*Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Резолюции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г. В. Плеханова, т. LXVII, вып. 1, 1975 г.*

# ЭНЕРГОЕМКОСТЬ РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

Доктор техн. наук *В. А. Падуков*
(Ленинградский горный ин-т)

Разрушение (дробление) скальных горных пород — процесс образования новых поверхностей, формирование кусков, каждый из которых, согласно принципу Кюри [9], обладает двумя видами энергии — энергией объема и энергией поверхности.

Затраты энергии, необходимые для разрушения горных пород, являются функцией не только упругих, прочностных характеристик породы, условий нагружения, но и степени ее дробления.

Работами В. Л. Кирпичева, П. Р. Риттингера, Ф. Бонда [8, 25, 26] установлено, что затраты энергии при механическом дроблении твердых материалов пропорциональны объему деформируемой среды, вновь образованной поверхности продуктов разрушения и среднему геометрическому из объема и поверхности объекта разрушения.

В науке обогащения полезных ископаемых гипотезы В. Л. Кирпичева и П. Р. Риттингера известны как законы дробления. Однако, как подчеркивал С. Е. Андреев [1], пределы справедливости и условия применения рассматриваемых гипотез до сих пор остаются дискуссионными.

Гипотезы В. Л. Кирпичева и П. Р. Риттингера объединяются гипотезой П. А. Ребиндера [18], согласно которой общие затраты энергии при дроблении твердых тел должны включать в себя как затраты на их деформацию, так и затраты, связанные с образованием новых поверхностей,

$$A = \frac{\sigma_r^2}{2E} \cdot V + \sigma_п S, \qquad (1)$$

где $A$ — суммарная энергоемкость разрушения; $\sigma_r$ — прочностная характеристика породы; $E$ — модуль упругости; $V$ — объем разрушения; $\sigma_п$ — плотность поверхностной энергии; $S$ — вновь образованная поверхность.

При хрупком разрушении первый член формулы (1) представляет собой затраты энергии на упругую деформацию, второй — затраты, связанные с образованием трещин — новых поверхностей обнажения. Поверхностная энергоемкость численно равна работе, которую необходимо затратить на образование новых поверхностей при разделении объема среды на части. Плотность поверхностной энергии [16]

$$\sigma_п = \frac{1}{2} \sigma \delta_к, \qquad (2)$$

где $\sigma$ — предел хрупкой прочности среды; $\delta_к$ — абсолютная величина деформации, при которой противоположные берега трещины не взаимодействуют друг с другом.

При $\sigma_п S < \frac{\sigma_г^2}{2E} V$ вторым членом уравнения (1) можно пренебречь, оно вырождается в уравнение В. Л. Кирпичева. И только тогда, когда доля затрат энергии, связанной с образованием новых поверхностей, становится преобладающей, уравнение начинает отражать точку зрения П. Р. Риттингера.

В практике взрывных работ необходимую величину заряда взрывчатого вещества ВВ определяют по формуле М. М. Фролова [22], аналогичной формуле П. А. Ребиндера,

$$Q = a_1 W^3 + a_2 W^2, \qquad (3)$$

где $Q$ — вес заряда ВВ, *кг*; $a_1$ и $a_2$ — опытные коэффициенты; $W$ — линия наименьшего сопротивления (ЛНС), *м*.

Из формул П. А. Ребиндера и М. М. Фролова следует, что с увеличением размера куска линии наименьшего сопротивления, удельная энергоемкость и удельный расход ВВ уменьшаются, т. е. не являются величинами инвариантными. Таким образом, при прочих равных условиях удельная поверхность $S_{уд} = S/V$ является не только количественной характеристикой среднегармонического размера разрушаемого объема среды, но и качественной, с точки зрения энергетики процесса. Этот вывод отражает закон дисимметрии (диспропорциональности) пространства [10], согласно которому законы природы являются несимметричными (неинвариантными) относительно масштабных преобразований.

