

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПОРШНЕВОЙ ОТСАДОЧНОЙ МАШИНЕ

Е.И.БОГДАНОВ, Г.А.ТЕРЕХОВ

Особенности гравитационного метода обогащения тяжелых неклассифицированных минералов требуют интенсивных токов воды при относительно больших значениях перемещений, скоростей и ускорений. Это определяет применение механического привода для отсадочных машин типа ОМТ.

Движение жидкости в проточной части поршневой отсадочной машины исследуется с учетом особенностей сопротивления слоя минеральных зерен и влияния перетекания жидкости в зазорах поршня. При выводе уравнения движения жидкости в отсадочной машине принимаем гидравлическую схематизацию процесса, т.е. будем оперировать со средними значениями скоростей, ускорений и давлений в поперечных сечениях потока жидкости. В этом случае дифференциальное уравнение неустановившегося течения жидкости [1] может быть записано в виде

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \alpha_v \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{1}{g} \alpha_a \frac{\partial v}{\partial t} + i_w = 0, \quad (1)$$

где ∂s — длина элементарного участка гидравлической оси потока;
 z — вертикальная координата центров тяжести поперечных сечений потока жидкости (геодезическая высота); p — средняя по сечению величина давления; γ — удельный вес жидкости; α_v и α_a — отношения соответственно истинной живой силы потока к живой силе и истинного количества движения потока к количеству движения, вычисленные по средней скорости потока; v — средняя по сечению скорость жидкости;
 g — ускорение силы земного притяжения; t — переменное время;
 i_w — относительное (на единицу длины гидравлической оси потока) па-

дение напора, затрачиваемое на преодоление вредных сопротивлений.

Применим уравнение (1) для описания движения объема жидкости,

находящейся под поршнем

(рис. 1). За начало отсчета геодезических высот центров тяжести поперечных сечений и длины гидравлической оси потока примем плоскость сравнения 0-0 (среднее положение, относительно которого поршень совершает колебательное движение). Все величины, относящиеся к поршневому отделению отсадочной машины, имеют индекс 1, характерные величины решетного отделения — индекс 2. Интегрируя уравнение (1) в пределах длины гидравлической оси потока жидкости, находящейся под поршнем, получаем

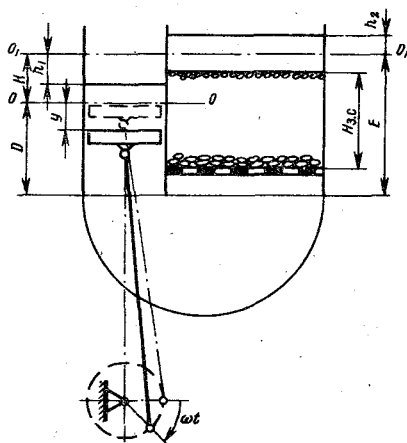


Рис. 1. Расчетная схема поршневой отсадочной машины типа ОМТ

$$\int_{s=-y}^{s=l} \frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \alpha_v \frac{v^2}{2g} \right) ds + \frac{1}{g} \int_{s=-y}^{s=l} \alpha_a \frac{\partial v}{\partial t} ds + \sum_{s=-y}^{s=l} i_w \Delta s = 0, \quad (2)$$

где y — перемещение поршня; l — переменная длина гидравлической оси подпоршневой части потока.

Величина гидравлических сопротивлений не является непрерывной функцией s , поэтому в последнем члене уравнения знак интеграла заменен знаком суммы конечного числа местных сопротивлений вдоль гидравлической оси потока на промежутке интегрирования.

