Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LV, вып. 3, 1975 г.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ АЛЮМИНИЕВЫХ ЭЛЕКТРОЛИЗЕРОВ И РАЗРАБОТКА ИХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Доктор техн. наук М. А. КОРОБОВ
(Ленинградский завод-ВТУЗ)

Методы моделирования электрических полей в электролите были разработаны Н. П. Гнусиным и В. П. Машовцом. Методы моделирования электромагнитных полей применялись в работах О. Бекмана, Э. А. Мееровича, Н. Шмидта и В. Н. Рудакова. Движение электролита под действием анодных газов изучалось на моделях А. И. Бухбиндером. Одно из основных уравнений, составляющих основу математической модели электролизера, вывел Г. А. Абрамов.

В статье рассматриваются основные результаты, полученные при анализе промышленных данных на основе метода приближенного подобия, а также при моделировании электрических и тепловых явлений в алюминиевом электролизере.

После исключения автомодельных и вырождающихся критериев установили, что при анализе энергетического режима электролизера в первую очередь должны учитываться критерии производительности внутренних источников тепла D и формфактор электрического поля Ф.

$$D=\frac{\rho\delta^2L^2}{\lambda t}; \tag{1}$$

$$\Phi=\frac{\delta L}{\varkappa U}, \tag{2}$$

где ρ — удельное сопротивление; δ — анодная плотность тока, L — определяющий размер; λ — теплопроводность; t — температура электролита; $\varkappa$ — удельная электропроводность; U — напряжение.

Первый критерий характеризует тепловые явления и выводится из уравнения теплопроводности при наличии внутренних источников тепла

$$\lambda\Delta^2t=\rho\delta^2. \tag{3}$$

Второй критерий характеризует полное электрическое сопротивление и характер поля. Он выводится из закона Ома.

При анализе показателей однотипных электролизеров, работающих примерно в одинаковом технологическом режиме и отличающихся геометрическими размерами, выбор величин ρ, λ и $\varkappa$ не имеет принципиального значения, так как они постоянны и входят в константы

интегрирования. За температуру целесообразно принять температуру электролита, за плотность тока — его анодную плотность и за напряжение — активную составляющую напряжения на электродах. Особое внимание следует уделить выбору определяющего размера, поскольку от этого параметра в значительной степени зависят плотность тока, напряжение и другие характеристики электролизера.

Из геометрических размеров наиболее важными являются длина, ширина и высота h_2 анода, междуполюсное расстояние l, глубина шахты h_1 и расстояние от анода до борта ΔL. Так как длина и ширина анода одинаково существенно влияют на тепловые и электрические характеристики электролизера, при выборе определяющего размера следует рассмотреть их функции: площадь S и периметр P анода. На тепловые потери и сопротивление наибольшее влияние оказывают площадь анода, периметр и междуполюсное расстояние (таблица). При этом в качестве определяющего размера надо выбирать либо площадь анода, либо его периметр, так как они влияют сильнее, чем междуполюсное расстояние и, кроме того, наиболее полно характеризуют геометрию электролизера.

Зависимость электрического сопротивления от площади анода проще, чем от периметра, в то время как зависимости тепловых потерь от площади анода и от периметра примерно одинаковы как по виду уравнений, так и по точности расчета. Разница лишь в том, что при измерении (увеличении) отношения длины анода к его ширине величина тепловых потерь, вычисленная по уравнению $K_1+K_2\sqrt{S}$, оказывается заниженной, а по уравнению K_4+K_5P завышенной по сравнению с фактической величиной. Наконец, с точки зрения физического смысла правильнее принимать в качестве определяющего размера, входящего в критерии (1) и (2), величину, характеризующую площадь горизонтального сечения анода, а не его периметр.

Таким образом, целесообразно за определяющий размер принять квадратный корень из площади анода

$$L=\sqrt{S}.$$

При анализе электрических характеристик электролизера следует учитывать и междуполюсное расстояние, так как оно значительно влияет на сопротивление и падение напряжения на электролизере. Для этого вводится геометрический симплекс: отношение междуполюсного расстояния к определяющему размеру.

