Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LXVII, вып. 1, 1975 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ДУБЛИРОВАННЫХ ЦЕПЕЙ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ

Доктора техн. наук *В. П. Муравьев*,
А. А. Федоров
(Московский энергетический ин-т)

Дублированная система (рис. 1) включает две одинаковые цепи, каждая из которых рассчитана на полную нагрузку, при этом переход на резервное питание обеспечивается автоматически. Секционный выключатель при повреждении одной из цепей автоматически подключает потребителя к исправной цепи.

Средняя наработка на отказ и ожидаемое время восстановления цепи при отказе являются исходными величинами при определении экономического убытка*.

Для определения показателей надежности дублированных цепей системы необходимы статистические данные частоты отказов отдельных элементов ω_i, среднего времени восстановления работоспособности цепи после отказов этих элементов $t_{в\,i}$, частоты $\mu_р$ и продолжительности $t_р$ плановых ремонтов элементов цепей. Обычно частота планового ремонта для всех элементов цепи принимается одинаковой, а длительность ремонта определяется элементами, для которых требуется наибольшее время ремонта $t_р$.

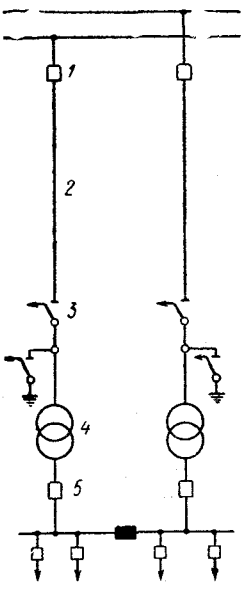


Рис. 1. Схема дублированной системы электроснабжения:

1 — распределительное устройство с масленным выключателем; *2* — воздушная линия передачи; *3* — распределительное устройство с отделителем; *4* — двухобмоточный трансформатор; *5* — распределительное устройство на напряжение 6 *кв*

Распределение времени безотказной работы для большинства элементов системы электроснабжения подчиняется экспоненциальному закону**. В этом случае вероятность безотказной работы как отдельных элементов, так и цепи полностью определяется одним статистическим показателем надежности — средней частотой отказов.

* А. А. Федоров. Основы электроснабжения промышленных предприятий. Энергия, 1967.

** В. П. Муравьев, Г. И. Разгильдеев. Надежность систем электроснабжения и электрооборудования подземных разработок шахт. Недра, 1970.

Вероятность безотказной работы одной цепи дублированной системы за время t

$$P_{\text{ц}}(t) \quad e^{-\omega_{\text{ц}} t} = e^{-t \sum_{i=1}^{n} \omega_i} \tag{1}$$

где $\omega_{\text{ц}}$ частота отказов одной цепи, *1/ч*,

$$\omega_{\text{ц}} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i ; \tag{2}$$

ω_i — частота отказов i-го элемента цепи, *1/ч*.

Вероятность отказа цепи $Q_{\text{ц}}(t)$ как событие, противоположное вероятности безотказной работы, определяется выражением

$$Q_{\text{ц}}(t) = 1 \quad P_{\text{ц}}(t) = 1 - e^{-\omega_{\text{ц}} t} \tag{3}$$

По аналогии можно написать выражение для вероятности $Q_{\text{р. ц}}(t)$ при условии, что за некоторое время t цепь окажется в плановом ремонте:

$$Q_{\text{р. ц}}(t) = 1 - P_{\text{р. ц}}(t) = 1 - e^{-\mu_{\text{р}} t} \tag{4}$$

где $P_{\text{р. ц}}(t) = e^{-\mu_{\text{р}} t}$ — вероятность работы цепи без планового ремонта.

Вероятность работы без отключений определяется по теореме умножения вероятностей для независимых событий

$$P_{\text{о. ц}}(t) = P_{\text{ц}}(t) P_{\text{р. ц}}(t) = e^{-}$$

вероятность отключения цепи

$$Q_{\text{о. ц}}(t) = 1 - P_{\text{о. ц}}(t) = 1 - e^{-t(\omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}})} \tag{5}$$

Вероятность $P_{\text{о. ц}}(t)$ зависит как от частоты отказов цепи $\omega_{\text{ц}}$, так и от частоты плановых ремонтов $\mu_{\text{р}}$.