Идея применения понятия симметрии к анализу физических явлений принадлежит П. Кюри. Он писал: «Я полагаю, следует ввести в физику понятия симметрии, привычные для кристаллографов» [20, стр. 22]. Под симметрией П. Кюри понимал строение и состояние движения среды за счет влияния физических факторов. Любое явление может быть охарактеризовано определенными элементами симметрии. Однако подлинным творцом явления является дисимметрия.

Вспомним вновь слова П. Кюри: «...когда в каких-либо явлениях обнаруживается определенная дисимметрия, то эта же дисимметрия должна проявляться и в причинах, их породивших» [20, стр. 22].

Конкретизируем эти мысли П. Кюри применительно к процессу разрушения пород взрывом. Различные по весу заряды ВВ, различные по величине ЛНС воронки взрыва, являясь внешне симметричными, содержат в себе внутреннюю дисимметрию, которая приводит к тому, что затраты энергии, связанные с удельной поверхностью, и, следовательно, удельный расход ВВ несимметричны относительно ЛНС, если под симметрией понимать особого рода инвариантность затрат энергии относительно единичного объема разрушаемой среды.

Однако дисимметрия еще не означает нарушения симметрии явления в целом, ибо нарушение симметрии должно служить основанием для поиска новых, не известных еще типов симметрии [15].

Сопоставляя расширенное определение понятия симметрии, данное Кюри, с определением понятия информации как объективной характеристики материи (информация — количественная мера изменений в происходящих процессах), можно прийти к выводу о близости этих трактовок. Поэтому был предпринят поиск новых типов инвариантов (новых типов симметрии) удельных затрат энергии при упругом, пластическом деформировании и дроблении горной породы на основе теории информации [23].

Согласно В. М. Глушкову, «Информация в самом общем ее понимании представляет собою меру неоднородности распределения материи и энергии в пространстве и во времени, меру изменений, которыми сопровождаются все протекающие в мире процессы» [6, стр. 36].

Характеристикой априорной неопределенности системы в теории информации является энтропия, под которой понимается взятая с обратным знаком сумма произведений вероятностей различных состояний системы на логарифмы этих вероятностей [2]:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i \cdot \tag{4}$$

При получении сведений неопределенность системы уменьшается, поэтому количество информации измеряют уменьшением энтропии той системы, о которой получены определенные сведения,

$$I = H_0(x) - H_1(x). \tag{5}$$

Если после получения сведений состояние системы становится известным, то

$$I = H_0(x) - 0,$$

или

$$I = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i, \tag{6}$$

т. е. количество информации, получаемое при полном выявлении состояния системы, равно энтропии этой системы. Эти два понятия включают «дополнительные стороны» одной и той же реальности.

В случае, когда возможные состояния системы априори одинаково вероятны ($p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$), частная информация каждого отдельного сообщения

$$I_i = -\log p_i = \log n \tag{7}$$

равна полной информации

$$I = -n \frac{1}{n} \log n = \log n, \tag{8}$$

где $n$ — число возможных состояний систем.

Так как вероятность данного события обратно пропорциональна отклонению $x$ от стандарта $x_0$ [17], то

$$p = \frac{x_0}{x}, \tag{9}$$

поэтому выражение для информации переписывается в виде

$$I = \log \frac{x}{x_0} \cdot \tag{10}$$

В практике буровзрывных работ чаще всего приходится иметь дело с системами, определяемыми непрерывными параметрами. В этой связи встает вопрос об определении энтропии и информации непрерывной системы.

Рассмотрим систему, определяемую непрерывной случайной величиной $x$ с плотностью распределения $f(x)$. Распространим на нее понятие энтропии

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\,\Delta x \log\{f(x_i)\,\Delta x\} = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\log f(x)\,dx - \log\Delta x, \tag{11}$$

где $\Delta x$ — участок нечувствительности измерительного прибора; $f(x_i)\Delta x$ — вероятность попадания в соответствующий разряд.