Из критериев (1) и (2) и геометрического симплекса составляем два критериальных уравнения, которые удовлетворяют П-теореме

$$\Phi=f\left(\frac{L}{l}\right); \tag{4}$$

$$D=f(\Phi). \tag{5}$$

Обработав промышленные данные, полученные на серийных электролизерах за десятилетний период их работы, установили (рис. 1 и 2) прямую пропорциональную зависимость между критериями, входящими в уравнения (4) и (5). После несложных преобразований из этих уравнений получены выражения, имеющие большое практическое значение:

$$\frac{IU}{L}=\text{const}_1; \tag{6}$$

Выбор определяющего размера электролизера

Параметр	Зависимость тепловых потерь и электрического сопротивления от геометрических размеров электролизера					
	площади анода	периметра	междуполюсного расстояния	глубины шахты	расстояния от анода до борта	высоты анода
Тепловые потери	$K_1+K_2\sqrt{S}$ (значительное влияние)	K_7+K_5P (значительное влияние)	— (нет зависимости)	$K_9+K_{10}h_1$ (незначительное влияние)	$K_{11}+K_{12}\Delta L$ (незначительное влияние)	$K_{13}+K_{14}h_2$ (незначительное влияние)
Электрическое сопротивление	$\frac{K_3}{S}$ (значительное влияние)	$\frac{K_6(1+n)^2}{nP^2}$ (значительное влияние)	K_7+K_8l (значительное влияние)	— (нет зависимости)	— (нет зависимости)	— (нет зависимости)

Примечание. K_1—K_{14} — постоянные коэффициенты, n — отношение длины анода к его ширине.

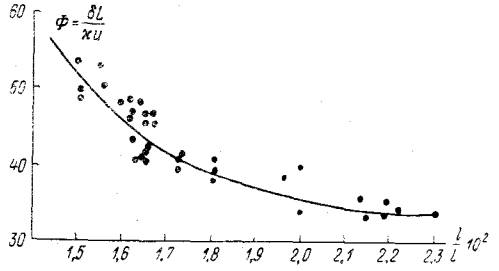


Рис. 1. Зависимость электрического критерия формы Ф от симплекса геометрических размеров $\frac{e}{L}$ электролизера

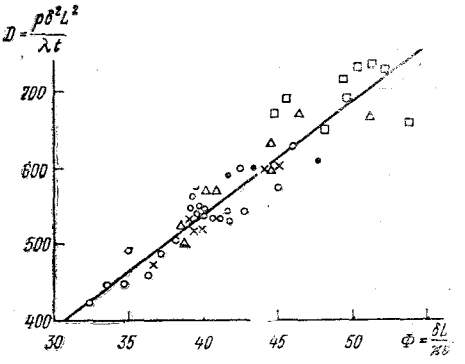


Рис. 2. Зависимость критерия внутренних источников D от формфактора Ф

$$\delta = \frac{\text{const}_2}{\sqrt{L}}\ ; \tag{7}$$

$$I = \text{const}_2 \sqrt{L^3}; \tag{8}$$

$$U = \frac{\text{const}_3}{\sqrt{L}}\ , \tag{9}$$

где I — сила тока, $\text{const}_3 = \frac{\text{const}_1}{\text{const}_2}$.

Для всех однотипных электролизеров, работающих в одинаковом технологическом режиме (при постоянном междуполюсном расстоянии), должны быть постоянными: 1) отношение греющей мощности к определяющему размеру электролизера; 2) произведение плотности тока на квадратный корень из определяющего размера; 3) произведение активной составляющей напряжения на квадратный корень из определяющего размера.

Если междуполюсное расстояние непостоянное, анодная плотность и сила тока изменяются обратно пропорционально квадратному корню из его величины, а напряжение — прямо пропорционально.

Выражения (6)—(9) благодаря своей простоте удобны для практических расчетов. Они обеспечивают достаточно высокую точность расчетов (±2%) при анализе однотипных электролизеров.

В случае, когда требуется более высокая точность расчета, целесообразно использовать полную математическую модель, составленную на основе теплового баланса электролизера.

Выход по току определяется двумя основными составляющими: потерями металла и потерями тока вследствие коротких замыканий. Рассмотрим влияние на выход по току только потерь металла.