Для восстанавливаемых систем, наряду с вероятностью безотказной работы, важными показателями являются время восстановления одной цепи после отказа и время планового ремонта t, которые позволяют определить коэффициент аварийного простоя цепи

$$K_{\text{а}i} \quad \omega_i t_{\text{в}i} \tag{6}$$

и коэффициент планового простоя из-за ремонта

$$K_{\text{р}} = \mu_{\text{р}} t_{\text{р}}, \tag{7}$$

где ω_i — средняя частота отказов i-го элемента цепи, *1/ч*; $t_{\text{в}i}$ — среднее время восстановления цепи после отказа элемента, *ч*.

По существу коэффициент аварийного простоя является вероятностью аварийного простоя, а коэффициент простоя в плановом ремонте — вероятностью простоя в плановом ремонте.

Суммарное время восстановления цепи из-за отказов i-го элемента за календарное время эксплуатации t

$$t_{\text{в}it} = t_{\text{в}i} \omega_{it} = t_{\text{в}i} \omega_i t = K_{\text{а}i} t, \tag{8}$$

а суммарное время простоя в цепи в плановом ремонте

$$t_{\text{р}t} = t_{\text{р}} \mu_{\text{р}t} = t_{\text{р}} \mu_{\text{р}} t = K_{\text{р}} t. \tag{9}$$

Коэффициент простоя цепи из-за отказов n элементов

$$K_{\text{а. ц}} = \sum_{i=1}^{n} K_{\text{а}i} = \sum_{i=1}^{n} \omega_i t_{\text{в}i}. \tag{10}$$

Длительность восстановления цепи за календарное время t

$$t_{\text{в. ц}t} = K_{\text{а. ц}} t. \tag{11}$$

Время нахождения цепи в плановом ремонте за календарное время t определяется числом плановых ремонтов и длительностью ремонта элемента цепи, продолжительность ремонта которого является наибольшей, т. е. определяется по формуле (9).

Общий коэффициент простоя из-за отказов элементов и плановых ремонтов цепи

$$K_{\text{п. ц}} = K_{\text{а. ц}} + K_{\text{р}}. \tag{12}$$

Общая длительность нахождения цепи в отключенном состоянии за календарное время t

$$t_{\text{ц}t} = K_{\text{п. ц}}\, t. \tag{13}$$

Полученные зависимости позволяют определить вероятность безотказной работы $P_{\text{д}}(t)$ и коэффициент простоя $K_{\text{д}}$ для дублированных цепей системы электроснабжения.

Вероятность безотказной работы дублированной схемы

$$P_{\text{д}}(t) = 1 - Q_{\text{д}}(t), \tag{14}$$

где $Q_{\text{д}}(t)$ — вероятность отказа дублированной системы.

Отказ дублированной системы определяется следующими ситуациями: одна цепь отказала и за время восстановления отказывает другая; одна цепь находится в плановом ремонте, а в другой происходит отказ. Таким образом, для отказа дублированной системы необходимо, чтобы наступили два события: первое — одна цепь должна быть в отключенном состоянии либо из-за аварийного отказа, либо из-за планового ремонта (вероятность этого события $Q_{\text{о. ц}}(t)$ и второе событие — отказ другой цепи за время восстановления отказа либо из-за планового ремонта первой цепи (вероятность этого события $Q_{\text{ц}}(t_{\text{в. ц}}t + t_{\text{р. ц}}t)$.

Вероятность совместного наступления событий 1 и 2 определяется по теореме умножения вероятностей для независимых событий, т. е.

$$Q_{\text{д}}(t) = Q_{\text{о. ц}}(t)\, Q_{\text{ц}}(t_{\text{ц}t}). \tag{15}$$

Используя выражения (5), (3), (9) и (11), получаем

$$Q_{\text{д}}(t) = \left[1 - e^{-t(\omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}})}\right]\left[1 - e^{-\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}} t}\right]. \tag{16}$$

После этого находим вероятность безотказной работы дублированной системы

$$P_{\text{д}}(t) = 1 - Q_{\text{д}}(t) = e^{-\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}} t} + e^{-(\omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}})\, t} + e^{-(\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}} + \omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}})}. \tag{17}$$

Средняя наработка на отказ

$$T_{\text{д}} = \int_0^\infty P_{\text{д}}(t)\, dt = \frac{1}{\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}}} + \frac{1}{\omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}}} - \frac{1}{\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}} + \omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}}}. \tag{18}$$

Как видим, вероятность безотказной работы дублированной системы изменяется в функции времени не по простому экспоненциальному закону. Обычно для систем электроснабжения $\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}} \ll \omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}}$, поэтому практически без погрешности можно определять вероятность безотказной работы дублированной системы по формуле

$$P_{\text{д}}(t) = e^{-\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}} t}, \tag{19}$$

т. е. получается простой экспоненциальный закон.

