Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института
им.Г.В.Плеханова, т./XVIII, вып. 1, 1975 г.

О КОНВЕКТИВНО-ДИФФУЗИОННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ФЛОТАЦИИ АПАТИТА

В.И.Злетких

В работах ряда исследователей [1-3,5] показано, что удовлетворительное математическое описание прямоточных флотомашин не может быть получено без учета эффекта продольного перемешивания пульпы, который эквивалентен турбулентной диффузии и приводит к уравнению вида

$$D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v\frac{\partial C}{\partial x} - kC - \frac{\partial C}{\partial t} = 0 , \qquad (1)$$

где $C(x,t)$ – концентрация флотируемого компонента; v – скорость поступательного движения пульпы; k – удельная скорость флотации; D – коэффициент турбулентной диффузии.

Коэффициент турбулентной диффузии может быть найден, как и остальные коэффициенты уравнения, экспериментальными или теоретическими методами. При этом полученная модель с хорошим приближением описывает как статику, так и динамику процесса флотации, но при допущении, что по технологическим условиям плотность пульпы вдоль машины остается практически постоянной. В случае флотации апатита это условие не выполняется, причем, на наш взгляд, продольное перемешивание пульпы существенно интенсифицируется за счет появления мощных конвективных потоков пульпы с бо́льшим, чем при турбулентной диффузии, пространственным масштабом.

Естественно, что иной механизм перемешивания нуждается в адекватном математическом описании, отражающем его специфику. Однако математический аппарат для удовлетворительного описания процессов массопереноса, обусловленных конвективными токами, отсутствует. Выход может быть найден путем эквивалентного увеличения значения коэффициента D. Полученный эквивалентный коэффициент D, учитывающий кон-

вективный и диффузионный механизмы перемешивания, можно назвать коэффициентом конвективно-турбулентного перемешивания, а соответствующий вариант математической модели – конвективно-диффузионным.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что в реальных условиях работы прямоточных машин на флотации апатита эффект, оцениваемый коэффициентом конвективно-турбулентного перемешивания, примерно в 5 раз превышает эффект чистой турбулентной диффузии. Степень увеличения коэффициента в условиях эксперимента существенным образом зависела от градиентов плотности пульпы вдоль машины, т.е. от фактора, который, как известно, является движущей силой конвекции [4]. Все это говорит в пользу конвективно-диффузионной модели. Однако для ее полного подтверждения желательно было бы показать, что именно конвективные токи в прямоточной машине способны создавать столь сильное дополнительное перемешивание пульпы. Другими словами, необходимо показать, что скорость конвективных токов имеет не меньший порядок, чем скорость транспортирования пульпы вдоль машин. В связи с этим дадим приближенную оценку скорости конвективных токов.

Постановкой специального эксперимента, в течение которого плотность пульпы вдоль машины постепенно выравнивалась, было найдено, что коэффициент конвективно-турбулентного перемешивания асимптотически приближается к значению $D \approx 2$ м^2/мин. С достаточным основанием это значение можно принять за истинный коэффициент турбулентной диффузии ($D_T = 2$ м^2/мин).

Будем исходить из диффузионного закона Фика. Тогда система уравнений конвекций принимает вид

$$\begin{aligned} &\frac{\partial v}{\partial t} + (v\nabla)v = -\nabla\frac{p_м}{\rho} + \nu\Delta v - qC \ ; \\ &\frac{\partial C}{\partial t} + v\nabla C = D_T\Delta C \ ; \\ &div\, v = 0 , \end{aligned} \qquad (2)$$

где C – концентрация твердого; p – давление столба пульпы в данной точке; ρ – плотность пульпы; ν – коэффициент вязкости пульпы; q – константа скорости флотации.