Исходя из диффузионной теории потерь металла, можно считать, что определяющей стадией является диффузия ионов металла низшей валентности или атомов через неподвижный слой электролита на его границе с расплавом металла. В этом случае потери будут характеризоваться диффузионным критерием Нуссельта

$$\text{Nu} = \frac{mL}{D\Delta C}\ , \tag{10}$$

где m — потери металла; L — определяющий размер; D — коэффициент диффузии, ΔC — разность концентраций на границах диффузионного слоя.

При вынужденном движении жидкости как тепловой, так и диффузионный критерий Нуссельта определяются критерием Рейнольдса

$$\mathrm{Nu}=C_1\mathrm{Re}^{n_1}, \tag{11}$$

где C_1 и n_1 — постоянные.

Движение электролита под действием анодных газов в алюминиевом и магниевом электролизерах впервые исследовал А. И. Бухбиндер, который установил, что критерий Рейнольдса зависит от геометрии электролизера и безразмерного комплекса, учитывающего удельный объем анодных газов V, вязкость электролита ν и определяющий размер L

$$\mathrm{Re}=f\left(\frac{VL}{\nu}\right)=f\left(\frac{\gamma_a\delta_a L}{\nu}\right)=f(\text{Б}), \tag{12}$$

где γ_a — электрохимический эквивалент по анодным продуктам.

Исследования, выполненные Н. М. Зуевым, показывают, что зависимость (12) имеет степенной характер

$$\mathrm{Re}=C_2\text{Б}^{n_2}.$$

Подставляя формулу (12) в (11), а (11) в (10), находим, что потери

$$m=A\frac{D\Delta C\delta_a^n L^n}{l\nu^n}, \tag{13}$$

где A и n — постоянные величины.

Согласно литературным данным величина показателя степени $n=n_1n_2$ для турбулентного режима течения и направленной циркуляции в электролизере с вертикальным расположением электродов должна составлять 0,8·0,33=0,264. Однако статистическая обработка промышленных данных выхода по току дает для показателя степени значения, близкие к 0,5. Возможно, что это отклонение от теоретической зависимости связано с влиянием потерь тока за счет коротких замыканий, которые увеличиваются с увеличением размеров электролизера. Вероятно, на потери металла влияет не только направление циркуляции электролита, но и турбулизация потока за счет эпизодических выбросов пленок газа из-под анода. Скорость таких локальных толчковых движений будет в большей степени зависеть от объема анодных газов, чем скорость направленной циркуляции. Во всяком случае статистическая обработка промышленных данных позволяет рекомендовать для расчетов выхода по току следующее уравнение:

$$\eta=1-\frac{AL^{0,5}}{\delta^{0,5}le^{\frac{13000}{T}}}, \tag{14}$$

где T — температура электролита.

Уравнение (14) учитывает изменение потерь металла в соответствии с выражением (13), а также следующие допущения: коэффициенты диффузии, вязкость электролита и разность концентраций изменяются с температурой по экспоненциальной зависимости

$$\frac{D\Delta C}{\nu^n}=e^{\frac{B}{T}},$$

а анодная плотность тока пропорциональна катодной.

Формула (14), безусловно, не окончательная, так как исследования по циркуляции электролита еще не завершены. Кроме того, на потери металла влияют электрохимические явления (в частности, катодная поляризация), состав электролита и растворимость анодных газов в электролите. Влияние этих факторов на выход по току исследовано еще не достаточно и эти зависимости не отражены в уравнении (14).

Физическое моделирование. К числу моделей, которые применялись в исследованиях, можно отнести электрическую и тепловую модель ячейки анода электролизера с верхним токоподводом и крупнолабораторный электролизер.

Электрические и тепловые модели анода предназначались для изучения различных составов анодной массы, условий ее обжига и установления влияния этих факторов на падение напряжения в аноде, высоту конуса спекания и другие характеристики анода.

С некоторым допущением промышленный анод с верхним токоподводом можно разделить на отдельные зоны (по числу штырей). Каждая зона состоит из штыря и прилегающей к нему части анода, сечение которой равно площади анода, деленной на число штырей. Граничные условия теплового поля на нижней и боковой поверхностях модели задавались регулированием электрической нагрузки печи сопротивления, в которую помещался образец модели анода.

