Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова, т. /XXУП, 1978 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЕРВИЧНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ МАССОВОГО РАСХОДА КЕКА ВАКУУМ-ФИЛЬТРА

А.Г.ЦАЙ

В работе исследуются динамические свойства первичного преобразователя массового расхода кека, устанавливаемого на ленточном транспортере барабанного вакуум-фильтра с внутренней фильтрующей поверхностью. Основой преобразователя является горизонтальная прямоугольная подвижная платформа, опирающаяся в угловых точках на упругие мембранные элементы, которые объединены в общую гидросистему. Различная массовая нагрузка на подвижной платформе определяет переменную величину давления в гидросистеме, которое измеряется преобразователем давления. В исследуемом устройстве использованы опорные элементы с большой жесткостью мембран, поэтому в диапазоне массовой нагрузки, в 4-5 раз превышающей номинальную, вертикальное перемещение центра круглой опорной мембраны не превышает 10^{-4} м при горизонтальных размерах платформы 0,5 х 0,5 м. Поэтому для определения мгновенных значений реакций опор в динамическом режиме работы преобразователя ввиду незначительности криволинейного перемещения платформы с грузом ограничимся анализом условий ее равновесия в стационарном режиме.

Если подвижная платформа изготовлена из плоского листа, например, стального, то, очевидно, центр тяжести платформы (рис.I) совпадает с геометрическим центром этой прямоугольной площадки. Если же подвижная платформа снабжена вращающимися роликами, установленными для уменьшения сил трения ленты транспортера, то координаты центра тяжести могут быть определены по статическим моментам тела с концентрированным приложением масс в различных точках на основании аддитивности массы тела как функции его объема с переменной плотностью [4]. В этом случае коорди-

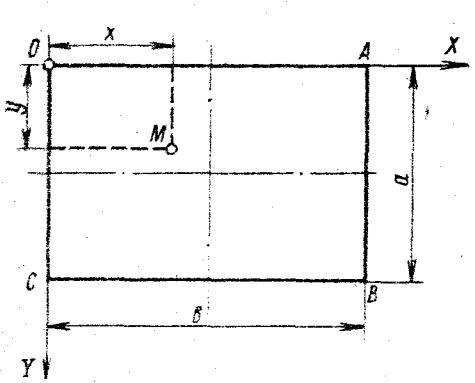


Рис.1. Определение реакций опор платформы в угловых точках

наты центра тяжести вычисляются с помощью интеграла Стилтьеса, который охватывает статические моменты непрерывно распределенной массы тела и точечного приложения масс единой интегральной формулой. По положению центра тяжести в дальнейшем будут определены опорные реакции в угловых точках платформы.

В исследуемом варианте первичного преобразователя подвижная платформа симметрична относительно своего геометрического центра, поэтому в ненагруженном состоянии реакции опор в точках A, B, C, O (рис.1) равны между собой:

$$R_A = R_B = R_C = R_O = -m_0 g, \tag{1}$$

где $4m_0$ – масса подвижной платформы.

Пусть на площадке расположен груз с массой m и проекция центра тяжести этого груза на плоскость XOY имеет координаты x и y. Размеры площадки $a \times b$. Рассматривая сечение площадки в плоскости, проходящей через центр тяжести груза параллельно оси OY и перпендикулярно плоскости XOY, определим реакции опор под действием силы mg, считая точку с координатами x, y местом приложения ее к платформе:

$$\begin{aligned}
R_A &= -mg\left(1-\frac{y}{a}\right)\left(1-\frac{x}{b}\right) - m_0 g;\\
R_B &= -mg\frac{xy}{ab} - m_0 g;\\
R_C &= -mg\left(1-\frac{x}{b}\right)\frac{y}{a} - m_0 g;\\
R_O &= -mg\left(1-\frac{y}{a}\right)\frac{x}{b} - m_0 g.
\end{aligned} \tag{2}$$

