых элементов симметрии. Само собой разумеется, что в каждом конкретном случае следует отметить, о каких именно отсутствующих элементах идет речь. В подавляющем большинстве случаев здесь подразумеваются исчезнувшие элементы симметрии, имевшие место в исходной полной симметрии взаимодействующих систем. Подходя к этому вопросу с общетеоретических и чисто геометрических позиций, в качестве исходных видов симметрии логично рассматривать так называемые «предельные» группы симметрии с осями бесконечного порядка. Поэтому П. Кюри [5]

[1] Диссимметрия — расстройство симметрии, выражающееся в отсутствии некоторых элементов симметрии. По словам П. Кюри, «Диссимметрия творит явления!» [5, стр. 101].

и А. В. Шубников [24—26] придают особо важное значение семи предельным видам конечной симметрии (предельным точечным группам), содержащим оси симметрии бесконечного порядка. В таблице приведена их симметрийная характеристика (в символах Браве и Германа-Могэна) с поясняющими примерами для семи упомянутых групп.

Предельные виды конечной симметрии

Номер вида	Символы		Поясняющие примеры
	по Браве	по Герману—Могэну	
1	L_∞	∞	Вращающийся конус
2	$L_\infty \ \infty L_2$	$\infty 2$	Скрученный цилиндр
3	$L_\infty \ \infty P$	∞m	Конус
4	$L_\infty \ \Pi C$	∞/m	Вращающийся цилиндр
5	$L_\infty \ \infty L_2$ $\infty P \Pi C$	∞/mm	Цилиндр
6	∞L_∞	∞/∞	Шар, заполненный оптически-активной жидкостью
7	$\infty L_\infty \ \infty PC$	$\infty/\infty m$	Шар

Изложенное выше касалось общетеоретического подхода. В каждом реальном и конкретном случае необходимо исходить из полной симметрии взаимодействующих реальных и конкретных систем. Этим не исчерпываются оговорки, касающиеся диссимметрии Кюри.

Касаясь второго пункта принципа симметрии, надо внести некоторые дополнения. По сути дела, второй пункт сводится к следующему положению, хорошо известному естествоиспытателям и в первую очередь минералогам: изучение реальных природных тел требует углубленного знакомства с той средой, в которой они образовывались. Нельзя изучать природное тело в отрыве от породившей его среды. В упрощенном виде второй пункт можно сформулировать следующим образом: симметрия порождающей среды как бы накладывается на симметрию тела, образующегося в этой среде. Получившаяся в результате форма тела сохраняет те элементы своей собственной (внутреннеструктурной) симметрии, которые совпадают с наложенными на него элементами симметрии среды. Все сказанное всецело относится и к кристаллу, формирующемуся в минералообразующей среде. При этом следует учитывать, что внутри кристаллического тела, точнее в его структуре, сохраняется собственная его симметрия — симметрия кристаллической структуры. Окружающая его кристаллообразующая среда характеризуется своей симметрией. Поверхностное же ограничение кристалла, отделяющее внутреннее кристаллическое тело от внешней среды, носит компромиссный характер, так как его симметрия является результатом наложения двух симметрий: самого кристалла и образующей среды. Не следует, однако, забывать, что при росте кристалла внешнее его ограничение, покрываясь новыми слоями, уходит внутрь, обусловливая особенности внутреннего сложения кристаллического тела.

Рассмотрим в качестве простейшей иллюстрации поведение кристалла в форме идеального кубика с симметрией $3L_4 4L_3 6L_2 9PC (m3m)$ в питающей среде с симметрией $3L_2 3PC (mmm)$. Пусть при этом $3L_4$ кристалла совпадают с $3L_2$ среды. При таких условиях кубическая фор-

ма кристалла с течением времени превратится в «кирпичик» с симметрией *mmm*. В результате этого перехода во внешнем огранении исчезнут элементы первоначального кубика $4L_3$, $6L_2$, $6P$, а $3L_4$ превратятся в $3L_2$. Вместе с тем искаженная форма кристалла обладает скрытыми возможностями при подходящих условиях снова вернуть свою исходную форму, а также и исчезнувшие элементы симметрии, так как они заложены внутри самой структуры кристалла. Исчезающие и появляющиеся в соответствующих средах элементы симметрии кристалла, характеризующие его диссимметрию, а тем самым и динамику его поведения, уместно назвать элементами собственно динамической симметрии (при данных конкретных условиях роста кристалла).