После интегрирования получаем

$$\begin{aligned} & (H + h_2 + y) + \frac{1}{\gamma} (p_a - p_{п2}) + \frac{\alpha_v}{2g} (v_2^2 - v_{п2}^2) + \zeta_{пр} \frac{v_2^2}{2g} + \\ & + \Delta h_{ж.с}(v_2) + \frac{\alpha_a}{g} L_2^* \frac{dv_2}{dt} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где H — высота уровня свободной поверхности жидкости над плоскостью отсчета (см. рис. 1); h_2 — перемещение жидкости в решетном отделении машины; p_a — атмосферное давление; v_2 — скорость жидкости в решетном отделении; $p_{п2}$ и $v_{п2}$ — давление и скорость жидкости в сечении под поршнем; $\zeta_{пр}$ — суммарный коэффициент местных гидравлических сопротивлений в проточной части машины; $\Delta h_{ж.с}(v_2)$ — гидравлическое сопротивление зернистого слоя; L_2^* — приведенная длина потока жидкости под поршнем,

$$L_2^* \approx \beta D + E + \frac{1}{2} \pi B_1 \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \cdot \beta \ln \beta + \Delta l_{3.c}^* , \quad (4)$$

D, E - конструктивные параметры машины (см. рис. 1); B_1 - ширина поршневого отделения машины; $\beta = F_2/F_1$ - отношение площадей решетного и поршневого отделений машины; $\Delta l_{3.c}^*$ - приведенная масса зернистого слоя [2] ,

$$\Delta l_{3.c}^* = \frac{1}{3} H_{3.c} (1 - \theta_{cp}) \frac{\gamma_{3.c} - \gamma}{\gamma} + \frac{2}{3} \frac{1 - \theta_{cp}}{\theta_{cp}} H_{3.c} , \quad (5)$$

$H_{3.c}$ и $\gamma_{3.c}$ - высота и удельный вес зернистого слоя; θ_{cp} - среднее значение коэффициента разрыхления зернистого слоя.

Нестационарное течение жидкости в постели отсадочной машины изучено мало. В экспериментальной работе В.И.Сулиги [3] , где приводятся значения гидравлических сопротивлений постели, состоящей из каменного угля, установлено, что коэффициент гидравлического сопротивления постели ζ не является постоянным, а зависит от величины и направленности скорости потока жидкости, т.е.

$$\Delta h_{3.c} = \zeta (v_2) \frac{v_2^2}{2g} . \quad (6)$$

Для восходящего потока жидкости в постели, состоящей из каменного угля крупностью от +10 до -75 мм, рекомендуется зависимость

$$\zeta = \frac{2720 (1 + 0.1 h_{\Pi})}{v_2^{1.37}} , \quad (7)$$

где h_{Π} - высота постели, см; v_2 - скорость восходящего потока жидкости, см/с.

Для нисходящего потока жидкости, по тем же данным, величина потерь напора пропорциональна скорости жидкости, т.е.

$$\Delta h_{3.c} = \xi v_2 , \quad (8)$$

где ξ - коэффициент гидравлического сопротивления при нисходящем потоке жидкости в плотной постели.

Непосредственно использовать эти экспериментальные данные для исследования гидродинамики поршневой отсадочной машины невозможно, так как зернистый слой имеет другой минералогический состав (другое значение $\gamma_{3.c}$). Поэтому они приняты как исходные для приближенного определения вида функции $\Delta h_{3.c}(v_2)$ при следующих предположениях.

1. Поскольку гранулометрический состав углей в опытах [3] близок к составу обогащаемой породы в машине ОМТ, естественно предположить, что значения ζ и ξ и в том и в другом случае будут

зависеть от степени разрыхленности постели, которая является однозначной функцией скорости потока при заданных свойствах зернистого слоя.

2. Величина потерь напора при восходящем потоке воды в начале цикла (при $v_2 \leq 0,1 v_{ст}$, где $v_{ст}$ — скорость стесненного падения минеральных зерен) равна потере напора при нисходящем движении воды при той же скорости. Это основывается на предположении, что при малых скоростях движения воды зернистый слой неподвижен во всех своих частях, а следовательно, максимально уплотнен и в начале восходящего движения жидкости.

