Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
т./XIX, вып. 2, 1976 г.

МЕТОДИКА ПОДБОРА ГЕОЛОГО-СТРУКТУРНЫХ МОДЕЛЕЙ ПО ЗАДАННОМУ ПОЛЮ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ С ПОМОЩЬЮ УКРУПНЕННЫХ МНОГОГРАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Г.Г.КРАВЦОВ, В.И.СЕГАЛОВИЧ

Большинство методов допускает интерпретацию гравитационных аномалий подбором масс без гибкой связи с априорными данными об их форме и плотности. Такой подход не может быть признан целесообразным из-за неопределенности отсчетного уровня и других причин неоднозначности обратной задачи теории потенциала. В рамках проверки геологически обоснованных гипотез о форме и плотности структур, заранее связываемых с наблюдаемыми аномалиями, предлагается, на наш взгляд, более рациональная постановка задачи.

Важнейшим моментом подбора, существенно влияющим на конечные его результаты, является обоснованный выбор исходной структурно-плотностной модели среды. Наиболее универсальным приемом построения начальной модели представляется аппроксимация ожидаемых плотностных границ плоскими гранями. Предполагая далее выделенные укрупненные объемы условно однородными, можно потребовать, чтобы каждый из них имитировал собой отдельную геологическую структуру в целом. Увеличенный вклад каждого такого объема в аномальное поле облегчает управление переменными параметрами модели, а корректуры приобретают более определенный физико-геологический смысл, поскольку сводятся к варьированию формы и состава элементов, имитирующих структуры.

После выбора модели необходимо: 1) рассчитывать теоретические значения поля модели; 2) сравнивать их с экспериментальными значениями поля и 3) на основании такого сравнения оперативно вводить корректуры в модель, управляя ее переменными параметрами, до необходимого совпадения результатов. Первую из этих задач следует решать с точностью, гарантирующей целесообразность последующих процедур.

Чаще сложные структуры аппроксимируются набором тел простой формы (стержни, прямоугольные параллелепипеды, уступы и т.п.). Громоздкость описания моделей, особенно если они состоят из многих объектов произвольной конфигурации, сложность управления параметрами и обоснование оценок точности составляют значительные трудности такой замены.

Более перспективно использование призматических элементов, имеющих в сечении форму замкнутых многоугольников. Сложность аналитического описания поля притяжения обычно преодолевают с помощью приближенного интегрирования [5, 7]. В последние годы усилия ряда исследователей направлены на получение точных формул притяжения таких тел [1, 4, 6]. Г.Г.Кравцов получил, например, при точном выполнении квадратур формулы потенциала притяжения и любой его производной для наклонной однородной призмы. Получены также формулы первых производных при линейно меняющейся плотности такой призмы. Решения найдены не только для внешнего, но и внутреннего пространства призмы. Для точки наблюдения, помещенной в начале координат, формула вертикальной составляющей притяжения однородной призмы, наклоненной под углом β к горизонту (рис.1, а), координаты вершин сечения призматической поверхности которой определены в нормальной плоскости (рис.1,б), имеет вид:

$$W_h(0,0,0) = f\sigma \sum_{p+1}^{m} \left\{ \frac{C_q}{D_q}\left(B_q \cos\beta - \sin\beta\right) J_1 - \frac{P_p}{L_p} \cos\beta \left(\Delta x_p J_2 + \Delta z_p J_3\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{R_p^{(q)}} \left[\frac{C_q}{D_q}\left(M_p^{(q)} \sin\beta + N_p^{(q)} \cos\beta\right) + P_p \left(\frac{\Delta y_p^{(q)} \Delta z_p}{L_p} \cos\beta - \sin\beta \right) \right] J_4 \right\} \Bigg|_{q=1}^{q=2}, \quad (1)$$