Ознакомимся с их поведением во время переходов от идеальной кубической формы к форме «кирпичика» и обратно. При этом учтем их совпадение в правильно ограненном кубе с элементами внутреннего сложения из пирамид нарастания граней {100}, поверхностей нарастания ребер |100| и линий нарастания вершин :111:. Оси $4L_3$ совпадают с телесными диагоналями куба |111| и выходят на поверхность в восьми его вершинах. В то же время эти направления являются стыками (ребрами) трех внутренних пирамид роста граней <100> и представляют собой направления роста вершин :111:. Плоскости $6P$ совмещены с диагональными плоскостями {110} и заканчиваются на поверхности ребрами куба |100|. С этими же плоскостями совпадают внутренние стенки (грани) пирамид роста, являющиеся формами роста ребер |100|. Оси $6L_2$ лежат все в тех же плоскостях {110} и, следовательно, совпадают со стенками пирамид роста в линиях их пересечений с тремя стабильными плоскостями симметрии {100}. В правильно образованном кубическом кристалле все эти элементы являются прямолинейными и плоскостными. При переходе куба в «кирпичик» только три его плоскости симметрии {100} остаются плоскими, а $3L_4$, превратившись в $3L_2$, сохраняют прямолинейность.

В отличие от них формы нарастания вершин :111: превращаются в ломаные или кривые линии, а плоскости нарастания ребер {100} переходят в ступенчатые или криволинейные поверхности. При этом совпадающие с ними оси и плоскости динамической симметрии ($4L_3$, $6L_2$, $6P$) превращаются в криволинейные или изломанные линии и поверхности. У Г. Г. Леммлейна [6] приведены зарисовки границ пирамид нарастания граней. Они показывают, что искривленные (изломанные) оси и плоскости близки к элементам криволинейной симметрии Д. В. Наливкина. Судя по имеющимся данным, элементы динамической симметрии при формировании ложных (искаженных) форм кристаллов отнюдь не исчезают бесследно, а сохраняются, превращаясь в элементы криволинейной (или ломаной) симметрии.

Можно привести и другие весьма характерные примеры, показывающие трансформацию элементов классической симметрии в элементы гомологии, симметрии подобия, криволинейной симметрии.

Рассматриваемая с таких позиций диссимметрия означает не исчезновение классических элементов симметрии, а переход их в элементы криволинейной симметрии, симметрии подобия и гомологичности.

Резюмируя, можно высказать положение о «сохраняемости элементов симметрии» в расширенном понятии, т. е. с учетом переходов классической симметрии в гомологию, криволинейную симметрию и симметрию подобия. При этом особенно важно проследить поведение элементов динамической симметрии с их трансформациями.

Учитывая сугубо динамический характер универсального принципа симметрии Кюри, уместно выделить специальную ветвь в учении о природной симметрии, а именно раздел *собственно динамической симметрии*, которая должна характеризовать переходы природных тел и сред от одной симметрии к другой, включая как переходы от одного вида классической симметрии к другому виду классической же симметрии, так и переходы от классической симметрии к неклассической (расширенной), и наоборот. Переходы эти вызываются прежде всего различием симметрии формирующегося тела и формирующей его среды.

Динамическая симметрия требует хорошо разработанной геометрической методики, которая позволяла бы предсказывать на основе исходной симметрии тела, какие именно конечные симметрийные результаты следует для него ожидать. Для элементов классической симметрии такая задача должна опираться на последовательность соподчинения соответственных групп симметрии. Рассмотрим этот вопрос для динамической симметрии, различающейся в кристаллографии, минералогии и петрографии.