Из (2) видно, что реакции опор являются функциями массы взвешиваемого груза и координат его центра тяжести. Определяя реакции опор прямоугольной площадки в каждый момент времени и далее суммируя их, можно, исходя из (2), измерять массу взвешиваемого груза

$$m = -\frac{1}{g}\left(R_A + R_B + R_C + R_O\right) - 4m_0. \tag{3}$$

Для исследования динамических свойств преобразователя условимся считать, что если груз массой m находится на площадке, то это равносильно приложению усилий, действующих вертикально вниз на каждую опору с начальной массой m_0. Эти усилия являются функциями массы груза и координат центра тяжести этого груза. Они определятся из (2) следующим образом:

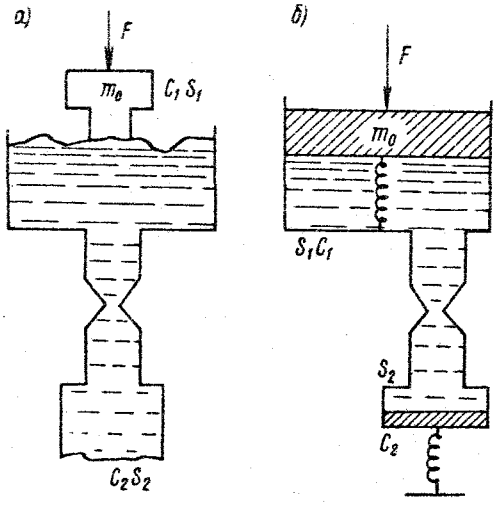


Рис.2. Гидромеханическая система первичного преобразователя массового расхода кека (а) и ее гидромеханическая аналогия (б)

$$F_A = mg\left(1-\frac{y}{a}\right)\left(1-\frac{x}{b}\right);$$

$$F_B = mg\,\frac{xy}{ab};$$

$$F_C = mg\left(1-\frac{x}{b}\right)\frac{y}{a};\qquad (4)$$

$$F_D = mg\left(1-\frac{y}{a}\right)\frac{x}{b}.$$

Для исследования динамических свойств гидросистемы рассмотрим мембранную опору, полость которой соединена с полостью преобразователя давления (рис.2,а) и все полости заполнены жидкостью. При сообщении круглой мембране, покоящейся в вакууме или в воздухе, импульса энергии ее общее колебание [3] складывается из бесчисленного множества собственных гармонических колебаний с частотой

$$\omega_{ij} = \frac{\mu_j^i}{l}\sqrt{\frac{T_0}{\sigma}},$$

где μ_j^i – корень волнового уравнения, описывающего колебания круглой мембраны; j – номер корня этого уравнения; i – номер гармоники; l – диаметр мембраны; T_0 – натяжение; σ – поверхностная плотность мембраны.

Основной тон определяется частотой колебаний при $i = 0$ и $j = 1$:

$$\omega_{01} = \frac{\mu_1^0}{l}\sqrt{\frac{T_0}{\sigma}}$$

и измеряется для данных типов и размеров мембраны десятками тысяч радиан в секунду. Частота входного сигнала преобразователя массового расхода кека не превышает 200 рад/с, что несоизмеримо с частотой основного тона. Импульс энергии в имеющейся гидромеханической системе под действием силы F (рис.2,а) не возбудит свободные колебания мембраны, так как они будут иметь характер вынужденных колебаний массы m_0 и массы жидкости с частотой изменения силы F и под действием вязкого трения жидкости. Поэтому в данном случае обе мембраны следует рассматривать только как упругие элементы с жесткостью C_1 и C_2. Гидромеханическая аналогия такой системы может быть представлена безынерционными пружинами с жесткостью C_1 и C_2 и поршнями, один с массой m_0, другой с нулевой массой (рис.2,б). Площади поршней равны площадям эффективных поверхностей мембран S_1 и S_2.