где f – гравитационная постоянная; σ – плотность;

$$\Delta x_p = x_{p+1} - x_p \; ; \qquad P_p = x_p z_{p+1} - x_{p+1} z_p \; ; \qquad y_p^{(q)} = A_q x_p + B_q z_p + C_q \; ;$$

$$\Delta y_p^{(q)} = y_{p+1}^{(q)} - y_p^{(q)} ; \qquad Q_p^{(q)} = x_{p+1} y_p^{(q)} - x_p y_{p+1}^{(q)} \qquad y_{p+1}^{(q)} = A_q x_{p+1} + B_q z_{p+1} + C_q \; ;$$

$$\Delta z_p = z_{p+1} - z_p \; ; \qquad F_p^{(q)} = z_{p+1} y_p^{(q)} - z_p y_{p+1}^{(q)} ; \qquad H_p^{(q)} = \sqrt{x_p^2 + (y_p^{(q)})^2 + z_p^2} \; ;$$

$$L_p = \Delta x_p^2 + \Delta z_p^2 ; \qquad D_q = A_q^2 + B_q^2 + 1 \; ; \qquad H_{p+1}^{(q)} = \sqrt{x_{p+1}^2 + (y_{p+1}^{(q)})^2 + z_{p+1}^2} \; ;$$

$$x_{m+1} = x_1 \; ; \qquad M_p^{(q)} = \Delta x_p B_q - \Delta z_p A_q \; ; \qquad R_p^{(q)} = \sqrt{L_p^2 + (\Delta y_p^{(q)})^2} \; ;$$

$$z_{m+1} = z_1 \; ; \qquad N_p^{(q)} = \Delta x_p - A_q \Delta y_p^{(q)} ; \qquad T_p^{(q)} = C_q M_p^{(q)} - P_p D_q \; ;$$

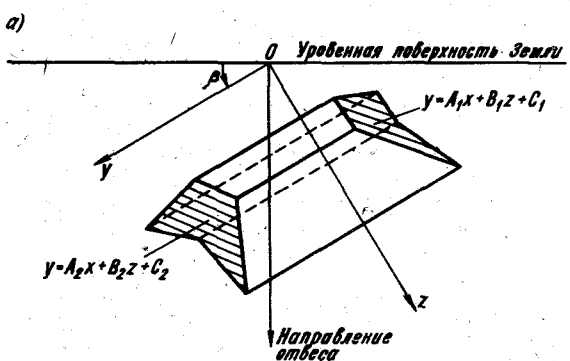
$$J_1=\left(\underline{\text{if}}\ \Delta z_p\neq 0\wedge C_q\neq 0\ \underline{\text{then}}\ \operatorname{arctg}\frac{z_{p+1}T_p^{(q)}+C_qQ_p^{(q)}}{\Delta z_pC_qH_{p+1}^{(q)}}-\operatorname{arctg}\frac{z_pT_p^{(q)}+C_qQ_p^{(q)}}{\Delta z_pC_qH_p^{(q)}}\ \underline{\text{else}}\ 0\right);$$

$$J_2=\left(\underline{\text{if}}\ P_p\neq 0\ \underline{\text{then}}\ \operatorname{arctg}\frac{x_{p+1}Q_p^{(q)}+z_{p+1}F_p^{(q)}}{P_pH_{p+1}^{(q)}}-\operatorname{arctg}\frac{x_pQ_p^{(q)}+z_pF_p^{(q)}}{P_pH_p^{(q)}}\ \underline{\text{else}}\ 0\right);$$

$$J_3=\left(\underline{\text{if}}\ P_p\neq 0\ \underline{\text{then}}\ \ln\left|\frac{y_{p+1}^{(q)}+H_{p+1}^{(q)}}{y_p^{(q)}+H_p^{(q)}}\right|\ \underline{\text{else}}\ 0\right);$$

$$J_4=\left(\underline{\text{if}}\ P_p\neq 0\vee C_q\neq 0\ \underline{\text{then}}\ \ln\left|\frac{\Delta x_px_{p+1}+\Delta y_p^{(q)}y_{p+1}^{(q)}+\Delta z_pz_{p+1}+R_p^{(q)}H_{p+1}^{(q)}}{\Delta x_px_p+\Delta y_p^{(q)}y_p^{(q)}+\Delta z_pz_p+R_p^{(q)}H_p^{(q)}}\right|\ \underline{\text{else}}\ 0\right).$$

Разворот призмы в плане вокруг линии отвеса на угол α, наклон ее к горизонту под углом β и перенос начала координат в точку наблюдения приводит к пересчету геометрических параметров призмы x_p, z_p $(p=\overline{1,m})$ и C_q ($q=1;2$) по известным формулам преобразования координат.