Средняя наработка на отказ

$$T_{\text{д}} = \frac{1}{\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}}}, \tag{20}$$

средняя частота отказов дублированной системы

$$\omega_д = \frac{1}{T_д} = \omega_ц K_{п.ц}, \tag{21}$$

т. е. частота отказов дублированной системы пропорциональна частоте отказов одной цепи $\omega_ц$ и вероятности простоя цепи из-за отказов и плановых ремонтов $K_{п.ц}$. Таким образом, для уменьшения частоты отказов дублированной системы в равной мере являются эффективными как снижение частоты отказов цепи, так и сокращение времени восстановления и плановых ремонтов.

Подставляя (2) и (10) в формулу (21), получаем

$$\omega_д = \sum_{i=1}^{n} \omega_i (\omega_i t_{вi} + \nu_р t_р). \tag{22}$$

Выражение (22) показывает, что частота отказов элементов влияет в большей мере на частоту отказов дублированной системы, чем время восстановления элементов после отказа.

Наряду с частотой отказов, важной характеристикой надежности дублированной системы является коэффициент простоя (вероятность аварийного простоя) $K_{п.д}$.

Простой дублированной системы возможен: 1) при одновременном отказе двух цепей; 2) плановом ремонте одной и отказе другой цепи; 3) одновременном плановом ремонте обеих цепей.

Вероятность одновременного простоя двух цепей из-за отказов определяется по теореме умножения вероятностей для независимых событий (отказ каждой из цепей), т. е.

$$K_{а.д} = K^2_{а.ц}. \tag{23}$$

Вероятность простоя $K_{а.р}$ при отказе одной и плановом ремонте другой цепи определяется двумя условиями: 1) первая цепь находится в плановом ремонте и во время ремонта происходит отказ второй цепи; 2) вторая цепь находится в плановом ремонте и в это время происходит отказ первой цепи.

Для одинаковых цепей вероятность простоя

$$K_{а.р} = 2K_{а.ц}K_р. \tag{24}$$

Вероятность простоя из-за совпадения времени плановых ремонтов первой и второй цепей

$$K_{рр} = K^2_р. \tag{25}$$

Вероятность простоя дублированной системы определяется как сумма вероятностей для рассмотренных ситуаций, т. е.

$$K_{п.д} = K^2_{а.ц} + 2K_{а.ц}K_р + K^2_р. \tag{26}$$

Формула (26) справедлива для трех условий: 1) аварийный отказ обеих цепей происходит одновременно, и среднее время восстановления цепей при каждом отказе одинаково; 2) при совпадении планового ремонта одной с отказом другой цепи время отказа совпадает с началом планового ремонта; 3) в плановый ремонт обе цепи переводятся одновременно, т. е. совпадает начало и конец ремонта. В действительности отказы одной цепи при отказавшем либо ремонтном состоянии другой происходят по определенным закономерностям, характерным для слу-

чайных событий. Поэтому в общем случае справедливым будет выражение

$$K_{\text{п. д}} = \beta_1 K^2_{\text{а. ц}} + 2\beta_2 K_{\text{а. ц}} K_{\text{р}} + \beta_3 K^2_{\text{р}}, \tag{27}$$

где β_1 — коэффициент, учитывающий несовпадение моментов начала восстановления аварийных отказов цепей дублированной системы; β_2 — коэффициент, учитывающий несовпадения начала планового ремонта одной цепи и начала времени восстановлений другой; β_3 — коэффициент, учитывающий несовпадение начала плановых ремонтов цепей дублированной системы.

На практике недопустимо планировать одновременный ремонт двух цепей, поэтому следует принять $\beta_3 = 0$.