Симметрия природных и искусственных кристаллов укладывается, как известно, в рамках 32 видов симметрии. Следовательно, исходной симметрией для форм какого-либо конкретного минерала является в общем случае его собственная идеальная симметрия, совпадающая с тем или иным из 32 видов (так, например, для пирита это будет $3L_24L_33PC$—$m\bar{3}$, для берилла $L_66L_26P\Pi C$—$6/mmm$, для топаза $3L_23PC$—mmm и т. д.). В зависимости от симметрии питающей среды формы кристаллов искажаются, образуя, за редким исключением, видимые (ложные) формы с более низкой симметрией. Напомним приведенный выше пример, где кристаллический кубик ($m3m$) приобретает форму «кирпичика» (mmm). Переходы идеально развитых форм в искаженные и обратно, с соответственными понижениями и повышениями симметрии, представляют прекрасные примеры динамической симметрии. Вывод всех ложных простых форм для каждого вида симметрии производится элементарно просто с помощью известной схемы соподчинения 32 видов симметрии, изображенной на рис. 1 [27]. Сущность вывода состоит в том, что во всех подчиненных видах симметрии следует выявить те простые формы, которые получаются из данной формы исходного вида при соответственном понижении симметрии. Результаты такого вида были опубликованы в специальной статье [23].

Ниже в качестве примера приведен результат вывода ложных простых форм для дитетрагональной дипирамиды:

$L_44L_24P\Pi C$ — $4/mmm$	— дитетрагональная дипирамида
L_44L_2 — 422	— 2 тетрагональных трапецоэдра
L_44P — $4mm$	— 2 дитетрагональные пирамиды
$L_4\Pi C$ — $4/m$	— 2 тетрагональные дипирамиды
Li_42L_22P — $\bar{4}2m$	— 2 тетрагональных скаленоэдра
L_4 — 4	— 4 тетрагональные пирамиды
Li_4 — $\bar{4}$	— 4 тетрагональных тетраэдра
$3L_23PC$ — mmm	— 2 ромбические дипирамиды
$3L_2$ — 222	— 4 ромбических тетраэдра
L_22P — $2mm$	— 4 ромбические пирамиды
L_2PC — $2/m$	— 4 ромбические призмы
L_2 — 2	— 8 диэдров
P — m	— 8 диэдров
C — $\bar{1}$	— 8 пинакоидов
— 1	— 16 моноэдров

Как видим, при решении вопроса о простых ложных формах, этой важной и характерной задачи в области динамической симметрии в ми-