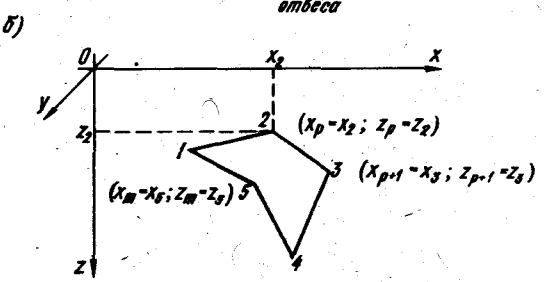


Рис.1. Многогранник, наклоненный под углом β к горизонту; а – проекция на координатную плоскость $y0z$; б – проекция на координатную плоскость $x0z$ (нормальное сечение призматической поверхности)

Формула (1) впервые была применена в рассматриваемом алгоритме подбора [3]. Суть задачи сводится к следующему. Зададимся заранее некоторой геометрической моделью среды, суммарное теоретическое поле притяжения которой можно описать функцией

$$\Phi(\tilde{x}_i,\ \tilde{y}_i,\ \tilde{z}_i)=$$

$$=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\sigma_j+a_i^{*}\qquad(i=\overline{1,s}),\quad(2)$$

где $\tilde{x}_i$, $\tilde{y}_i$, $\tilde{z}_i$ – координаты точки, в которой вычисляют притяжение n структурных элементов; a_{ij} – притяжение j-го элемента, состоящего из одной или нескольких призм единичной плотности; σ_j – подбираемая плотность j-го элемента; a_i' – условный уровень поля, учитывающий суммарное влияние объектов,

не включаемых в модель. Уровень полагаем линейной функцией координат $a_i' = a\tilde{x}_i + b\tilde{y}_i + c$ с неизвестными коэффициентами, но его можно подбирать и в виде $a_i' = a\tilde{x}_i + c$ или $a_i' = c$.

Процедура подбора заключается в сравнении поля, рассчитанного по формуле (2) при некоторых заданных значениях плотностей $\sigma_j (j = \overline{1,n})$ и коэффициентов условного уровня a_i' , с экспериментальным полем и в модификации модели (2) внесением корректур в переменные параметры формы. Такой процесс повторяют обычно до тех пор, пока совпадение полей будет признано удовлетворительным.

При графических методах подбора (например, с помощью палеток) поля сопоставляют визуально. Формализация этих действий приводит к постановке задачи аппроксимации, позволяющей находить такие значения параметров $\sigma_j (j = \overline{1,n}), a, b, c$, которые обеспечивают наилучшее (в выбранной метрике) совпадение функции Φ_i с полем Δg_i . С.В.Шалаев рекомендует оценивать приближение в равномерной метрике [8], т.е. с помощью неравенств

$$|\Phi_i - \Delta g_i| \leqslant \nu_i \delta \qquad (i = \overline{1,s}) , \tag{3}$$

где ν_i – некоторые весовые коэффициенты.

Тогда для данной модели Φ_i оптимальные, с точки зрения математической аппроксимации, значения параметров $\sigma_j (j = \overline{1,n}), a, b$ и c будут достигаться при наименьшем значении δ правой части неравенств (3). Как показано С.В.Шалеевым [8], критерий (3) эффективен в условиях помех произвольного типа и не требует дополнительного изучения закона распределения ошибок и помех в экспериментальном материале. Для решения же линейных неравенств (3) успешно применяют методы линейного программирования.