Для моделирования теплового поля необходимо обеспечить постоянство критерия внутренних источников тепла (1) и критерия Био на внутренней поверхности анода. Из условия постоянства критерия внутренних источников тепла следует, что сила тока в модели во столько раз меньше силы тока на промышленном электролизере, во сколько раз размеры натурного образца больше размеров модели.

Для задания постоянства критерия Био при условии постоянства теплопроводности массы и одинаковых значениях коэффициента теплоотдачи увеличивалась теплоотдающая поверхность (за счет введения ребер). Таким образом коэффициент теплоотдачи как бы увеличивался во столько раз, во сколько уменьшались размеры модели.

Подобие электрического поля устанавливалось автомодельно. С помощью зондов, подключенных к штырю и нижней части образца, измерялась истинная величина падения напряжения в аноде.

Исследования, проведенные на такой модели, показали, что величина падения напряжения в аноде не во всех случаях пропорциональна измеренному при комнатной температуре удельному сопротивлению образцов анода, обожженных при температуре 900—1000° С. Например, при увеличении температуры прокалки кокса сопротивление образцов уменьшается по закону, близкому к уравнению прямой линии, а падение напряжения в аноде — по уравнению сложной кривой, близкой к гиперболе.

На крупнолабораторном электролизере исследовали влияние плотности тока и термической нагрузки на удельный расход анодной массы. Площадь анода данного электролизера составляла 0,55 $м^2$, а определяющий размер 0,74 $м$. Величина плотности тока, отвечающая нормальному режиму работу промышленных электролизеров,

$$\delta = \frac{1{,}53}{\sqrt{0{,}74}} = 1{,}78 \ а/см^2.$$

При исследованиях плотность от одного опыта к другому изменялась от 1,1 до 1,75 $а/см^2$. При этом установлено, что удельный расход анодной массы изменяется в зависимости от плотности тока по кривой

с минимумом, который соответствует 1,3 *а/см²*. Тепловая нагрузка анода изменилась за счет изменения числа штырей и их диаметра при постоянной плотности тока. Эта серия опытов показала, что качество анода ухудшается, а расход его увеличивается при уменьшении числа штырей, вследствие увеличения падения напряжения и роста его тепловой нагрузки.

Увеличение анодной плотности тока, так же как и увеличение падения напряжения, вызывает возрастание его тепловой нагрузки и увеличивает расход массы. Однако лабораторные исследования показывают, что осыпаемость анода и удельный расход его уменьшаются с увеличением плотности тока. Наличие этих двух противоположных тенденций объясняет характер зависимости расхода анода от плотности тока на промышленных и опытных электролизерах. При этом минимум удельного расхода анодной массы на промышленных электролизерах соответствует меньшим значениям плотности тока, так как тепловая нагрузка анода зависит от его размеров. Расчеты показывают, что на промышленных электролизерах при плотности тока 0,7—0,8 *а/см²* достигается тепловая нагрузка анода, которая соответствует крупнолабораторному электролизеру при плотности тока 1,3 *а/см²*.

Электроаналоговые модели. Применение электроаналоговых моделей основано на том, что многие процессы переноса (электромагнитные, тепловые, гидродинамические, диффузия, упругая деформация и др.) выражаются одними и теми же уравнениями математической физики. В эти уравнения входят аналогичные величины. Для примера приведем характерные величины теплового поля и их электрические аналоги:

Электрический	Тепловой
Потенциал U	Температура t
Электропроводность $\varkappa$	Теплопроводность λ
Плотность тока δ	Удельный тепловой поток q
Сила тока I	Тепловой поток Q
Градиент потенциала $\frac{\partial u}{\partial n}$	Градиент температуры $\frac{\partial t}{\partial n}$
Поляризуемость электродов, контактное сопротивление r	Тепловое сопротивление пограничного слоя $\frac{1}{\alpha}$

Электротепловая аналогия использовалась при изучении тепловых явлений в алюминиевом электролизере. Установка для электромоделирования (электроинтегратор) состояла из следующих основных элементов (рис. 3): сетки сопротивлений *1* (собственно модели изучаемого объекта), панели сопротивлений для задания граничных условий и внутренних источников тепла *2*, делителя напряжений *3*, источника тока *Б* и измерительного устройства. Одновременно применялись типовые модели электроинтегратора ЭИ-12. Конструкция и методика решения задач на этих машинах известна. Еще 10 лет тому назад этот вид вычислительной техники успешно конкурировал с электронными вычислительными машинами, но в настоящее время применяется все реже, хотя для решения некоторых тепловых задач, особенно таких сложных, как в алюминиевом электролизере, этот вид решения достаточно эффективен.

