DOI: 10.25515/PMI.2017.5.558

Электромеханика и машиностроение

УДК 004.942

МУЛЬТИФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННОГО ПОТОКА ПРИ ДВИЖЕНИИ ПО КАНАЛУ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

М.А.ВАСИЛЬЕВА[1], **С.ФЁЙТ**[2]
[1] *Санкт-Петербургский горный университет, Санкт-Петербург, Россия*
[2] *Университет прикладных наук имени Георга Агриколы, Бохум, Германия*

В статье рассмотрена задача, направленная на решение фундаментальных проблем разработки эффективных методов и средств проектирования, контроля и управления течения жидкостей в трубопроводах переменного сечения, предназначенных для производства насосного оборудования, медицинских приборов и используемых в таких областях промышленности, как горная, химическая, пищевая и др. Выполнение имитационного моделирования движения потока по схеме скрученного лопастного статического смесителя позволяет оценить эффективность смешивания путем вычисления траектории и скоростей взвешенных частиц через смеситель, а также оценить потери напора на гидравлическое сопротивление потока. Модель исследует смешивание твердых частиц, растворенных в жидкости при комнатной температуре. Для визуализации процесса распределения частиц смеси по сечению и анализа эффективности смешения использовался модуль Poincaréplot программной среды COMSOL Multiphysics.

Впервые разработана мультифизическая модель течения гетерогенного потока, которая подробно описывает физическое состояние жидкости во всех точках рассматриваемой области в начальный момент времени, учитывает конструктивные параметры канала (ориентация, размеры, материал и др.), задает законы изменения параметров на границах рассчитываемой области в условиях волнового изменения внутреннего сечения рабочей камеры-канала индукционного перистальтического насосного агрегата под воздействием энергии магнитного поля.

***Ключевые слова*:** гетерогенный поток, математическое моделирование, эластомер, смеситель, перистальтическое транспортирование

***Как цитировать эту статью*:** Васильева М.А. Мультифизическая модель течения гетерогенного потока при движении по каналу переменного сечения / М.А.Васильева, С.Фёйт // Записки Горного института. 2017. Т. 227. С. 558-562. DOI: 10.25515/PMI.2017.5.558

Введение. Многие проблемы гидромеханики, гидравлики и организации технологических процессов из-за умеренных скоростей перемещения среды можно изучать в рамках модели несжимаемой вязкой жидкости [1]. В настоящее время существуют различного рода задачи, полное исследование которых может быть проведено лишь путем вычислительного эксперимента или с помощью тщательно поставленного физического эксперимента [2, 3, 5, 10, 11, 14, 15]. Однако представляющие практический интерес явления и технологические процессы часто не поддаются всестороннему физическому моделированию и затраты на проведение таких экспериментов чрезмерно велики.

Задачи, представляющие практический интерес, как правило, характеризуются многомерностью, нестационарностью, нелинейностью, наличием свободных границ и пограничных слоев и описываются уравнениями Навье – Стокса [6-9, 12, 13]. Нелинейность уравнений Навье – Стокса и наличие малого параметра при старших производных (особенно при больших числах Рейнольдса) создают серьезные трудности как при их аналитическом исследовании, так и при численном решении этих уравнений с помощью ЭВМ.

Постановка проблемы. Индукционный перистальтический насосный агрегат предназначен для перемещения посредством волны локальной деформации рабочей камеры-канала несжимаемых веществ по трубопроводу переменной геометрии.

Рабочая камера-канал индукционного перистальтического насосного агрегата выполняет роль статического смесителя. Транспортируемое вещество нагнетается через трубу, содержащую неподвижные шнеки. Этот метод смешивания особенно хорошо подходит для смешивания с ламинарным потоком, так как он создает лишь небольшие потери давления потока (рис.1).