Можно считать, что длительность восстановления цепи после каждого отказа одинакова и равна среднему времени восстановления на один отказ

$$t_{\text{в. с}} = \frac{\Sigma \omega_i t_{\text{в. с}}}{\Sigma \omega_i} = \frac{K_{\text{п. ц}}}{\omega_{\text{ц}}}, \tag{28}$$

где ω_i — частота отказов i-го элемента, $1/ч$; $t_{\text{в}i}$ — среднее время восстановления i-го элемента, $ч$.

Поэтому правомерно принять следующую модель наступления отказов и восстановления дублированной системы: время восстановления после каждого отказа элементов цепи одинаково и равно среднему времени восстановления $t_{\text{в. с}}$; если одна цепь находится в аварийном ремонте, то отказ другой может произойти с одинаковой вероятностью в любой стадии восстановления первой, т. е. имеет место равномерное распределение плотности вероятности отказов за время аварийного ремонта. На рис. 2 по оси ординат откладывается равномерная плотность вероятности отказа одной цепи за время аварийного ремонта другой P, а по оси абсцисс — время восстановления дублированной системы $t_{\text{в. д}}$. Если отказы двух цепей происходят одновременно, то время простоя дублированной системы $t_{\text{в. д}}$ будет равно среднему времени восстановления цепи $t_{\text{в. с}}$, т. е. $t_{\text{в. д}} = t_{\text{в. с}}$. Если же, например, отказ одной цепи наступает в тот момент, когда другая цепь наполовину восстановлена, то время простоя дублированной системы будет равно 0,5 $t_{\text{в. с}}$.

В общем случае значение коэффициента β_1 равно отношению среднего времени простоя дублированной системы $t_{\text{в. д. с}}$ в случае равномерной плотности распределения вероятности появления отказов одной цепи за время аварийного ремонта другой ко времени простоя дублированной системы при одновременном (синфазном) отказе обеих цепей $t_{\text{в. с}}$

$$\beta_1 = \frac{t_{\text{в. д. с}}}{t_{\text{в. с}}}. \tag{29}$$

Значение $t_{\text{в. д. с}}$ находим из рис. 2. Поскольку заштрихованная площадь равна единице, то ордината $p = \frac{1}{t_{\text{в. с}}}$. Математическое ожидание при равномерной плотности распределения вероятности

$$t_{\text{в. д. с}} = \int_0^{t_{\text{в. с}}} t_{\text{в. д}} P dt_{\text{в. д}} = \frac{t_{\text{в. с}}}{2}, \tag{30}$$

а коэффициент

$$\beta_1 = \frac{t_{\text{в. д. с}}}{t_{\text{в. с}}} = \frac{1}{2}.$$

Коэффициент β_2 определяется на основе следующих предпосылок. Если время планового ремонта одной цепи больше среднего времени восстановления другой при отказе ($t_{в.с} < t_р$), то время простоя дублированной системы будет оставаться неизменным и равным $t_{в.с}$, а время наступления отказов находиться в интервале $0 \div (t_р - t_{в.с})$. Для отказов, наступающих в интервале $(t_р - t_{в.с}) \div t_р$, время восстановления дублированной системы будет равно оставшемуся времени до окончания планового ремонта (рис. 3). По оси ординат показана длительность простоя дублированной системы $t_{в.д}$, а по оси абсцисс — текущее время планового ремонта от начала ($t=0$) до окончания ($t=t_р$).

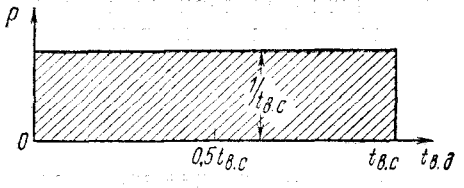


Рис. 2. Определение коэффициента простоя дублированной системы

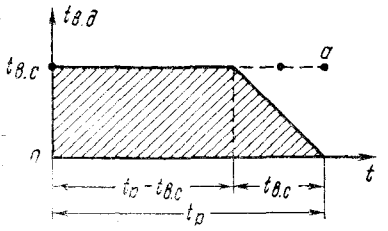


Рис. 3. Определение коэффициента β_2

Значение коэффициента β_2 равно отношению заштрихованной площади на рис. 3 к площади прямоугольника $Ot_{в.с}at_р$, т. е.

$$\beta_2 = \frac{t_{в.с}(t_р - t_{в.с}) + \frac{t^2_{в.с}}{2}}{t_{в.с}t_р} = 1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{t_{в.с}}{t_р}. \qquad (31)$$

При $t_{в.с} \geqslant t_р$ $\beta_2 = \frac{1}{2}$, т. е. $\beta_2 = \beta_1 = \frac{1}{2}$. После этого выражение для коэффициента простоя дублированной системы принимает вид

$$K_{п.д} = \frac{1}{2}K^2_{а.ц} + 2\left(1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{t_{в.с}}{t_р}\right)K_{а.ц}K_р. \qquad (32)$$

Коэффициент β_1 можно определить способом, использованным при определении коэффициента β_2.