К другому типу применявшихся электроаналоговых моделей следует отнести электролитические ванны, в которых сочетались элементы активных сопротивлений и поляризация. При этом поляризация использовалась в качестве аналога активного сопротивления контактов стальных стержней с угольным анодом или катодом.

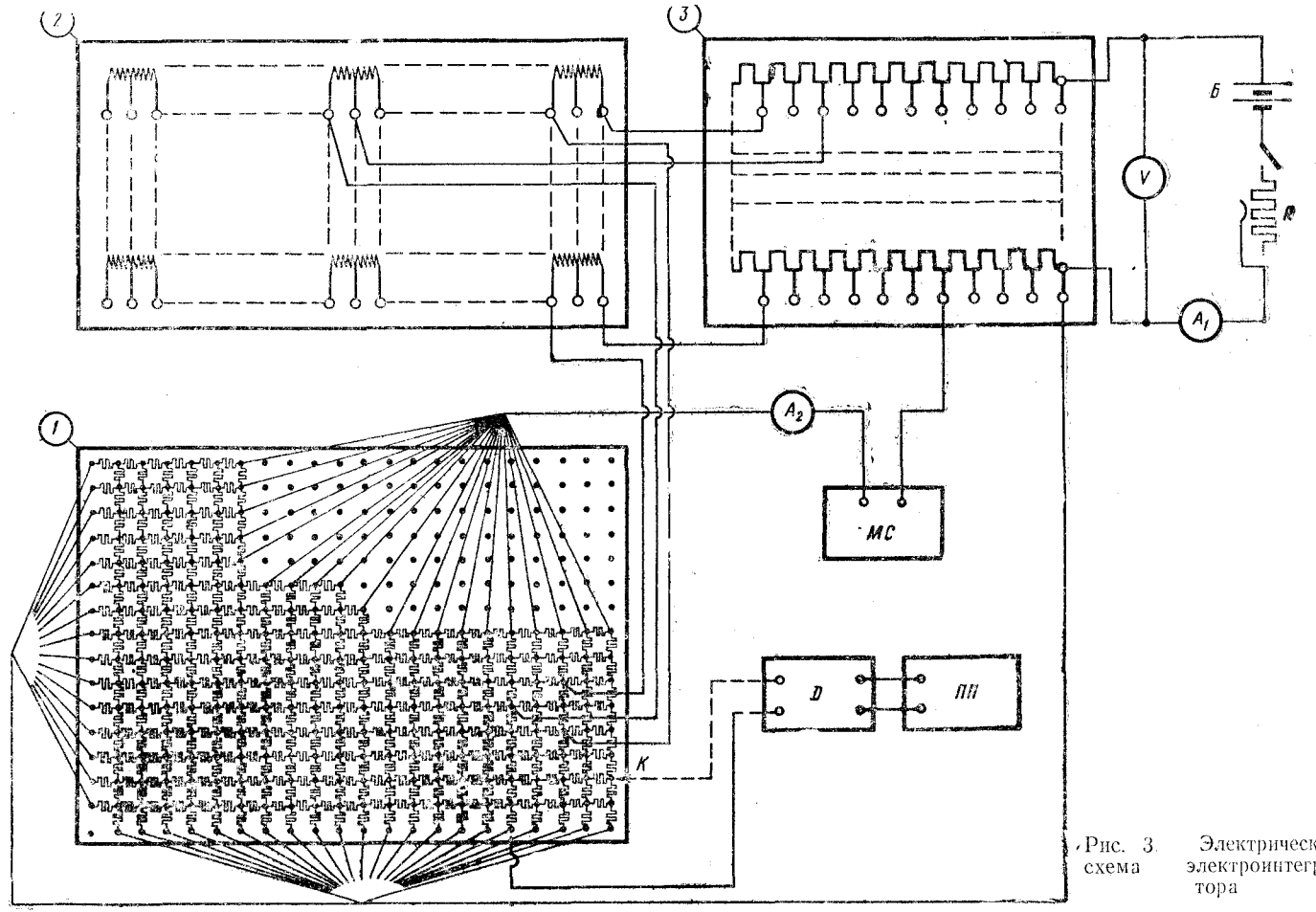


Рис. 3. Электрическая схема электроинтегратора

На электроаналоговых моделях исследованы тепловые потери анода и катода в зависимости от различных конструктивных и технологических параметров: ширины анода и катода, тепловой изоляции, элементов охлаждения анода, плотности тока, температуры окружающего воздуха и других параметров (рис. 4, 5).

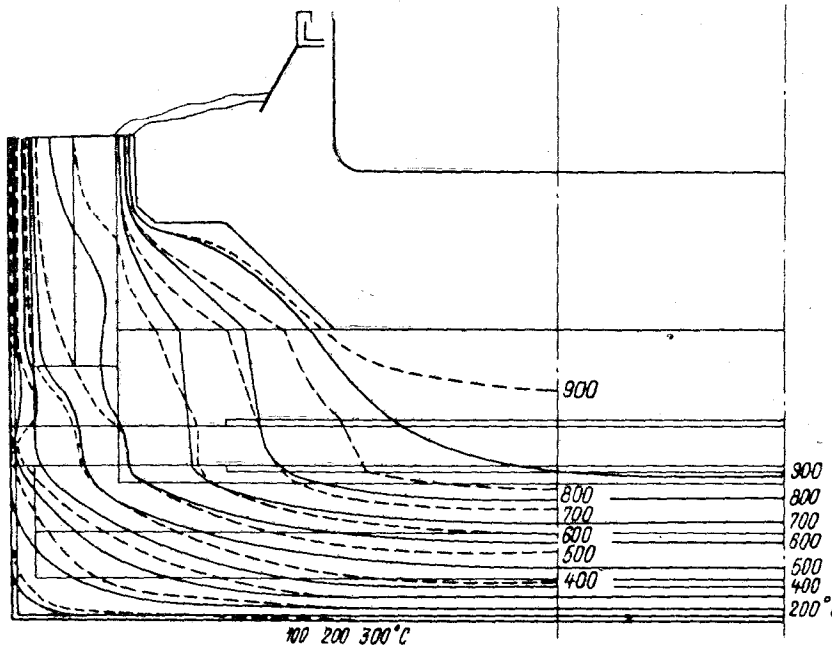


Рис. 4. Тепловое поле катода

Всесторонние исследования тепловых и электрических характеристик на электроаналоговых моделях позволили вывести достаточно точные, простые и удобные для практического использования математические выражения, которые применяются при расчетах потерь напряжения и тепловых потерь.

Основой математической модели алюминиевого электролизера является уравнение теплового баланса

$$IU = KI\eta + Q.$$

Это уравнение, выведенное Г. А. Абрамовым, много лет используется для расчетов силы тока в электролизерах. Точность расчета по нему определяется погрешностью при вычислении напряжения, выхода по току, коэффициента K и тепловых потерь Q. Исследования, выполненные на основе теории подобия и моделирования, позволили уточнить метод расчета потерь тепла и напряжения, а также выхода по току. Выведенные уравнения для расчета этих величин входят в математическую модель электролизера.

Коэффициент K в уравнении баланса учитывает общее изменение теплосодержания всех веществ, участвующих в процессе, и тепло химических реакций, происходящих в электролизере. Нами выведена зависимость этого коэффициента от состава анодных газов, их темпе-