Из выражения для определения $H(x)$ следует, что если первый член не зависит от точности определения состояния системы, то второй определяется с точностью $\Delta x$. $\log\Delta x$ стремится к бесконечности при $\Delta x \to 0$, т. е. чем точнее мы хотим определить состояние системы, тем большую неопределенность нужно устранить. Поэтому величину

$$H^*(x) = -\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\log f(x)\,dx \tag{12}$$

называют приведенной энтропией непрерывной системы. Энтропия системы выражается через приведенную энтропию следующим образом:

$$H(x) = H^*(x) - \log\Delta x, \tag{13}$$

т. е. от точности измерения зависит только начало отсчета, при котором вычисляется энтропия.

Так как информация определяется как разность двух энтропий, характеризующих состояние системы до и после получения сведений, то ее величина не зависит от участка нечувствительности измерительного прибора. Она может быть найдена как разность приведенных энтропий системы

$$I = H_0^*(x) - H_1^*(x). \tag{14}$$

Формула для определения информации является как бы обобщением основополагающих гипотез целого ряда наук (акустики, сейсмологии, механики грунтов и горных пород, металловедения), отражающих зависимость восприятия биологических и механических систем от интенсивности источника: когда интенсивности меняются в геометрической прогрессии, то восприятия — в арифметической. Приведем одну из этих гипотез.

Закон Вебера—Фехнера [3]:

$$E = k\ln\frac{S}{S_0}, \tag{15}$$

где $E$ — интенсивность ощущения; $S$ — физическая мера интенсивности, вызывающая ощущение света, звука; $S_0$ — минимальное воздействие, способное вызывать ощущения; $k$ — постоянная, зависящая от выбора размерности.

Лучшие из шкал интенсивности землетрясений и сейсмической активности грунтов (в баллах) подчиняются психо-физическому закону Вебера—Фехнера [12]. В частности, магнитуда землетрясений по шкале Ч. Рихтера определяется по формуле

$$M = \log\frac{A}{A_0}, \tag{16}$$

где $A_0$ — амплитуда колебаний при стандартном, а $A$ — при изучаемом землетрясении.

Формула для определения приращения сейсмической активности грунтов имеет аналогичный вид [13]:

$$n = 1{,}67 \log \frac{\rho_0 c_0}{\rho_n c_n} + \alpha e^{0{,}04h}, \qquad (17)$$

где $n$ — приращение сейсмической активности в баллах для грунтов с характеристиками $\rho_n c_n$ по отношению к грунтам с характеристиками $\rho_0 c_0$; $c_n$ и $c_0$ — скорости распространения сейсмических волн; $\rho_n$ и $\rho_0$ — плотности грунтов; $h$ — глубина уровня грунтовых вод; $\alpha$ — коэффициент, зависящий от типа грунтов.

По этой формуле рассчитываются приращения сейсмической интенсивности для грунтов относительно гранита.

Деформируемость грунтов обычно определяют по формуле Н. М. Герсеванова [4]

$$\varepsilon_н - \varepsilon_к = \frac{1}{A_n} \ln \frac{\sigma_к}{\sigma_н}, \qquad (18)$$

где $\varepsilon_н$ и $\varepsilon_к$ — начальная и конечная пористость грунта; $A_n$ — константа; $\sigma_н$ и $\sigma_к$ — начальное и конечное сжимающие напряжения.

Влияние скорости нагружения на прочность металлов оценивают по формуле, предложенной Н. Н. Давиденковым [7],

$$\sigma_2 = \sigma_1 + c_1 \log \frac{v_2}{v_1}, \qquad (19)$$

где $\sigma$ — прочностная характеристика; $c$ — константа; $v_2$ и $v_1$ — сравниваемые скорости нагружения.

Наконец, последняя по счету, но не по важности для решения задач механики горных пород формула Г. Л. Фисенко [21]

$$y = 1 + a \ln x, \qquad (20)$$

где $y = \tau_к / \tau_м$ — отношение сцепления породы в куске к сцеплению породы в массиве; $a$ — коэффициент, зависящий от характера трещиноватости и прочности пород; $x = H/l$ — отношение высоты призмы обрушения к размеру структурного блока.

Покажем, что существующие соотношения для определения затрат энергии при упругом, пластическом деформировании и разрушении горных пород являются частными случаями основной формулы теории информации.