Перистальтический трубопровод можно рассматривать как деформируемое тело, по которому движутся вынужденные волны деформации сокращения и удлинения. При этом не происходит переноса частиц трубопровода. Часть сечений трубопровода сжимается, уменьшая площадь

DOI: *10.25515/PMI.2017.5.558*

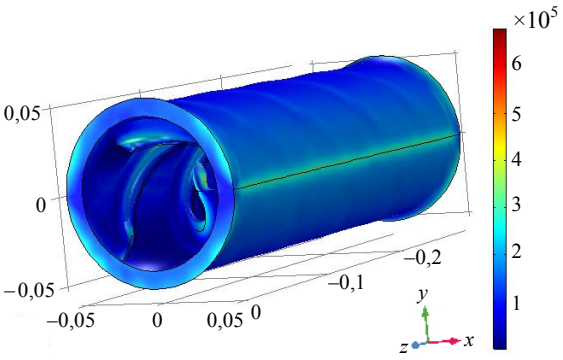


Рис.1. Внутренний рельеф рабочей камеры-канала

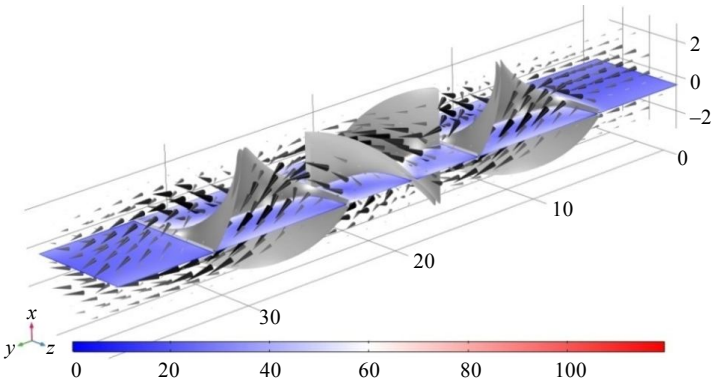


Рис.2. Распределение векторов скорости при прохождении секции рабочей камеры-канала смесителя

сечения, а часть последующих сечений расширяется. Этот процесс последовательно перемещается по трубопроводу, образуя движущуюся волну. Сжатие трубы позволяет перекачивать смесь ламинарным потоком с относительно низким напряжением сдвига. Рельеф внутренней поверхности трубопровода обеспечивает структурирование потока, а также его перемешивание одновременно с транспортированием, что предотвращает расслаивание неоднородных сред [16, 17].

Методология. При обтекании тела наряду с лобовым сопротивлением могут возникнуть составляющие вязких сил, ортогональные к вектору скорости движения тела относительно жидкости (подъемная сила по Жуковскому).

Вязкость – это макроскопическое проявление молекулярного движения и перемешивания. Если в жидкости формируются макроскопические пульсации, это приводит к перемешиванию в макроскопических масштабах и изменению вязких сил, в частности, сил увлечения, с которыми поток действует на обтекаемое тело и стенки труб. Поэтому уравнение, приведенное для поля давлений $p(\tau,t)$ и поля скоростей $u(\tau,t)t$

$$p\left[\frac{\nabla u(\tau,t)}{\nabla t}+(u(\tau,t),\nabla)u\right]=-\nabla p-\eta\nabla u(\tau,t), \tag{1}$$

справедливо, только если скорость не превышает критического значения, определенного числом Рейнольдса, т.е. пока линии тока реальных течений не становятся «извилистыми».

Формула Л.Прантля для турбулентной вязкости:

$$\eta_T=l^2\left|\frac{\nabla u}{\nabla y}\right|, \tag{2}$$

где l – длина перемешивания, определенная из опыта; u – среднее значение скорости потока.

Имитационное моделирование движения потока по схеме скрученного лопастного статического смесителя позволяет оценить эффективность смешивания путем вычисления траектории и скоростей взвешенных частиц через смеситель, а также оценить потери напора на гидравлическое сопротивление потока (рис.2).

Модель исследует смешивание твердых частиц, растворенных в жидкости при комнатной температуре. Геометрия русла состоит из трубки с тремя витыми шнеками переменного вращения.