Управление подбором становится еще более направленным, если неравенства (3) дополнить ограничениями

$$\sigma_{нj} \leqslant \sigma_j \leqslant \sigma_{вj} \qquad (j = \overline{1,n}) ; \tag{4}$$

$$a'_{нt} \leqslant a'_t \leqslant a'_{вt} \qquad (t = \overline{1;3}) ; \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{n} e_{rj} \sigma_j = d_r \qquad (r = \overline{1,n_1} ; \; n_1 \leqslant n) , \tag{6}$$

позволяющими учесть информацию о плотности структурных элементов (4), о возможных значениях аномалий от не включаемых в модель структур (5) и об известных соотношениях масс моделируемых структур (6). При наличии ошибок в форме и глубине залегания отдельных структур и при неполноте модели (например, если в нее включены не все или, напротив, включены излишние элементы), введение ограничений (4) и (5) резко увеличивает минимизируемое значение δ . Это создает благоприятные условия для управления параметрами гипотетической модели в процессе подбора формы структур. Парамет-

ры формы определяются: 1) координатами вершин x_p, z_p нормальных сечений призматических поверхностей многогранников (рис.1, б); 2) коэффициентами A_q, B_q, C_q уравнений, описывающих усекающие плоскости (рис.1, а); 3) углами α и β, ориентирующими образующую призматической поверхности в пространстве. При неудовлетворительном значении δ сечение элемента корректируют поправками Δx, Δz к координатам одной или нескольких вершин одного или нескольких смежных сечений. Этим достигают перемещения контактов структурных элементов и изучают влияние их перемещения на точность аппроксимации. Аналогичным образом изучают зависимость величины δ от поправок ΔA, ΔB, ΔC, $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ к другим параметрам формы модели.

На практике управление подбором осуществляют в два этапа. На первом одновременно со сравнением полей в пределах распространения какого-либо комплекса пород обращают внимание на характер распределения ошибок и на значение плотности, получаемой для данного комплекса в результате решения системы (3)-(6). Если найденная плотность совпадает с нижним или верхним пределом соответствующего ограничения (4), то возможно завышение или занижение гравитационного влияния именно этого комплекса и параметры его формы корректируют до тех пор, пока определяемая плотность окажется в промежуточной части интервала двустороннего ограничения на плотность. На этой стадии подбора одновременно можно исправлять формы элементов в разных частях модели.

На втором этапе, при наличии ограничений (4) и (5), изучают зависимость меры δ от величины поправок в какой-либо один параметр формы, а также оценивают влияние на меру δ направленного изменения формы отдельных структурных элементов. Для этой цели используют функцию $\delta = \delta(h)$ некоторого обобщенного аргумента h, от которого зависит величина тех или иных поправок в параметры формы элементов модели. Меняя h на отрезке $[h_1, h_2]$, устанавливают функциональную зависимость δ от h автоматическим перебором решений, каждое из которых находят методом линейного программирования.

Для решения рассмотренной задачи применен алгоритм модифицированного симплекс-метода [2] и составлена программа на ЭВМ „Минск-22". Наблюденное поле Δg задают в произвольных точках с указанием координат $\tilde{x}_i$, $\tilde{y}_i$, $\tilde{z}_i$, что позволяет выполнить подбор по полю, заданному одновременно на дневной поверхности и в горных выработках. Кроме поля Δg предусмотрена аппроксимация вариаций гравитационных аномалий (по Б.А.Андрееву), что дает возможность учитывать плавно меняющийся „фон", описываемый поверхностями до 3-го порядка.

Программа также позволяет вычислять поле модели с известными плотностями элементов в произвольной сети и в пространстве трех измерений, вычислять поле на неровной поверхности, на произвольной плоскости или в верхнем и нижнем полупространствах.

Поясним предлагаемую методику подбора несложным теоретическим примером, приведенным на рис.2.