Время простоя дублированной системы за календарное время

$$t_{в.д\,t} = K_{п.д}t. \qquad (33)$$

Пример. Определить частоту отказов, вероятность безотказной работы и время восстановления дублированной системы электроснабжения, представленной на рис. 1, на котором приняты следующие обозначения: *1* — распределительное устройство с масленными выключателями на напряжении 110 *кв*; *2* — воздушная линия электропередачи, $l=100$ *км*; *3* — распределительные устройства с отделителем на напряжение 110 *кв*; *4* — двухобмоточный трансформатор 110/6 *кв*; *5* — распределительное устройство на напряжение 6 *кв*.

Данные о частоте отказов ω, времени восстановления цепи при отказе отдельных элементов $t_в$ и времени планового ремонта $t_р$ берем из работы А. А. Федорова* (табл. 6, 5).

---

* А. А. Федоров. Основы электроснабжения промышленных предприятий. Энергия, 1967.

В нашем примере: $\omega = 0{,}03$ 1/год; $t_{в1}=25$ ч; $t_{р1}=25$ ч; $\omega_2=0{,}7$ 1/год; $t_{в2}=10$ ч; $\omega_3=0{,}006$ 1/год; $t_{в3}=15$ ч; $\omega_4=0{,}01$ 1/год; $t_{в4}=90$ ч; $t_{р4}=25$ ч; $\omega_5=0{,}002$ 1/год; $t_{в5}=15$ ч; $t_{р5}=15$ ч.

Прежде чем определить показатели надежности дублированной системы, необходимо вычислить ряд показателей для одной цепи.

1. Расчет показателя надежности для одной цепи дублированной системы. Частоту отказов цепи находим по формуле (2)

$$\omega_ц = \sum_1^5 \omega_i = 0{,}03 + 0{,}7 + 0{,}006 + 0{,}01 + 0{,}02 = 0{,}748 \text{ 1/год}.$$

Наработка на отказ цепи

$$T = \frac{1}{\omega_ц} = \frac{1}{0{,}748} = 1{,}34 \text{ года}.$$

Вероятность безотказной работы цепи определяется по формуле (1)

$$P_ц(t) = e^{-\omega_ц t} = e^{-0{,}748 t}.$$

На рис. 4 построены зависимости $P_ц(t)$ (кривая *1*) и вероятности отказа цепи $Q_ц(t) = 1 - P_ц(t)$ (кривая *2*).

Для определения коэффициента простоя цепи используем формулу (10)

$$K_{а.ц} = \sum_1^5 \omega_i t_{вi} = (0{,}03 \cdot 25 + 0{,}7 \cdot 10 + 0{,}006 \cdot 15 + 0{,}01 \cdot 90 + 0{,}002 \cdot 15) \times$$

$$\times \frac{1}{8760} = \frac{8{,}77}{8760} = 10^{-3}.$$

Ожидаемое время аварийного простоя цепи в течение года определяем по формуле (11)

$$t_{в.ц\,t} = K_{а.ц}\, t = 10^{-3} \cdot 8760 = 8{,}76 \text{ ч}.$$

Необходимость введения коэффициента 1/8760 вызвана тем, что частота отказов всюду задана 1/год, а время восстановления — в часах.