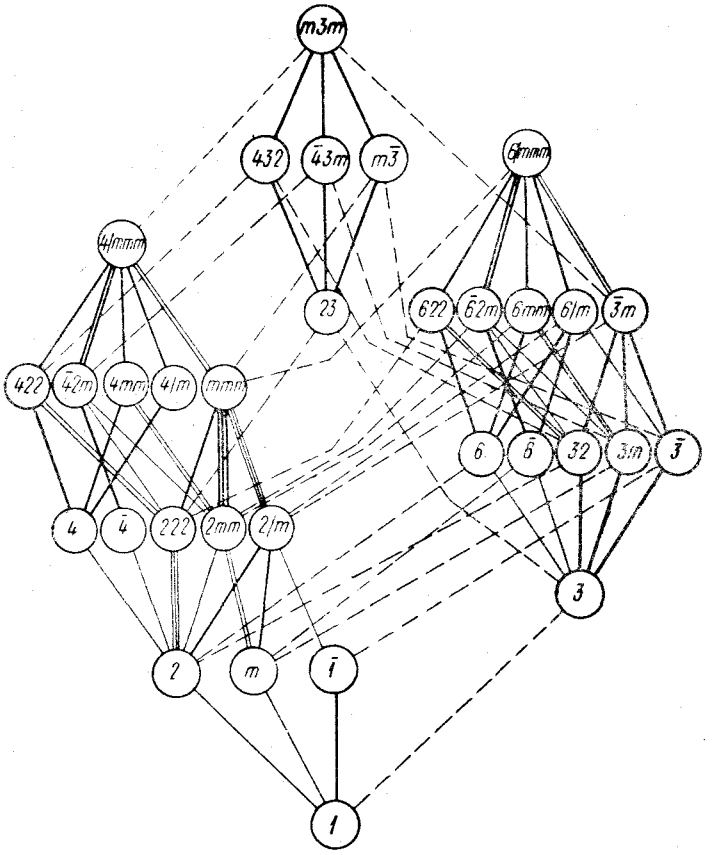


Рис. 1. Схема соподчинения 32 кристаллографических видов симметрии

нералогии и кристаллографии, надежной путеводной нитью служила схема соподчинения 32 видов симметрии (см. рис. 1). Эта же схема позволяет решить и обратную задачу, показывая по восходящей линии все промежуточные виды внешней симметрии, через которые должна пройти конечная форма, чтобы вернуться к своей исходной идеальной конфигурации. Решение проблемы о возможных двойниковых образованиях с повышенной симметрией (так называемых двойниках прорастания) опять-таки существенно упрощается при использовании все той же схемы на рис. 1. При этом для данного вида симметрии используются все стоящие над ним группы [8].

Итак, в основе решения задач, связанных с динамической симметрией в минералогии и кристаллографии, в первую очередь должна быть принята во внимание схема соподчинения 32 видов симметрии. Однако следует иметь в виду, что с ее помощью мы устанавливаем лишь поведение элементов классической симметрии. Переходы последних в элементы гомологии, криволинейной симметрии и симметрии подобия должны устанавливаться на реальном материале после тщательного изучения специальных разрезов кристаллических тел и выявления их внутреннего сложения со следами бывшего роста. Эта сторона минералогической кристаллографии развита недостаточно и настоятельно требует дальнейшей разработки [3]. Ждет своего решения и динамика полиморфных переходов с существенными структурными перестройками.

Перейдем к проблемам динамической симметрии в области петрографии (точнее, структурной петрологии). Здесь применение симметрийных законов с соответственными точными понятиями о группах конечной и бесконечной симметрии началось сравнительно недавно [18, 28]. Использование динамической симметрии в петрологии сейчас может быть только намечено в самых общих чертах. Примем по Патерсону и Вейссу [28] за исходные точечные группы, характеризующие статистическую симметрию первоначальных структур горных пород (изверженных и осадочных), следующие: $\infty L_\infty \infty PC\,(\infty/\infty\, m)$, $L_\infty \infty L_2 \infty PC$ (∞/mm), $3L_2 3PC(mmm)$, $L_2PC(2/m)$, $C(\bar{1})$. Зададимся далее вопросом: в какие группы пониженной симметрии будет переходить указанная симметрия горных пород в результате их движений и деформаций? Эта задача не может быть решена по схеме на рис. 1, так как среди перечисленных Патерсоном и Вейссом групп имеются и некристаллографические $(\infty/\infty\, m, \infty/mm)$. На помощь приходит схема соподчи-