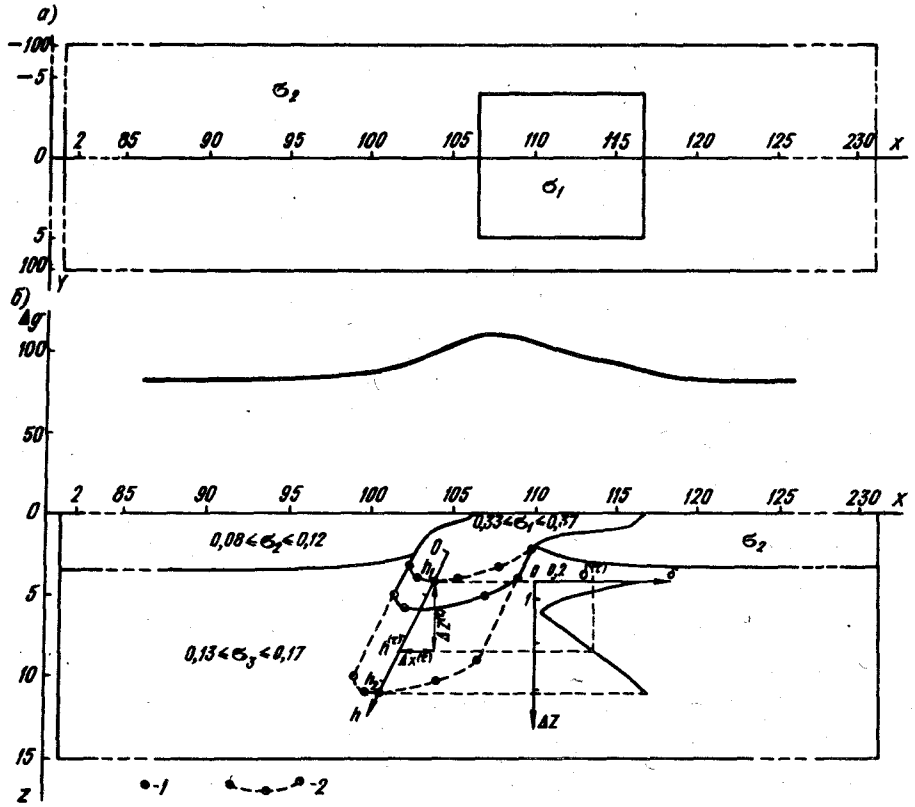


Рис.2. Оценка положения нижней границы тела по аномалии силы тяжести Δg :
а – план; б – вертикальный разрез
1 – подвижные ребра границы раздела тел с плотностью σ_1 и σ_3 ; 2 – предельные положения подвижной границы

Допустим, что по данным сейсморазведки выявлены пологозалегающие границы раздела комплексов пород с плотностью σ_2 и σ_3 . Установлена также форма тела с плотностью σ_1 в верхней части разреза. Плотность σ_1 и σ_2 изучали по образцам, а плотность σ_3 предположительно оценили по геологическим данным. Над телом σ_1 , которое закартировано на дневной поверхности, наблюдается положительная аномалия Δg . По аномалии требуется оценить погружение нижней кромки этого тела.

В соответствии со сказанным, геологический разрез моделировали тремя структурными элементами. Подбираемую плотность каждой структуры ограничивали двусторонним неравенством (рис.2, б). Чтобы учесть изометричность тела σ_1 в плане (рис.2, а), структуры σ_2 , σ_3 моделировали несколькими призмами. Каждая в отдельности призма на рис.2 не приведена, показаны только плотностные границы укрупненных комплексов σ_2 и σ_3 . Размеры тел, имитирующих вмещающую среду, значительно превышают протяженность рассматриваемой аномалии Δg как в продольном, так и в поперечном направлениях. Это обеспечивало выход теоретического поля модели на уровень

нормального поля, который подбирали в виде $a_i' = c$. На подбираемый уровень поля ограничения не накладывали.

При последовательном переборе решений, выполняемом программой автоматически, переменная h пробегает ряд значений $h^{(\tau)}$ ($\tau = \overline{1; 13}$) на отрезке $[h_1; h_2]$. С помощью обобщенного параметра $h^{(\tau)}$ вычисляют поправки $\Delta x^{(\tau)}, \Delta z^{(\tau)}$, которые, в свою очередь, добавляют к координатам x_p , z_p подвижных ребер поверхности раздела структур σ_1 и σ_3 . В результате достигают перемещение элемента поверхности раздела сред по выбранному направлению оси h без изменения формы поверхности. Результаты вычислений по такой схеме собраны в таблице.