3. Потери напора в постели при восходящем движении воды (при $v_2 > v_{ст}$) постоянны и равны дополнительному гидростатическому напору слоя всплывших зерен:

$$\Delta h_{з.с. \max} = H_{з.с.} \frac{\gamma_{з.с.} - \gamma}{\gamma} (1 - \theta) . \quad (9)$$

4. На интервале изменения скорости восходящего потока от $0,1 v_{ст}$ до $v_{ст}$ значение ζ изменяется по степенному закону

$$\zeta = \frac{A}{v^x} , \quad (10)$$

где A и x — величины, подлежащие расчетному определению.

5. При нисходящем потоке жидкости потери напора пропорциональны скорости по формуле (8).

Рассчитанная таким образом функция $\Delta h_{з.с.}(v_2)$ представлена на рис. 2.

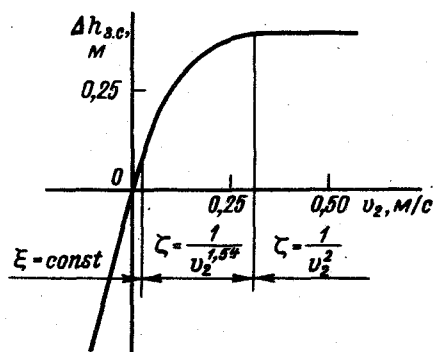


Рис. 2. График зависимости потерь напора в зернистом слое отсадочной машины от величины средней скорости жидкости в решетном отделении

Применим уравнение (1) для объема жидкости, находящейся над поршнем. В этом случае получим

$$\int_{s=l_1}^{s=y} \frac{\partial}{\partial s} \left(z + \frac{p}{\gamma} + \alpha_v \frac{v^2}{2g} \right) ds + \int_{s=l_1}^{s=y} \alpha_a \frac{\partial v}{\partial t} ds + \sum_{s=l_1}^{s=y} i_w \Delta s = 0 . \quad (11)$$

Проведя необходимые преобразования по аналогии с предыдущим выводом, получаем

$$-(H-h_1+y) + \frac{1}{\gamma}(p_{\Pi_1}-p_a) + \frac{\alpha_{v_1}}{2g}(v_{\Pi_1}^2 - v_1^2) + \frac{\alpha_{a_1}}{g}L_1^* \frac{dv_1}{dt} = 0. \quad (12)$$

Просуммируем левые и правые части уравнений (3) и (12):

$$h_2 + h_1 + \frac{1}{\gamma}(p_{\Pi_1}-p_{\Pi_2}) + \frac{\alpha_v}{2g}(v_2^2 - v_1^2) + \frac{\alpha_a}{g}(L_2^* \frac{dv_2}{dt} + L_1^* \frac{dv_1}{dt}) + \zeta_{\text{пр}} \frac{v_2^2}{2g} + \Delta h_{\text{ж.с}}(v_2) = 0. \quad (13)$$

Здесь предположено, что $\alpha_{v_1} \cong \alpha_{v_2}$ и $\alpha_{a_1} \cong \alpha_{a_2}$, кроме того, $v_{\Pi_1} = v_{\Pi_2} = \frac{dy}{dt}$, т.е. скорости слоев жидкости, примыкающих к торцам поршня, должны иметь скорость поршня во избежание отрыва жидкости.

По условию неразрывности потока

$$F_1 h_1 = F_2 h_2, \quad (14)$$

откуда

$$h_1 = \frac{F_2}{F_1} \cdot h_2 = \beta h_2 \quad (15)$$

и, наконец,

$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= \beta \frac{dh_2}{dt}; \\ \frac{d^2 h_1}{dt^2} &= \beta \frac{d^2 h_2}{dt^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