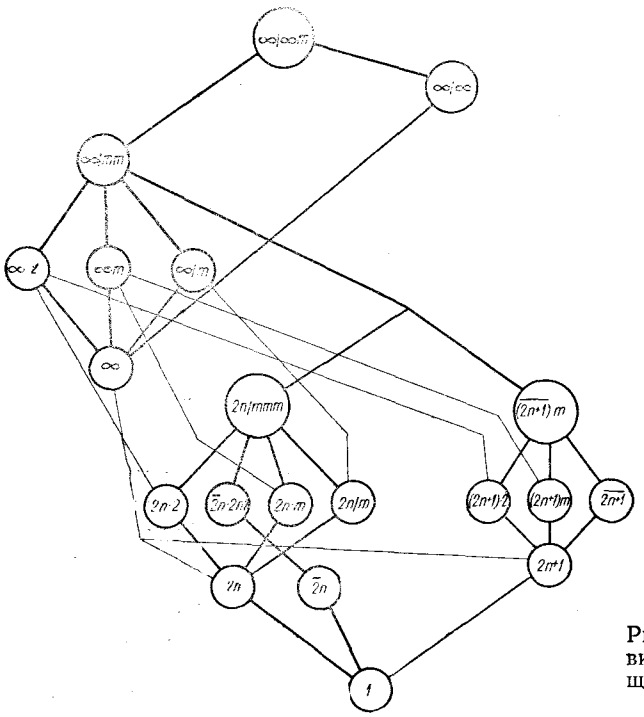


Рис. 2. Схема соподчинения видов симметрии, выводящихся из симметрии шара $(\infty L_\infty \infty PC - \infty/\infty\, m)$

нения групп симметрии, выводящихся из семи предельных видов точечной симметрии (рис. 2). В этой схеме, заменяя n любыми целыми числами от бесконечно большого до единицы, мы найдем все виды симметрии, в которые могут переходить породы с перечисленными выше исходными симметрийными группами.

Рисуя лишь в самых общих чертах простейший способ выявления динамической симметрии в структурной петрологии, мы ограничиваемся здесь только точечной суммарной (статистической) симметрией горных пород. Возможное использование в данной области федоровских пространственных групп бесконечной симметрии, симметрии бордюров и симметрии текстур, по А. В. Шубникову, а также понятий криволинейной симметрии, симметрии подобия цветной симметрии и антисимметрии описано в специальных статьях [12, 18].

Итак, подчеркнем еще раз, что при решении задач, относящихся к области динамической симметрии в кристаллографии, минералогии и петрографии, следует прежде всего всемерно использовать приведенные здесь схемы соподчинения видов симметрии (см. рис. 1 и 2), помогающие выявлять динамику переходов в сторону как пониженной, так и повышенной симметрии. Чтобы исчерпать до конца все теоретически возможные случаи, приведем также схему соподчинения видов некристаллографической симметрии с невозможными для кристаллов пятерными осями симметрии (исходными видами здесь являются два вида додекаэдро-икосаэдрической системы (рис. 3). Не исключена возможность, что и эта схема найдет применение при изучении симметрийной динамики некоторых природных объектов.

Мы ограничились примерами динамической симметрии из области геолого-минералогических наук, однако наиболее ярко она проявляется в мире живых существ. В нескольких словах дадим об этом понятие.

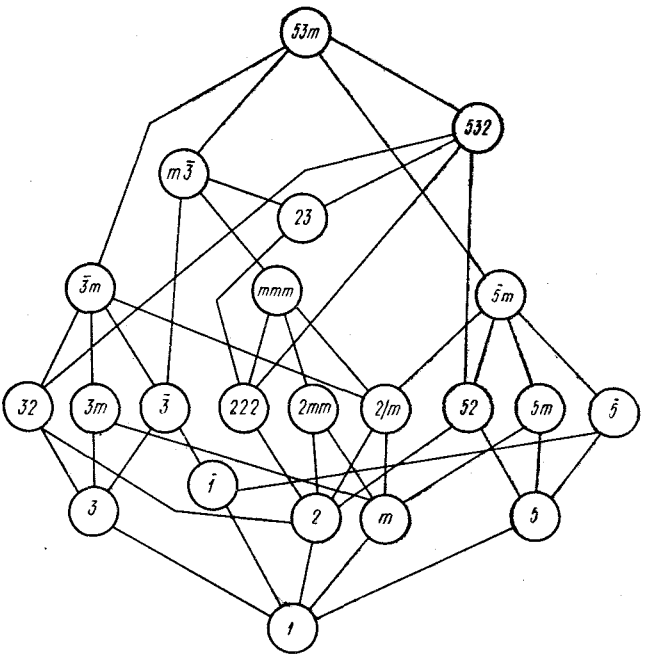


Рис. 3. Схема соподчинения видов симметрии, выводящихся из планаксиального вида додекаэдро - икосаэдрической (некристаллографической) системы $(6L_5 10L_3 15L_2 15PC—\bar{5}\bar{3}m)$