На основании экспериментальных данных, показывающих изменение концентрации твердого во времени и вдоль длины машины, можно определить скорость конвекции из второго уравнения системы (2). Полученные в ходе эксперимента данные характеризуют расстояние от начала машины X и значения концентрации твердого вдоль машины C_{75} и C_{90} соответственно для времени 75 и 90 сек от начала опыта:

X, м	0,15	0,87	1,3	2,18	2,71	3,30	4,10	4,47
C_{75}, %	0,88	1,39	1,42	2,02	2,42	2,75	3,20	2,48
C_{90}, %	1,08	1,36	1,57	2,02	2,25	2,45	2,87	2,47

Полученные значения образуют неправильную последовательность. Для повышения точности дальнейших расчетов приведенные данные обработаем по методу наименьших квадратов и проинтерполируем. Так, скорость конвективных токов может быть найдена из разностного уравнения, соответствующего второму уравнению системы (2):

$$\frac{C(x,y,t+\Delta t)-C(x,y,t)}{\Delta t}+v_x(x,y,t)\frac{C(x+\Delta x,y,t)-C(x,y,t)}{\Delta x}=$$

$$=D_T\frac{C(x+\Delta x,y,t)+2C(x,y,t)+C(x-\Delta x,y,t)}{(\Delta x)^2}. \qquad (3)$$

Подставляя в уравнение (3) значения концентрации твердого, полученные после обработки приведенных данных, получим ряд значений скорости конвекции (см.таблицу).

Значения скорости конвекции v_x вдоль длины машины

X, м	v_x, м/мин	X, м	v_x, м/мин	X, м	v_x, м/мин	X, м	v_x, м/мин
0,1	-2,585	1,3	-1,1	2,5	0,765	3,7	2,027
0,2	-2,496	1,4	-0,811	2,6	0,504	3,8	2,131
0,3	-3,222	1,5	-0,285	2,7	0,686	3,9	2,497
0,4	-1,548	1,6	-1,096	2,8	1,42	4,0	2,345
0,5	-2,748	1,7	-0,881	2,9	0,861	4,1	2,453
0,6	-1,962	1,8	0,091	3,0	1,32	4,2	2,767
0,7	-1,818	1,9	-0,264	3,1	1,39	4,3	2,643
0,8	-2,858	2,0	0,122	3,2	1,515	4,4	3,204
0,9	-1,542	2,1	0,016	3,3	1,315	4,5	2,673
1,0	-1,451	2,2	0,547	3,4	2,017	4,6	3,004
1,1	-1,311	2,3	0,664	3,5	1,822	4,7	3,057
1,2	-1,178	2,4	0,926	3,6	1,921	4,8	3,176

Оценим погрешность определения скорости конвекции, возникающую от замены производных разностными соотношениями.

По формуле Тейлора

$$C(x+\Delta x)=C(x)+C'(x)\Delta x+\frac{C''(x+\theta\Delta x)}{2}(\Delta x)^2, \qquad (4)$$

где

$$0<\theta<1.$$

Отсюда следует, что

$$\left|\frac{C(x+\Delta x)-C(x)}{\Delta x}-C'(x)\right|\le\frac{\max C''(x)}{2}\Delta x. \qquad (5)$$

Аналогично, суммируя

$$C(x+\Delta x)=C(x)+C'(x)\Delta x+\frac{1}{2}C''(x)(\Delta x)^2+\frac{1}{6}C'''(x+\theta_1\Delta x)(\Delta x)^3$$

и

$$C(x-\Delta x)=C(x)-C'(x)\Delta x+\frac{1}{2}C''(x)(\Delta x)^2-\frac{1}{6}C'''(x-\theta_2\Delta x)(\Delta x)^3,$$

получим

$$\left|\frac{C(x+\Delta x)-2C(x)+C(x-\Delta x)}{(\Delta x)^2}-C''(x)\right|\leqslant\frac{\Delta x}{6}\left|C'''(x+\theta_1\Delta x)-C'''(x-\theta_2\Delta x)\right|. \quad (6)$$

Теперь можно оценить разницу между истинным значением скорости конвекции

$$v_x=\frac{2\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}-\frac{\partial C}{\partial t}}{\frac{\partial C}{\partial x}},$$