Поток на входе является ламинарным и полностью разработан со средней скоростью 1 см/с. На выходе модель определяет постоянное напорное давление 0 Па. Ламинарный поток описывается уравнением

$$p(u\nabla)u=\nabla\left[-pI+\mu\left(\nabla u+(\nabla u)^T\right)\right], \tag{3}$$

$$\nabla u=0.$$

Траектории частиц вычисляются по ньютоновской модели с использованием закона торможения Стокса [4]:

DOI: *10.25515/PMI.2017.5.558*

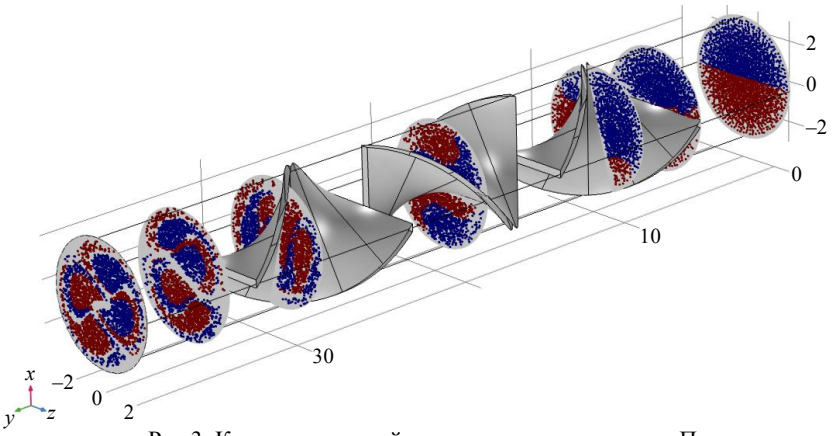


Рис.3. Карты траекторий частиц в разных сечениях Пуанкаре

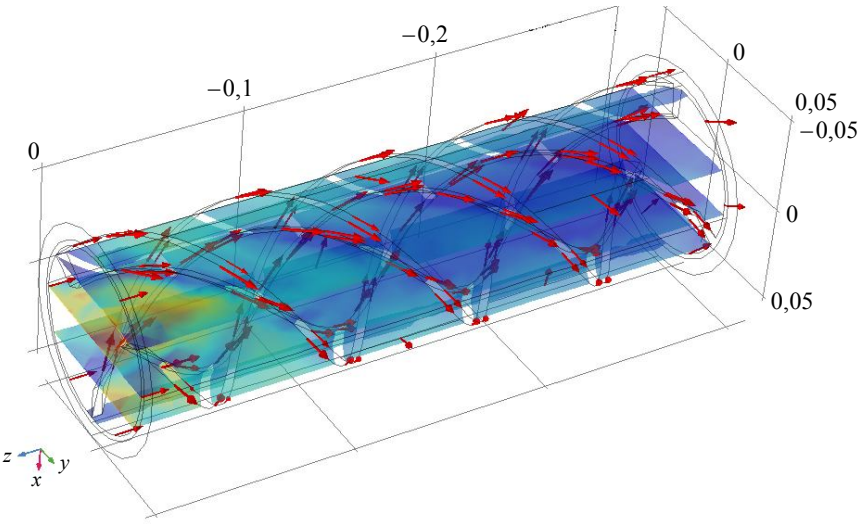


Рис.4. Участок траекторий частиц внутри камеры-канала смесителя

$$\frac{d}{dt}\left(m_p v\right)=\frac{1}{\tau_p}m_p\left(u-v\right), \quad (4)$$

где v – скорость частицы; τ_p – время отклика скорости частиц,

$$\tau_p=\frac{\rho_p d_p^2}{18\mu}; \quad (5)$$

ρ_p – плотность; d_p – диаметр частиц.

Плотность частиц нормализована в соответствии с величиной скорости жидкости на входе. Это означает, что частиц больше на входе в смеситель, где величина скорости является самой высокой, и меньше, где величина скорости мала.

Обсуждение. Поскольку частицы имеют массу, они не обязательно все достигают выходного отверстия; некоторые частицы застревают в стенке рабочей камеры-канала смесителя. Вероятность передачи определяется как отношение числа частиц, которые достигают выхода к общему числу частиц. Для этой конкретной конфигурации вероятность передачи составляет около 0,80. Это означает, что около 20 % частиц остаются в ловушке в смесителе.

Моделирование течения гетерогенного потока позволяет визуализировать распределение твердой фазы и дать оценку эффективности работы смесителя.