Огромное значение учета динамической симметрии особенно наглядно выявляется на эволюции симметрии форм органического мира. Сначала имеем симметрию шара в трехмерном пространстве: $\infty L_\infty \infty PC$ $(\infty/\infty\, m)$ — простейшие формы, развивающиеся во взвешенном состоянии в однородной среде. Далее появляется симметрия проекции шара на двумерную плоскость, т. е. симметрия круга или, что то же, симметрия конуса $L_\infty \infty P(\infty m)$ — неподвижные формы, прикрепленные к земле. Затем возникает симметрия проекции круга на одномерную прямую, т. е. симметрия $P(m)$ — формы, двигающиеся прямолинейно.

Итак, эволюция симметрии может быть представлена в следующем виде:

$$\infty/\infty\, m \longrightarrow \infty\, m \longrightarrow m.$$

Зная динамическую симметрию, мы сможем в каждом последующем этапе развития выявить возникающие вместо исчезнувших элементов

классической симметрии элементы гомологии, криволинейной симметрии, симметрии подобия, поведение и характер которых дают понятие о деталях протекающей эволюции [14, 20].

В заключение остановимся на любопытной статистической аналогии, в которой переплетаются проблемы обобщенной динамической симметрии из области неорганического и органического мира. Попутно отметим значение для динамической симметрии некоторых забытых законов Е. С. Федорова.

В 1914 г. Б. П. Орелкин и Г. В. Пигулевский писали об «естественной системе царства кристаллов» Е. С. Федорова, сравнивая ее с дарвиновской классификацией живых организмов, основанной на единстве происхождения [11]. Некоторые закономерности статистического распределения минералов по видам симметрии, сингониям и их категориям заставляют нас снова вспомнить о федоровской классификации кристаллов и некоторых законах, сформулированных великим ученым [1; 21, 22]. Мало того, эти законы наталкивают на любопытные обобщающие аналогии, далеко выходящие за рамки собственно минералогии и кристаллографии.

Нами уже приводилась статистическая разбивка минералов с твердо установленной симметрией по трем категориям [21]. Напомним ее еще раз:

Категория	Число минералов
Высшая	171 (13%)
Средняя	377 (29,5%)
Низшая	760 (57,5%)

Σ минералов высшей категории: Σ минералов средней категории Σ минералов низшей категории как $1:2_{ca}:4_{ca}$.

Согласно закону Федорова—Грота, чем сложнее состав, тем ниже классическая симметрия [2]. Следовательно, возрастание числа минералов по направлению от высшей к низшей категории идет параллельно с усложнением химического состава.

Попытка объяснить приведенную выше пропорцию (1:2:4) с помощью максимальных величин симметрии, характеризующих отдельные виды симметрии, не увенчалась успехом [21]. Возможно, что для объяснения данной пропорции следует привлечь на помощь федоровский «эллипсоид сингонии». По Е. С. Федорову, «закон эллипсоида сингонии утверждает, что геометрические свойства комплекса всякого данного кристалла находят выражение в особом, для него характерном эллипсоиде» [17]. Для кристаллов высшей категории (кубической сингонии) эллипсоидом сингонии является шар ($\infty L_\infty \infty PC - \infty/\infty m$). Для кристаллов средней категории имеем эллипсоид вращения ($L_\infty \infty \infty PПC - \infty/mm$). Переход от шара к такому эллипсоиду совершается за счет растяжения или сжатия шаровой формы. В результате получаем два эллипсоида вращения: вытянутый (+) и сплющенный (−). Кристаллы низшей категории характеризуются трехосным эллипсоидом сингонии ($3L_2 3PC—mmm$). Последний образуется из эллипсоида вращения в результате его растяжения или сжатия вдоль одной из осей. В итоге приходим к четырем трехосным эллипсоидам — продуктам сжатия и растяжения положительного и отрицательного эллипсоидов вращения (+ ⟶ +, −; − ⟶ +, −). При соответственных трансформациях следует выделить главную ось кристалла, совпадающую с осью эллипсоида вращения, сохраняя «память» о ней и при переходе к трехосному эллипсоиду.