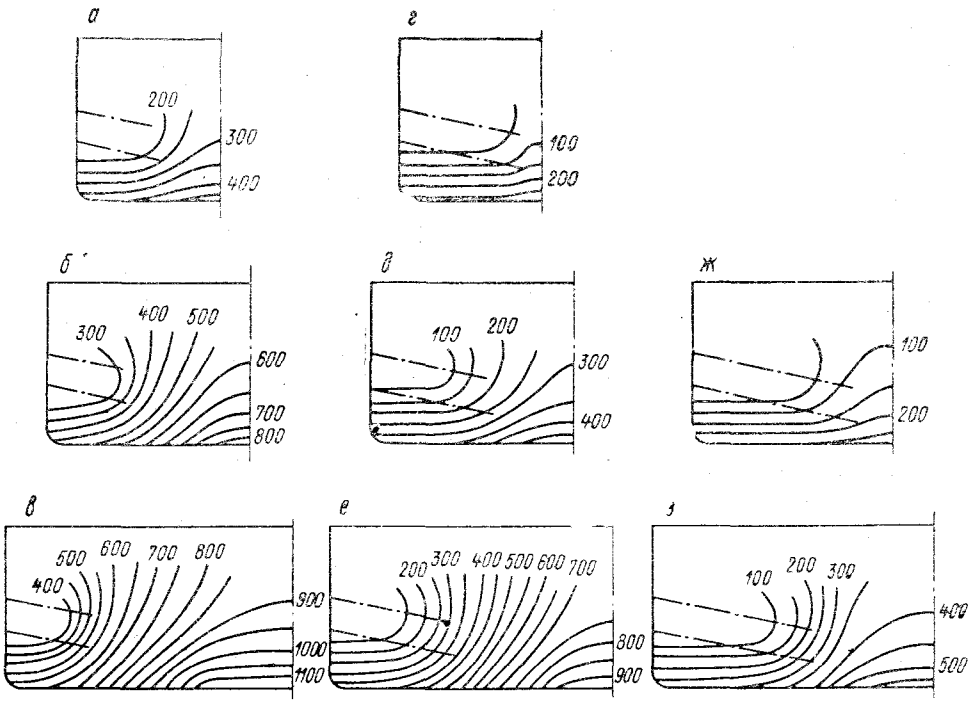


Рис. 5. Электрическое поле анода с боковым токоподводом (цифрами обозначены милливольты)

Ширина анода и длина штырей соответственно, см: *а* — 175 и 50; *б* — 250 и 50; *в* — 350 и 50; *г* — 175 и 75; *д* — 250 и 75; *е* — 350 и 75; *ж* — 250 и 100; *з* — 350 и 100

ратуры на выходе из электролизера, выхода по току и плотности тока. Эти зависимости также являются составляющими математической модели.

В уравнение для расчета выхода по току входит температура электролита, которая зависит от многих конструктивных и технологических параметров электролизера. Нами выведено уравнение для учета влияния размеров анода, теплоизоляции катода, межполюсного расстояния, напряжения и других параметров.

Таким образом, математическая модель электролизера представляет собой систему многих уравнений, и для ее решения необходимо применять электронные вычислительные машины. Модель еще более усложняется, когда, наряду с энергетическими характеристиками, в нее вводятся величины, определяющие экономические показатели: расход сырья, электроэнергию, трудовые затраты, капиталовложения. Такая модель электролизера необходима для определения экономических оптимумов. Однако ее разработка еще не закончена, так как многие зависимости экономических показателей от конструкции и режима работы электролизеров еще не установлены. С целью решения этой проблемы выведено уравнение для расчета расхода анодной массы. При этом использованы результаты, полученные на лабораторных, полупромышленных и промышленных электролизерах.

Математическая модель в настоящем ее виде позволяет с достаточной точностью рассчитать плотность тока, напряжение, производительность и расход электроэнергии. Так, расчеты анодной плотности

тока двумя различными методами при сравнении с заводскими данными дали следующие результаты:

Определяющий размер, *м*	1,42	2,00	2,45	2,83	3,16	3,46	3,74	4,16	4,47
Теория подобия	1,28	1,08	0,98	0,91	0,86	0,82	0,79	0,75	0,72
Моделирование	1,45	1,14	1,00	0,92	0,86	0,82	0,78	0,74	0,72
Заводские данные	—	1,08	0,98	0,90	0,87	—	—	0,75	—

Дальнейшее исследование по разработке математической модели электролизера должно идти в направлении уточнения уравнений, которые уже входят в состав модели, а также разработки новых уравнений, учитывающих экономические параметры и факторы, чтобы в конечном счете создать достаточно полное и точное описание технической и экономической деятельности завода. Такая модель необходима для научного планирования и управления производством алюминия.