После подстановки равенств (15) и (16) в уравнение (13) получаем

$$\begin{aligned} h_2(1+\beta) + \frac{1}{\gamma}(p_{\Pi_1}-p_{\Pi_2}) + \frac{\alpha_v}{2g}\left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2(1-\beta)^2 + \zeta_{\text{пр}} \frac{1}{2g}\left(\frac{dh_2}{dt}\right)^2 + \\ + \Delta h_{\text{ж.с}}\left(\frac{dh_2}{dt}\right) + \frac{\alpha_a}{g} \cdot \frac{d^2 h_2}{dt^2} (L_2^* + \beta L_1^*) = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Это выражение является уравнением движения жидкости в проточной части отсадочной машины. При возмущающем периодическом воздействии $p_{\Pi_1} - p_{\Pi_2} = p(t)$ получается дифференциальное уравнение вынужденных колебаний жидкости в отсадочной машине. Необходимо установить связь между величинами p_{Π_1} , p_{Π_2} и h_2 . Это дополнительное уравнение

можно получить, записав уравнение расхода жидкости в зазоре между поршнем и стенками машины

$$v_{\Pi} - v_1 = \frac{q}{F} \quad (18)$$

или

$$v_{\Pi} - \beta v_2 = \frac{q}{F_1}, \quad (19)$$

где $v_{\Pi} = \frac{dy}{dt}$ - скорость поршня; q - массовый расход жидкости через зазор между поршнем и стенками отсасочной машины,

$$q = \mu f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (p_{\Pi_1} - p_{\Pi_2})}, \quad (20)$$

μf - эффективная площадь зазора; μ - коэффициент расхода через зазор.

Теперь уравнение (19) принимает вид

$$v_{\Pi} - \beta v_2 = \frac{\mu f}{F_1} \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (p_{\Pi_1} - p_{\Pi_2})}. \quad (21)$$

Возведя в квадрат обе части равенства (21) и разрешая относительно $\frac{p_{\Pi_1} - p_{\Pi_2}}{\gamma}$, получим

$$\frac{p_{\Pi_1} - p_{\Pi_2}}{\gamma} = \frac{1}{2g} (v_{\Pi} - \beta v_2)^2 \left(\frac{F_1}{\mu f} \right)^2. \quad (22)$$

Гидравлические сопротивления движению жидкости меняют свой знак при изменении направления движения потока, а знак расхода через зазор между поршнем и стенками машины определяется знаком разности давлений у торцов поршня, поэтому следует в уравнение движения ввести соответствующие обозначения. Тогда уравнение (17) с учетом формулы (22) принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_a}{g} (\beta L_1^* + L_2^*) \frac{d^2 h_2}{dt^2} + \frac{\alpha_v}{2g} [(1 - \beta^2) + \zeta_{\text{пр}}] \text{sign} \frac{dh_2}{dt} \left(\frac{dh_2}{dt} \right)^2 + \Delta h_{3c} \left(\frac{dh_2}{dt} \right) + \\ & + \frac{1}{2g} \left(\frac{F_1}{\mu f} \right) \text{sign} (v_{\Pi} - \beta \frac{dh_2}{dt}) (v_{\Pi} - \beta \frac{dh_2}{dt}) + h_2 (1 + \beta) = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

При больших значениях относительной длины катушки (для машины ОМТ $l/r \approx 10$) и начале отсчета движения поршня от его среднего положения скорость поршня

$$v_{\Pi} \approx r \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = r \omega \cos \omega t. \quad (24)$$

Уравнение (23) описывает движение жидкости в поршневой отсасочной машине при допущениях, принятых для течения жидкости в проточной ее части и в постели машины.

Л и т е р а т у р а

1. Есьман И.Г. Насосы. М., Гостоптехиздат, 1954.
2. Рафалес-Ламарка Э.Э. Теоретические основы гидродинамики беспоршневой машины. — Тр. Харьковского политехн. ин-та, серия "Энергомашиностроение", 1963, т. 11, вып. 2.
3. Сулига В.И. Исследование гидродинамики постели отсасочной машины. — Изв. вузов, "Техн. журн.", 1959, № 8.