Итак, кристаллы высшей категории характеризуются единым шаром, кристаллы средней категории — двумя эллипсоидами вращения, а кристаллы низшей категории — четырьмя трехосными эллипсоидами. Не связана ли с этим и отмеченная выше статистическая пропорция 1 : 2 : 4?

Обратимся далее к совсем иному ряду, а именно к весьма обобщенной схеме [20], изображающей симметрийную эволюцию внешних форм органического мира:

$$\infty L_\infty \infty PC \longrightarrow L_\infty \infty P \longrightarrow P.$$

С точки зрения симметрии мы можем три приведенные формулы подвести под три категории: «высшую» (симметрия шара — планктонные простейшие формы), «среднюю» (симметрия конуса — формы, прикрепленные к земле, главным образом растения и водный бентос), «низшую» (симметрия диэдра — формы, двигающиеся прямолинейно: почти весь животный мир).

Биологическая концепция трактует эволюцию мира как развитие систем «от простого к сложному». Вместе с тем параллельно с усложнением живых форм идет снижение внешней симметрии. Дублируя формулировку закона Федорова—Грота, можно было бы сказать: «чем сложнее живая форма, тем ниже ее внешняя симметрия». Судя по имеющимся данным, так же, как и в мире минералов, наряду с понижением симметрии идет возрастание числа соответственных видов. Так, например, число видов растений (500—800 тысяч) приблизительно в два раза меньше числа видов животных (около 1300—1400 тысяч).[1]

Не играет ли здесь, так же как и в мире минералов, ведущую роль все та же пропорция 1 : 2 : 4? По аналогии с кристаллографией (аналогии чисто внешней — геометрической) опять можно прибегнуть к федоровскому «эллипсоиду сингонии». Для «высшей» категории это снова будет шар; для «средней» (конус подобен n-гональной пирамиде средних сингоний) получим два эллипсоида вращения (+ и —); для «низшей» (диэдр — характерная форма низших сингоний) — четыре трехосных эллипсоида. При этом следует учесть, что направление растяжения (+ и —) при трансформации шара в эллипсоид вращения совпадает с направлением роста по вертикали живой формы (растения), а направление дальнейшего растяжения при переходе эллипсоида вращения в трехосный эллипсоид соответствует горизонтальному направлению.

Можно получить и другим путем все ту же пропорцию. Симметрия $\infty L_\infty \infty PC$ связана с шаровой симметрией, порождающей среды. Симметрия $L_\infty \infty P$ является симметрией полусферы: для тела, развивающегося в прикрепленном виде на земле, вторая половина сферы как бы срезана. Симметрия P может рассматриваться как симметрия четверти все той же исходной сферы (один срез такой шаровой четверти совпадает с поверхностью Земли, другой — ей перпендикулярен). В результате имеем: целый шар (1), половину шара ($^1/_2$) и четверть его ($^1/_4$). Если числа соответственных видов обратны величинам симметрии, то мы снова придем все к той же пропорции — 1 : 2 : 4.

Приведенные положения следует, конечно, рассматривать лишь как попытку наметить некоторый внешне геометрический параллелизм обобщенной, статистической симметрии неорганических природных тел (окристаллизованных минералов), с одной стороны, и обобщенной ста-

[1] Учтены и современные, и известные вымершие виды.