Для визуализации процесса распределения частиц смеси по сечению и анализа эффективности смешения использовался модуль Poincaréplot программной среды COMSOL Multiphysics (рис.3). Poincaréplot ставит цветную точку для каждой из частиц в месте, в котором частица проходит через плоскость сечения (сечение Пуанкаре).

Цвет показывает местоположение частицы в ее исходном положении. Таким образом, частицы, помеченные красным, имели начальное положение $x<0$. Частицы помеченные синим, имели начальное положение $x>0$. Оператор $at(x)$ используется для обозначения частиц в их исходном положении. Первое сечение Пуанкаре (крайнее правое на рис.3) показывает, где расположены частицы с координатами $x<0$. По мере того как частицы начинают следовать за полем потока, они начинают смешиваться. К концу рабочей камеры-канала смесителя частицы не смешаны полностью, все еще существуют значительные очаги, где сосредоточены только красные и только синие частицы.

На основании известных свойств материала камеры-канала и параметров транспортируемой среды модель позволяет оценить распирающие усилия на стенки трубы, а также необходимое усилие для перемещения порции вещества (рис.4).

Сумма всех сил, действующих на примеси в камере-канале, равна

$$F=\left(\rho_T g-\rho_{ж} g-\delta B\right), \quad (6)$$

где ρ_T – плотность механических примесей; $\rho_{ж}$ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; δ – плотность тока; B – индукция магнитного поля.

DOI: 10.25515/PMI.2017.5.558

Представим себе, что в некоторой системе координат электромагнитное поле характеризуется векторами напряженности электрического поля и магнитной индукции B магнитного поля. По отношению к этой системе координат частика с зарядом q движется в зазоре магнитного аппарата со скоростью v. Со стороны электрического и магнитного полей на эту частицу действует сила

$$f = qE + q[vB], \tag{7}$$

где qE – сила со стороны электрического поля; $q[vB]$ – сила со стороны магнитного поля.

На частицу будут действовать электрическая $f_э$ и магнитная $f_м$ силы, совпадающие по направлению. Кроме сил $f_э$ и $f_м$, на частицу будет действовать сила потока $f_п$ водной системы, идущая по направлению скорости v, а также сила $f_{эм}$ от взаимодействия B_p и тока, протекающего в водной среде. Таким образом, результирующая сила будет равна

$$f = f_э + f_м + f_п + f_{эм}. \tag{8}$$

Под действием названных сил частица в зазоре рабочей камеры-канала будет совершать движение по спирали вокруг магнитного аппарата. Для частиц заряда одного знака (+) направление спиралеобразного вращения будет одинаково, для частиц заряда (–) направление спиралеобразного вращения будет противоположно частицам знака (+).

Заключение. Разработанная мультифизическая модель течения гетерогенного потока позволяет подробно описать физическое состояние вещества во всех точках рассматриваемого объема в конкретные моменты времени, учитывает конструктивные параметры канала (ориентация, размеры, материал и др.), а также задает законы изменения параметров на границах рассчитываемой области в условиях волнового изменения внутреннего сечения рабочей камеры-канала под воздействием энергии магнитного поля.

Значимость результатов заключается в исследовании влияния усложняющих расчет факторов, а именно нестационарности трехмерного процесса течения в канале изменяющейся геометрии, наличия объемных сил, гетерогенности потока, зависимости теплофизических свойств от параметров состояния потока, влияния внутренней вязкости потока, возможных фазовых переходов, различных гидродинамических режимов течения, турбулентности, влияния магнитных полей, напряжения, возникающего в материале трубы.

Благодарность. *Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 16-38-00169/16.*

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зайцев А.В.* Моделирование течения вязкой жидкости в трубе / А.В.Зайцев, Ф.В.Пеленко // Научный электронный журнал НИУ ИТМО. Серия: Процессы и аппараты пищевых производств. 2012. № 1. С. 163-168 Режим доступа: http://processes.open-mechanics.com/

2. A mathematical model of fluid flow in tight porous media based on fractal assumptions / Y.Jin, X.Li, M.Y.Zhao, X.H.Liu, H.Li // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. № 108. P. 1078-1088.