Поскольку поток жидкости подчиняется условию неразрывности, поршни системы, приведенной на рис.2,б, будут совершать колебательные движения с частотой вынуждающей силы F. При этом амплитуда колебаний поршня с нулевой массой будет отличаться от амплитуды колебаний поршня с массой m_0 в $\frac{S_1}{S_2}$ раз. Таким образом, несмотря на различное перемещение поршней, имеем систему с одной степенью свободы, движение которой под действием силы F описывается уравнением Лагранжа первого рода [2]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial T}{\partial q} = -\frac{\partial \Pi}{\partial q} - \frac{\partial R}{\partial \dot{q}} + F(t), \qquad (5)$$

где q – обобщенная координата, $\dot{q}$ – производная по времени обобщенной координаты; T – кинетическая энергия системы, $T=\frac{1}{2} m_0 \dot{q}^2$; m_0 – инерционный коэффициент; Π – потенциальная энергия системы, $\Pi=\frac{1}{2} C q^2$; C – квазиупругий коэффициент; R – диссипативная функция Релея, $R=\frac{1}{2} e \dot{q}^2$; e – коэффициент сопротивления; $F(t)$ – внешняя обобщенная сила.

За обобщенную координату примем вертикальное перемещение h поршня с массой m_0 относительно состояния покоя при отсутствии внешней силы. Подставляя в (5) значения T, Π, R, и $q=h$, получим

$$m_0 \frac{d^2 h}{dt^2} + e \frac{dh}{dt} + Ch = F(t). \qquad (6)$$

В уравнении (6) в качестве инерционного коэффициента m_0 принята масса поршня, равная части массы платформы и определяемая по (I). При этом массой жидкости в гидросистеме можно пренебречь, так как в реальной системе она неизмеримо меньше массы m_0. Суммарный квазиупругий коэффициент обеих мембран C.

В реальных условиях входной сигнал «расход кека" представляет собой периодические колебания низкой частоты (рис.3, кривая I), равной 200 рад/с, модулированные инфранизкой частотой, равной 0,8 рад/с и обусловленной частотой отдувки кека на транспортер вакуум-фильтра. В производственных условиях необходимо решить задачу фильтрации сигнала низкой частоты. При этом сигнал инфранизкой частоты (полезный сигнал) должен быть пропущен. Использование гидравлической системы позволяет решить эту задачу установкой между поршнями или мембранами (см. рис.2,а,б) дросселя постоянного перепада, который создаст значительное сопротивление вязкого трения жидкости. Выделим основную гармонику входного сигнала низкой частоты ω = = 200 рад/с. Колебания входного сигнала происходят относительно некоторой постоянной составляющей (рис.3, кривая I). Установившийся динамический режим характеризуется отклонением системы от установившегося значения $h_{уст} = F/C$ (рис.3, кривая 2), где F – амплитудное значение возмущающей силы $F(t)$:

$$F(t) = F \sin \omega t. \qquad (7)$$

Запишем уравнение (6) в виде

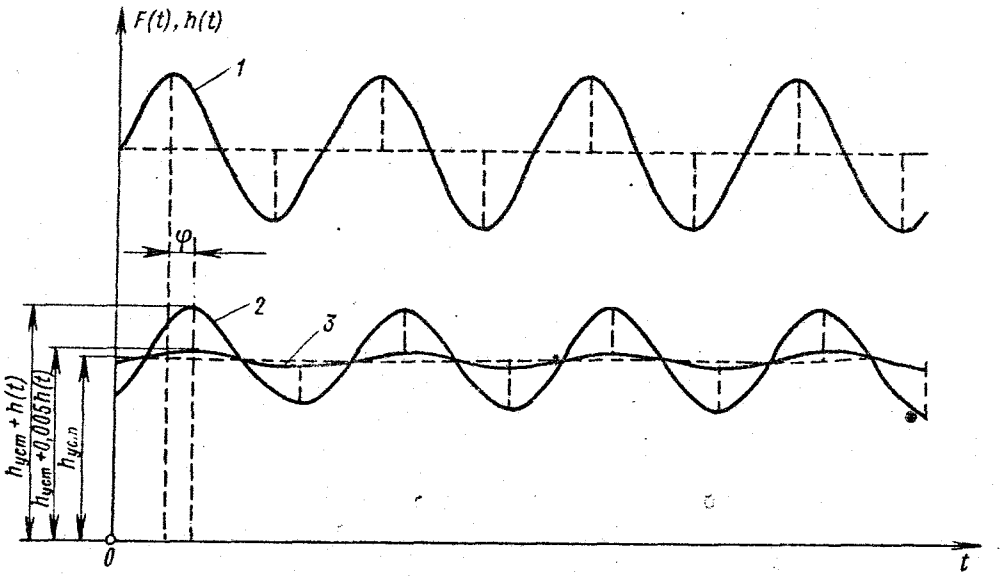


Рис.3. Зависимость изменения усилия, действующего на одну из угловых опор платформы первичного преобразователя (1), вынужденные колебания мембраны преобразователя без демпфера (2) и сдемпфированные колебания мембраны (3)

$$\frac{d^2h}{dt^2} + 2n\frac{dh}{dt} + k^2h = f\sin\omega t \ . \qquad (8)$$

В уравнении (8)

$$2n = \frac{e}{m_0} \ ;$$

$$k^2 = \frac{C}{m_0} \ ; \qquad (9)$$

$$f = \frac{F}{m_0} \ .$$

Частное решение уравнения (8) имеет вид

$$h(t) = \frac{f}{\sqrt{(k^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}}\ \sin(\omega t + \varphi) \ , \qquad (10)$$

где φ – угол сдвига фаз между колебаниями внешней силы $F(t)$ и вынужденными колебаниями гидромеханической системы с амплитудой

$$h = \frac{f}{\sqrt{(k^2-\omega^2)^2 + 4n^2\omega^2}} \ . \qquad (11)$$

Подставив (9) в (11) и вынеся из под знака радикала k^2, получим:

$$h = \frac{F}{m_0 k^2 \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + 4\left(\frac{n}{k}\right)^2 \left(\frac{\omega}{k}\right)^2}} = \frac{F}{C \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + 4\left(\frac{n}{k}\right)^2 \left(\frac{\omega}{k}\right)^2}} \quad (12)$$

В формуле (12) величина

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2 + 4\left(\frac{n}{k}\right)^2 \left(\frac{\omega}{k}\right)^2}} \quad (13)$$

является коэффициентом динамичности гидромеханической системы, который характеризует отношение максимального отклонения системы в динамическом режиме к ее статическому смещению под действием амплитудного значения возмущающей силы F, определяемой по (7). Из (12) и (13) получим

$$h = h_{уст} \eta \ , \quad (14)$$

где $h_{уст}$ – статическое смещение системы под действием силы F, $h_{уст} = \frac{F}{C}$.

Задачу фильтрации сигнала низкой частоты будем считать решенной, если максимальное смещение системы в динамическом режиме будет отличаться от $h_{уст}$ не более чем на 0,5% (рис.3, кривая 3). При этом уравнение (14) примет вид

$$h = h_{уст} \eta = h_{уст} + 0{,}005 h_{уст}$$

или

$$\eta = \frac{h_{уст} + 0{,}005\, h_{уст}}{h_{уст}} = 1{,}005 \ . \quad (15)$$

Следовательно, для решения поставленной задачи необходимо определить значение коэффициента сопротивления e в уравнении (6), при котором в установившемся динамическом режиме выполняется условие (15). По значению e можно вычислять параметры дросселя постоянного перепада. Определим его численное значение по (9) и (15), решая уравнение (13) относительно n:

$$n = \frac{k^2}{2\omega} \sqrt{\frac{1}{\eta^2} - \left(1 - \frac{\omega^2}{k^2}\right)^2}$$

и с учетом (9)

$$e = \frac{C}{\omega} \sqrt{\frac{1}{\eta^2} - \left(1 - \frac{\omega^2 m_0}{C}\right)^2} \ . \quad (16)$$

Определим величину квазиупругого коэффициента C. Упругое усилие, противодействующее внешнему усилию F,

$$F_{упр} = hC = hC_1 + h_{вых} C_2 \ ,$$

где $h_{вых}$ – линейное перемещение безынерционного поршня (см. рис.2,б).