Затраты энергии при упругой деформации единичного объема среды

$$a_у = 0{,}5 \sigma_т \ln \frac{l_2}{l_1}, \qquad (21)$$

где $\sigma_т$ — предел упругости; $l_1$ и $l_2$ — размеры элемента до и после испытания.

Затраты энергии при пластической деформации единичного объема

$$a_{пл} = \sigma_0 \ln \frac{l_3}{l_2}, \qquad (22)$$

где $\sigma_0$ — предел текучести; $l_2$ и $l_3$ — размеры элемента до и после деформации.

Затраты энергии на дробление породы. Аналитически обобщающим существующие законы дробления горных пород является выражение Чарльза—Рундквиста [5, 19]

$$A_{др} = -c \int_{D_{ср}}^{d_{ср}} \frac{dx}{x^n}, \tag{23}$$

где $c$ — коэффициент пропорциональности; $x$ — линейный размер куска; $n$ — показатель степени. При $n=1$ интегрирование уравнения приводит к гипотезе Кирпичева, при $n=2$ — к гипотезе Риттингера, а при $n=1{,}5$ — к гипотезе Бонда.

На основании формулы теории информации останавливаем свой выбор на коэффициенте $n=1$. Тогда

$$A_{др} = c_к \ln \frac{D_{ср}}{d_{ср}}, \tag{24}$$

где $D_{ср}$ — среднегармонический размер куска до дробления; $d_{ср}$ — то же, после дробления.

Анализ формул (6), (24) и имеющихся экспериментальных данных [24, 14] позволяет конкретизировать значение коэффициента $c_к$:

$$c_к = \sigma_{др} V, \tag{25}$$

где $\sigma_{др}$ — прочностная характеристика среды.

Итак, выражение удельных затрат энергии при дроблении породы может быть записано в виде

$$a_{др} = \sigma_{др} \ln \frac{S_и}{S_0},$$

или

$$a_{др} = \sigma_{др} \ln \frac{D_{ср}}{d_{ср}}. \tag{26}$$

В случае, когда

$$D_{ср} = d_{ср} + \Delta d_{ср},$$

$$a_{др} = \sigma_{др} \ln \left(1 + \frac{\Delta d_{ср}}{d_{ср}}\right) \approx \sigma_{др} \frac{\Delta d_{ср}}{d_{ср}} \approx \sigma_{др} \left(\frac{D_{ср}}{d_{ср}} - 1\right),$$

т. е. приходим к гипотезе Риттингера.

Зависимости (21)—(24) позволяют сформулировать следующую гипотезу: затраты энергии при упругом пластическом деформировании и дроблении горной породы определяются в рамках каждой из фаз начальным и конечным ее состояниями:

$$a_0 = 0{,}5\sigma_в \ln \frac{l_2}{l_1} + \sigma_0 \ln \frac{l_з}{l_2} + \sigma_{др} \ln \frac{S_и}{S_0}. \tag{27}$$

Уравнению (27) может быть дана следующая физическая интерпретация: оно суммирует затраты энергии, связанные с изменением объема, формы и образованием новых поверхностей.

С учетом затрат энергии, связанных с перемещением (разлетом) горной массы ($a_{пер}$), уравнение (27) можно переписать в виде

$$a_0 = a_у + a_{пл} + a_{др} + a_{пер}. \tag{28}$$

Иными словами, при переходе скальной породы из сплошного (начального) состояния в дискретное (конечное) сумма работы дробления, теплоты и энергии перемещения раздробленной массы определяется только начальным и конечным состояниями породы. Сумма этих работ не зависит от фазовой траектории перехода среды из начального состояния в конечное.

Характеристикой состояния среды как системы является внутренняя энергия. Увеличение энтропии среды при дроблении также не зависит от способа ее перехода из одного состояния в другое, поэтому оно может быть представлено в виде

$$\Delta H = \frac{A_{др}}{T}, \qquad (29)$$

где $T$ — абсолютная температура.