3. *Afrasiabikia P.* Scenarios for improvement of water distribution in Doroodzan irrigation network based on hydraulic simulation / P.Afrasiabikia, A.P.Rizi, M.Javan // Computers and Electronics in Agriculture. 2017. № 135. P. 312-320.

4. *Alexandrov V.* Turbulent Transport of Solid Phase in Hydrotransport / V.Alexandrov, M.Vasilyeva // Papers presented at the 15th International Freight Pipeline Society Symposium; The Institute of Hydrodynamics AS CR, Academy of Sciences of the Czech Republic. Prague, 2014. P. 3-9.

5. *Ates S.* Hydraulic modelling of control devices in loop equations of water distribution networks // Flow Measurement and Instrumentation. 2017. № 35. P. 243-260.

6. Boundedness and stabilization in a two-dimensional two-species chemotaxis-Navier-Stokes system with competitive kinetics / M.Hirata, S.Kurima, M.Mizukami, T.Yokota // Journal of Differential Equations. 2017. № 263(1). P. 470-490.

7. *Bruno O.P.* On the quasi-unconditional stability of bdf-adi solvers for the compressible Navier-Stokes equations and related linear problems / O.P.Bruno, M.Cubillos // Siam Journal on Numerical Analysis. 2017. № 55(2). P. 892-922. DOI: 10.1137/15M1042279.

8. *Fang F.* Mathematical Constraints in Multiscale Subgrid-Scale Modeling of Nonlinear Systems / F.Fang, M.W.Ge // Chinese Physics Letters. 2017. № 34(3), № 030501. DOI:10.1088/0256-307X/34/3/030501.

9. *Lai M.C.* A short note on Navier-Stokes flows with an incompressible interface and its approximations / M.C.Lai, Y.Seol // Applied Mathematics Letters. 2017. № 65. P. 1-6. DOI:10.1016/j.aml.2016.09.016.

10. Modeling of Perforated Sill-Controlled Hydraulic Jump / M.Fathi-Moghadam, S.Kiani, P.Asiaban, R.Behrozi-Rad // International Journal of Civil Engineering. 2017. № 15(4A). P. 689-695.

11. Non-linear modelling and stability analysis of the PTGS at pump mode / L.Wang, Q.S.Han, D.Y.Chen, C.Z.Wu, X.Y.Wang // IET Renewable Power Generation. 2017. № 11(6). P. 827-836.

12. *Nouri A.Z.* Mathematical modeling of concrete pipes reinforced with CNTs conveying fluid for vibration and stability analyses // Computers and Concrete, 2017. № 19(3). P. 325-331.

13. Numerical modelling of a point-absorbing wave energy converter in irregular and extreme waves / W.C.Chen, I.Dolguntseva, A.Savin, Y.L.Zhang, W.Li, E.Svensson, M.Leijon // Applied Ocean Research. 2017. № 63. P. 90-105. DOI: 10.1016/j.apor.2017.01.004.

14. *Olsen J.E.* VLES turbulence model for an Eulerian-Lagrangian modeling concept for bubble plumes / J.E.Olsen, P.Skjetne, S.T.Johansen // Applied Mathematical Modelling. 2017. № 44. P. 61-71.

15. *Ottosson A.* A mathematical model of heat and mass transfer in Yankee drying of tissue / A.Ottosson, L.Nilsson, J.Berghel // Drying Technology. 2017. № 35(3). P. 323-334.

16. *Vasilyeva M.* Justification of the Choice Matrix Material of the Magnetoactive Elastomer for Working Camera-Channel Peristaltic Unit // Materials Science Forum. 2016. № 870. P. 13-19.

17. *Vasilyeva M.* Perspectives of Application of 3D Shape Memory Composite Materials for Peristaltic Transportation of Slurries // Key Engineering Materials. 2015. № 685. P. 291-294.

***Авторы*: М.А.Васильева**, *канд. тех. наук*, *доцент*, *saturn.sun@mail.ru* (*Санкт-Петербургский горный университет*, *Санкт-Петербург*, *Россия*), **С.Фёйт,** *д-р инженерии*, *профессор*, *директор центра PROLab*, *Stefan.Voeth@thga.de* (*Университет прикладных наук имени Георга Агриколы*, *Бохум*, *Германия*),

Статья принята к публикации 7.07.2017.