В общем случае $h_{вых} \neq h$, так как площади поршней S_1 и S_2 не равны между собой, а в реальной системе $S_1 > S_2$.

Объем перекачиваемой жидкости в динамическом режиме без учета ее сжимаемости определится как $hS_1 = h_{вых}S_2$ или $h_{вых} = \frac{S_1}{S_2} = h$, откуда получим формулу

$$C = C_1 + \frac{S_1}{S_2} C_2 \quad . \qquad (17)$$

Численные значения коэффициентов в уравнениях (6) и (8) при следующих значениях коэффициентов для реальной гидромеханической системы: $C_1 = 70{,}73 \times 10^4$ Н/м; $C_2 = 8{,}8 \cdot 10^4$ Н/м; $S_1 = 7{,}07 \cdot 10^{-4}$ м^2; $S_2 = 1{,}77 \cdot 10^{-4}$ м^2; $m_0 = 2{,}1$ кг; $\omega = 200$ рад/с равны $e = 19{,}98 \cdot 10^2$ кг/с; $C = 105{,}88 \cdot 10^4$ Н/м; $k = 7{,}1 \cdot 10^2$ 1/с; $n = 4{,}757 \cdot 10^2$ 1/с; $f = F/2{,}1$ м/с^2.

Внешняя сила F является одной из опорных реакций, определяемых по (4). Как видно из расчетных данных, $n < k$, т.е. имеющаяся система является колебательной. Коэффициент k является круговой частотой собственных колебаний системы при отсутствии сил вязкого сопротивления ($e = 0$). При наличии сопротивления круговая частота собственных колебаний [3]

$$k_1 = k\sqrt{1 - \left(\frac{n}{k}\right)^2} = 5{,}27 \cdot 10^2 \text{ рад/с}$$

и превышает круговую частоту входного сигнала низкой частоты $\omega = 200$ рад/с в 2,635 раза. Таким образом, в данном диапазоне изменения круговой частоты входного сигнала ($\omega \leqslant 200$ рад/с) гидромеханическая система имеет достаточный запас устойчивости и не может войти в резонансный режим расходящихся колебаний.

Передаточная функция рассмотренного первичного преобразователя [1] может быть найдена из уравнения (8):

$$W(p) = \frac{K}{T_c^2 p^2 + 2\xi T_c p + 1} \quad ,$$

где $K = 1/m_0 k^2 = 0{,}945 \cdot 10^{-7}$ с^2/кг; $T_c = 1/k = 0{,}14 \cdot 10^{-2}$ с; $\xi = n/k = 0{,}67$ – параметр затухания.

Логарифмический декремент колебания системы

$$\Delta = \frac{nT_1}{2} = \frac{n\pi}{k_1} = 2{,}836; \quad T_1 = \frac{2\pi}{k_1} \quad ,$$

и соответствующий ему фактор затухания $e^{\Delta} = 17{,}04$.

В настоящее время получены положительные результаты испытаний действующего макета первичного преобразователя в лабораторных условиях. Статические характеристики линейны в рабочем диапазоне изменения массы груза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М., Наука, 1972.

2. Гуревич В.В. Основы теории малых колебаний. Л., Изд. инженерно-строительного ин-та, 1969.

3. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Основные дифференциальные уравнения математической физики. М., Гос. изд. физико-математической литературы. 1962.

4. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М., Наука, 1969. Т.3.