тистической симметрии развивающихся форм живого мира — с другой. Мы привели эту попытку, чтобы показать, что область динамической симметрии таит немало данных, способных наметить пути к выявлению важнейших природных закономерностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болдырев А. К. Основы геометрического учения о симметрии. Зап. имп. Спб. минерал. общ., ч. 46, 1908.
2. Болдырев А. К. Кристаллография. Л.—М., — Грозный—Новосибирск, Горгеонефтеиздат, 1934.
3. Григорьев Д. П. Строение кубооктаэдрических кристаллов синтетического алмаза. — В сб.: Алмазы. М., 1969, № 3.
4. Доливо-Добровольский В. В. Исследование додекаэдро-икосаэдрической системы. Зап. Росс. минерал. общ., ч. 52, вып. 1, 1924.
5. Кюри П. Избранные труды. М.—Л., «Наука», 1966.
6. Леммлейн Г. Г. Секториальное строение кристаллов. М., изд-во АН СССР, 1948.
7. Михеев В. И. Гомология кристаллов. Л., Гостоптехиздат, 1961.
8. Мокиевский В. А., Шафрановский И. И., Вовк П. К., Афанасьев И. И. Геометрический вывод законов двойникования кристаллов. Кристаллография, т. 11, вып. 4, 1966.
9. Наливкин Д. В. Элементы симметрии органического мира. Изв. Биол. научно-иссл. ин-та при Пермском ун-те, т. 3, вып. 8, 1925.
10. Наливкин Д. В. Криволинейная симметрия. — В сб.: Кристаллография. М., Металлургиздат, 1951.
11. Орелкин Б. П., Пигулевский Г. В. Применение кристаллохимического метода Е. С. Федорова в научной и практической работе. — В сб.: Новые идеи в химии, № 5 (Кристаллохимический анализ). Спб, изд-во «Образование», 1914.
12. Плотников Л. М., Шафрановский И. И. Симметрия в геологии. — В сб.: Проблемы минералогии и петрологии. Л., «Наука», 1972.
13. Поваренных А. С. О закономерностях в распределении минеральных видов по сингониям, классам симметрии и пространственным группам. Минерал. сб. Львовск. гос. ун-та, 1966, № 20.
14. Спасский Н. Я., Кравцов А. Г. Эволюция животных и симметрия. Симметрия в природе (тез. докладов). Изд. Ленинград. обл. правления научн.-техн. горн. общ., 1971.
15. Федоров Е. С. Начала учения о фигурах. Зап. имп. СПб., минерал. общ., ч. 21, 1885.
16. Федоров Е. С. Симметрия правильных систем фигур. Зап. имп. СПб. минерал. общ., ч. 28, 1891.
17. Федоров Е. С. Некоторые следствия из закона эллипсоида сингонии. Изв. Акад. наук, 1904, т. 31, № 2.
18. Шафрановский И. И. Группы симметрии в структурной петрологии. Зап. Всесоюзн. минерал. общ., ч. 85, вып. 4, 1956.
19. Шафрановский И. И. К вопросу об уточнении универсального принципа симметрии П. Кюри. Зап. Всесоюзн. минерал. общ., ч. 93, вып. 4, 1964.
20. Шафрановский И. И. Симметрия в природе. Л., «Недра», 1968.
21. Шафрановский И. И. К вопросу о статистическом распределении минералов по категориям сингоний. Зап. Всесоюзн. минерал. общ., ч. 97, вып. 3, 1968.
22. Шафрановский И. И. Кристаллографические законы Е. С. Федорова и статистическое распределение минералов по сингониям. — В сб.: Идеи Е. С. Федорова в современной кристаллографии и минералогии. Л., «Наука», 1970.
23. Шафрановский И. И., Корень Р. В. Ложные (искаженные) формы реальных кристаллов. — В сб.: Идеи Е. С. Федорова в современной кристаллографии и минералогии. Л., «Наука», 1970.
24. Шубников А. В. О работах Пьера Кюри в области симметрии. Успехи физики. 1956, т. 59, вып. 4.
25. Шубников А. В. Проблема диссимметрии материальных объектов. М., изд-во АН СССР, 1961.
26. Шубников А. В., Копцик В. А. Симметрия в науке и искусстве. М., «Наука», 1971.
27. Internationale Tabellen zur Bestimmung von Kristallstrukturen. Berlin, 1935.
28. Paterson M. S., Weiss L. E. The Geological Society of America Bulletin, New York, No 72, 1961.