Решение примера с переменной геометрией модели

τ	$h^{(\tau)}$	$\Delta x^{(\tau)}$	$\Delta z^{(\tau)}$	$\delta^{(\tau)}$	σ_1	σ_2	σ_3	$a_i' = c$
1	2,00	0	0	1,302	0,370	0,097	0,130	1,067
2	2,48	-0,21	0,43	0,851	0,370	0,100	0,130	0,981
3	3,00	-0,45	0,90	0,439	0,370	0,103	0,130	0,870
4	3,58	-0,71	1,41	0,164	0,370	0,114	0,154	-0,344
5	4,00	-0,90	1,80	0,044	0,361	0,111	0,161	-0,664
6	4,21	-0,99	1,98	0,089	0,330	0,082	0,138	0,790
7	4,59	-1,16	2,33	0,196	0,330	0,086	0,146	0,343
8	5,24	-1,45	2,91	0,359	0,330	0,090	0,170	-0,781
9	5,95	-1,77	3,54	0,525	0,330	0,095	0,170	-0,875
10	6,74	-2,12	4,25	0,712	0,330	0,098	0,170	-0,948
11	7,60	-2,51	5,02	0,939	0,330	0,100	0,170	-1,000
12	8,55	-2,93	5,87	1,156	0,330	0,101	0,170	-1,051
13	9,59	-3,40	6,80	1,357	0,330	0,103	0,170	-1,098

График зависимости величины δ от глубины погружения нижней кромки тела с плотностью σ_1 вынесен на рис.2, б. По минимуму этого графика устанавливают оптимальное положение нижней кромки в разрезе.

Практический пример относится к оценке глубинных рудных объектов на западном продолжении Каражальского железорудного месторождения в Центральном Казахстане. На глубине 1300 м ранее выявлена магнетитовая залежь мощностью около 50 м. Для оценки возможных перспектив месторождения необходимо учесть влияние притяжения от окружающих пород. Терригенно-карбонатная толща фамена-турне (2,72 $\pm$ 0,02 г/см^3), включающая руды (4,3-4,5 г/см^3), залегает на гетерогенном фундаменте, сложенном нижнепалеозойскими сланцами (2,74 $\pm$ 0,02 г/см^3), кислыми вулканогенными породами девона (2,66 $\pm$ 0,02 г/см^3), гранитами и гранодиоритами (2,62-2,68 г/см^3). Случайно распределенную компоненту поля создает зона выветривания.

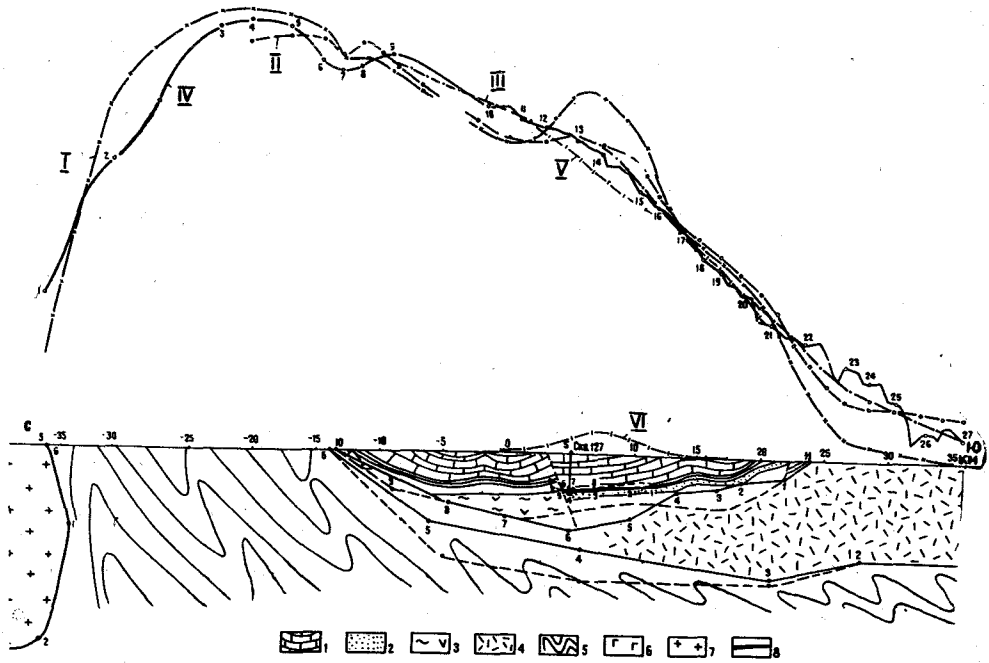


Рис.3. Геологический разрез глубокозалегающего железорудного месторождения. Кривые силы тяжести: 1 – теоретическая при контурах руд и геологических границах, показанных штриховой линией; П – при контурах руд, уменьшенных в два раза, и штриховых геологических границах; Ш – при оптимальных размерах залежи и границах, показанных сплошной линией; 1У – наблюденные значения поля (использованные для ее аппроксимации точки оцифрованы); У – теоретическая без учета рудного тела; У1 – теоретический эффект рудной залежи