получаемым из второго уравнения системы (2), и ее оценкой $\tilde{v}_x$, найденной в результате использования разностного метода:

$$|v_x-\tilde{v}_x|=\left|\frac{2\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}-\frac{\partial C}{\partial t}}{\frac{\partial C}{\partial x}}-\frac{2\frac{\Delta_x^2 C}{(\Delta x)^2}-\frac{\Delta_t C}{\Delta t}}{\frac{\Delta C}{\Delta t}}\right|=$$

$$=\frac{\left|2\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\cdot\frac{\Delta_x C}{\Delta x}-\frac{\partial C}{\partial t}\cdot\frac{\Delta_x C}{\Delta x}-2\frac{\Delta_x^2 C}{(\Delta x)^2}+\frac{\partial C}{\partial x}\cdot\frac{\Delta_t C}{\Delta t}\right|}{\left|\frac{\partial C}{\partial x}\right|\cdot\left|\frac{\Delta_x C}{\Delta x}\right|}\leqslant$$

$$\leqslant\left\{2\left|\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\cdot\frac{\Delta_x C}{\Delta x}-\frac{\Delta_x^2 C}{(\Delta x)^2}\cdot\frac{\partial C}{\partial x}\right|+\left|\frac{\partial C}{\partial x}\cdot\frac{\Delta_t C}{\Delta t}+\frac{\partial C}{\partial t}\right|\times\right.$$

$$\left.\times\left|\frac{\Delta_x C}{\Delta x}\right|\right\}:\left[\left|\frac{\partial C}{\partial x}\right|\cdot\left|\frac{\Delta_x C}{\Delta x}\right|\right]\leqslant\left\{2\max\left|\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right|\left|\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\Delta_x C}{\Delta x}\right|+\right.$$

$$+2\max\left|\frac{\partial C}{\partial x}\right|\left|\frac{\Delta_x^2 C}{(\Delta x)^2}-\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\right|+\max\left|\frac{\partial C}{\partial x}\right|\cdot\left|\frac{\Delta_t C}{\Delta t}-\frac{\partial C}{\partial t}\right|+$$

$$\left.+\max\left|\frac{\partial C}{\partial t}\right|\left|\frac{\partial C}{\partial x}-\frac{\Delta C}{\Delta x}\right|\right\}:\left\{\min\left|\frac{\partial C}{\partial x}\right|\left|\frac{\Delta_x C}{\Delta x}\right|\right\}\leqslant 1{,}6.$$

Значения максимумов и минимумов всех функций взяты на основании экспериментальных данных. Естественно, полученная оценка ошибки является завышенной, однако и при этом условии оказывается, что во многих точках скорость конвекции достоверно существенна (см.таблицу) и сравнима по величине со скоростью транспортировки пульпы (2–3 м/мин).

Рассмотрение процесса перемешивания при флотации апатита в прямоточной машине показывает: решающую роль в продольном перемешивании играет не турбулентная диффузия, а конвекция, которая особенно резко выражена ввиду существенного изменения плотности пульпы вдоль длины машины.

Не вызывает сомнения, что точное описание конвективного перемешивания требует специфического математического аппарата. Однако отсутствие его позволяет поставить вопрос о возможности использования в этих целях уравнения диффузии, но при условии, что коэффициент диффузии подобран таким, чтобы перемешивающее действие эквивалентной диффузии оказывалось равновеликим перемешивающему действию конвекции и диффузии, действующим совместно.

Литература

1. Богданов О.С., Кизевальтер Б.В., Хайман В.Я. О влиянии скорости процесса пульпы во флотационных машинах на время флотации. – "Цветные металлы", 1961, № 7.

2. Лукас В.А., Троп А.Е. Описание переходных процессов в обогатительных аппаратах уравнениями в частных производных. – Изв. вузов, "Горн.журн.", 1967, № 5.

3. Максимов И.И., Хайман В.Я. Механизм влияния предельного перемешивания пульпы на время флотации. – "Обогащение руд", 1965, № 3.

4. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М., Гостехиздат, 1952.

5. Погорелый А.Д. Некоторые вопросы теории скоростной флотации. – Изв.вузов, "Цветная металлургия", 1963, № 2.