Среднее время восстановления цепи, приходящееся на один отказ, определяется по формуле (28)

$$t_{в.с} = \frac{K_{а.ц}}{\omega_ц} = \frac{10^{-3}}{0{,}748} =$$

$$= 1{,}34 \cdot 10^{-3} \text{ года},$$

или

$$t_{в.с} = 1{,}34 \cdot 10^{-3} \cdot 8760 = 11{,}7 \text{ ч}.$$

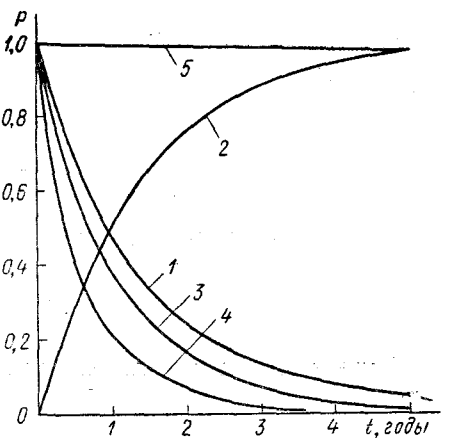


Рис. 4. Показатели надежности дублированной и недублированной систем электроснабжения

Длительность планового ремонта цепи принимается по элементу с наибольшей продолжительностью ремонта

$$t_{р1} = t_{р4} = 25 \text{ ч},$$

а частота плановых ремонтов — в зависимости от местных условий.

В приведенном примере предполагается один плановый ремонт в течение года, т. е.

$$\mu_р = 1 \text{ 1/год}, \text{ а } T_{п.р} = 1 \text{ год}.$$

Коэффициент простоя цепи в плановом ремонте

$$K_{\text{р}} = \mu_{\text{р}} t_{\text{р}} = 1 \cdot 25 \cdot \frac{1}{8760} = 25 \cdot 1{,}14 \cdot 10^{-4} = 2{,}85 \cdot 10^{-3}.$$

Сравнивая коэффициент аварийного простоя цепи с коэффициентами простоя цепи при плановом ремонте, видим, что значение $K_{\text{р}} = 2{,}85 — 10^{-3}$ почти в три раза больше $K_{\text{а. ц}} = 10^{-3}$.

Общий коэффициент простоя цепи

$$K_{\text{п. ц}} = K_{\text{а. ц}} + K_{\text{р}} = 10^{-3} + 2{,}85 \cdot 10^{-3} = 3{,}85 \cdot 10^{-3}.$$

Вероятность неотключения цепи на плановый ремонт определяем по формуле (4)

$$P_{\text{о. ц}}(t) = e^{-\mu_{\text{р}} t} = e^{-t}.$$

На рис. 4 по этому выражению построена зависимость $P_{\text{р. ц}}(t)$ (кривая *3*).

Вероятность неотключения цепи определяется по формуле

$$P_{\text{о. ц}}(t) = e^{-(\omega_{\text{ц}} + \mu_{\text{р}})t} = e^{-1{,}748t}.$$

На этом же рисунке (кривая *4*) построена зависимость $P_{\text{о. ц}} = f(t)$.

2. Расчет показателей надежности дублированной системы электроснабжения. Вероятность безотказной работы находим по формуле (17)

$$P_{\text{д}}(t) = e^{-0{,}748 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{-3} t} + e^{-(0{,}748+1)t} - e^{-[0{,}748 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{-3} + (0{,}748+1)]t},$$

или

$$P_{\text{д}}(t) = e^{-2{,}9 \cdot 10^{-3} t}.$$

По этому выражению на рис. 4 построена зависимость $P_{\text{д}}(t)$ (кривая *5*).

Средняя наработка на отказ определяется по формуле (20)

$$T_{\text{д}} = \frac{1}{\omega_{\text{ц}} K_{\text{п. ц}}} = \frac{1}{0{,}748 \cdot 3{,}85 \cdot 10^{-3}} = 350 \text{ лет}.$$

Средняя частота отказов

$$\omega_{\text{д}} = \frac{1}{T_{\text{д}}} = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ 1/год}.$$

Определяем коэффициент простоя дублированной системы по формуле (32)

$$K_{\text{п. д}} = \frac{1}{2}(10^{-3}) + 2 \cdot 0{,}766 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}85 \cdot 10^{-3} = 0{,}5 \cdot 10^{-6} +$$

$$+ 4{,}37 \cdot 10^{-6} = 4{,}87 \cdot 10^{-6},$$

а коэффициент β_2 по формуле (31)

$$\beta_2 = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{t_{\text{св}}}{t_{\text{р}}} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{11{,}7}{25} = 0{,}766.$$

Время простоя дублированной системы в течение одного года

$$t_{\text{в. д}\,t} = 4{,}87 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 = 0{,}043 \text{ ч}.$$