1 – терригенно-карбонатные отложения фамена-турне; 2 – песчаники верхнего девона; 3 – вулканические и осадочные породы среднего-верхнего девона; 4 – эффузивы и туфы нижнего-среднего девона; 5 – метаморфизованные породы складчатого фундамента; 6 – силлы диабазов; 7 – граниты; 8 – осадочные железные руды

Модель (рис.3) составлена из указанных элементов, ограниченных по простиранию по геологическим данным. Вершины нормальных сечений использованных многогранников на рис.3 оцифрованы. Можно видеть, что различным вариантам сечения структур, вследствие небольших значений аномальной плотности элементов, отвечают близкие кривые силы тяжести. Систематические отличия от наблюденной кривой возникают только при игнорировании влияния руд или нереальных предположениях относительно их размеров.

Из сравнения кривых, полученных при гипотезе горизонтального залегания, видно, что рудами обусловлена аномалия с интенсивностью 0,7–0,9 мгал, заметная на интервале 4–5 км. Площадное распределение поля показывает, что данная аномалия коррелируется на протяжении около 6 км и обусловлена рудным телом с примерными параметрами 2 х 1,5 х 0,03 км^3, чему соответствуют вероятные запасы $0{,}3–0{,}5 \cdot 10^9$ т.

Определенные преимущества описанной методики подбора вытекают из возможности активного учета различной информации и большего приближения моделей к геологическим реальностям. Возможно дальнейшее развитие методики. Особенно актуальны вопросы увеличения числа одновременно интерпретируемых наблюдений (программа допускает не более 80), большего приспособления формы элементов к геологическим структурам за счет увеличения числа имитирующих многогранников (программа использует не более 40 призм), включения элементов с градиентным распределением плотности, совершенствования автоматизации процедур корректировки формы элементов. Решение этих задач предполагает использование ЭВМ с повышенным быстродействием и увеличенной оперативной памятью.

Литература

1. Белоголов В.Т. Вычисление магнитных и гравитационных полей при аппроксимации тел многоугольниками и многогранниками. Тр. СибНИИ геол., геофиз. и минеральн. сырья, вып. 136, Новосибирск, 1971.

2. Кравцов Г.Г. Алгоритм модифицированного двойственного симплекс-метода и его использование в геофизике. В кн.: „Применение ЭВМ в геологии и горном деле", вып. 1, ЛГИ, 1971.

3. Кравцов Г.Г. Вычислительные схемы определения параметров геологических образований по магнитным и гравитационным аномалиям методом линейного программирования. В кн.: „Математизация и автоматизация в геологических исследованиях (краткие тезисы докладов к совещанию)". Л., ВСЕГЕИ, 1972.

4. Кудря А.В., Сергеев В.О., Чернышев Ю.С. Расчет гравитационного поля для тел произвольной формы. В кн.: „Математические проблемы геофизики", вып. 1, Новосибирск, ВЦ СО АН СССР, 1969.

5. Кузьмин Ю.И. Расчет гравитационного и магнитного полей для трехмерных тел. В кн.: „Алгоритмы и программы для обработки геолого-геофизических данных на ЭВМ „Минск-2(22)". Алма-Ата, Казахск. ф-л ВИРГ, 1971.

6. Нусипов Е.Н. Расчет элементов гравитационного и магнитного полей для тел произвольной формы. В кн.: „Новые исследования в геологии", вып. 3. ЛГИ, 1972.

7. Старостенко В.И. Аналитическое решение прямой задачи гравиметрии для тел сложной формы в случае линейного изменения избыточной плотности с глубиной. ДАН УССР, сер. Б, 1968, № 6.

8. Шалаев С.В. Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования. Л., „Недра", 1972.