В связи с тем, что механическая работа деформации зависит от режима нагружения, возникает вопрос: как определять затраты энергии, связанные с изменением объема и формы. К их определению можно подойти, исходя из следующих соображений.

1. При квазистатическом переходе в смежное состояние система производит работу бо́льшую, чем при любом нестатическом смещении в то же состояние.

2. Так как работа и теплота — в данном случае единственно возможные формы передачи энергии, площадь под диаграммой состояния породы при квазистатическом нагружении (вплоть до разрушения) можно рассматривать как механическую работу, идущую на изменение объема и формы.

Отличительными особенностями уравнения (24) являются: 1) оно инвариантно (симметрично) относительно параметров состояния горной породы и отражает единство непрерывности и дискретности; 2) с его помощью можно количественно оценить затраты энергии, зная физические свойства и характер напряженного состояния среды и задаваясь степенью ее дробления; 3) частными случаями предлагаемой гипотезы являются гипотезы В. Л. Кирпичева и П. Р. Риттингера.

Важным прогностическим следствием, вытекающим из анализируемой гипотезы, является вывод относительно закона распределения продуктов разрушения: дискретности процесса формирования кусков и независимости суммарных затрат энергии от направленности процесса удовлетворяет логарифмически нормальный закон распределения. Имеющиеся экспериментальные данные по гранулометрическому составу горной массы при различных способах отбойки (шпуровой, минной, скважинной) подтверждают этот вывод [11].

## ЛИТЕРАТУРА


1. Андреев С. Е. Законы дробления. Горн. ж., 1952, № 7.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Наука, 1969.
3. Галунов В. И. Психофизические шкалы. В сб. «Распознавание слуховых образов». Наука, 1970.
4. Герсеванов Н. М., Полшин Д. Е. Теоретические основы механики грунтов и их практическое приложение. Стройиздат, 1948.
5. Гийо Р. Проблема измельчения материалов и ее развитие. Госстройиздат, 1964.
6. Глушков В. М. Мышление и кибернетика. Вопросы философии, 1963, № 1.
7. Давиденков Н. Н. Динамические испытания металлов. ОНТИ, 1936.
8. Кирпичев В. Л. Сопротивление материалов. ОНТИ, 1928.
9. Кюри П. Избранные труды. Наука, 1966.
10. Личков Б. Л. К основам современной теории Земли. Изд. ЛГУ, 1965.
11. Макарьев В. П., Коротков Ю. А. К вопросу о законе распределения размеров кусков взорванной горной массы. Тр. ин-та Гипроникель, вып. 52, 1971.

12. Медведев С. В., Шебалин Н. В. С землетрясением можно спорить. Наука, 1967.
13. Медведев С. В., Карпетян Б. К., Быховский В. А. Сейсмические воздействия на здания и сооружения. Госстройиздат, 1968.
14. Нормативный справочник по буровзрывным работам на дневной поверхности. Стройиздат, 1964.
15. Овчинников Н. Ф. Принцип сохранения. Наука, 1966.
16. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Наукова думка, 1968.
17. Покровский Г. И., Тростников В. Н. Организация информационного потока. В сб. «Будущие науки». Знание, 1968.
18. Ребиндер П. А., Шрейнер Л. А., Жигач К. Ф. Понизители твердости пород в бурении. Изд-во АН СССР, 1944.
19. Рундквист А. К. Общая форма законов дробления. Научно-техн. информ. бюлл. ин-та Механобр, № 2, 1956.
20. Сб. «Мария Кюри, Пьер Кюри», Наука, 1968.
21. Фисенко Г. П. Прочностные характеристики массива горных пород. В сб. «Механика пород и маркшейдерское дело». Углетехиздат, 1959.
22. Фролов М. М. Исследование о минных горнах. Приложение к инженерному журналу № 3 за 1868 г. СПб., 1868.
23. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. ИЛ, 1963.
24. Шрейнер Л. А. Физические основы механики горных пород. Гостоптехиздат, 1950.
25. Bond F. C. Trans. A.I.M.M.E., 1952.
26. Rittinger P. R. Lehrbuch der Aufbereitungskunde. Berlin, 1867.