Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
т. /XXУП, 1978 г.

О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ БЕСПОИСКОВОГО МЕТОДА ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ ОБОГАЩЕНИЯ

В.И.ЗЛАТКИН

Задача оптимизации статического режима для ряда важнейших процессов обогащения полезных ископаемых может быть сведена к задаче линейного программирования [I–4]:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \longrightarrow max\ ; \qquad (I)$$

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqslant b_i\ , \quad i = 1, 2, \ldots, m\ ; \qquad (2)$$

$$x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \ldots, n\ , \qquad (3)$$

где Z – целевая функция; y_i – выходные переменные; x_i – входные переменные (управления); a_{ij} , b_i , c_i – постоянные коэффициенты.

Задача обладает следующими особенностями:

I) величины b_i , определяющие технологические ограничения, предполагаются заданными;

2) величины коэффициентов a_{ij} , c_j линейной аппроксимации функций (I) и (2) определяются в результате идентификации управляемого объекта и могут изменяться в процессе его работы;

3) переменные y_i могут быть измерены в процессе работы управляемого объекта.

Вторая особенность задачи оптимизации, связанная с действующими возмущениями и изменчивостью характеристик объекта в процессе его работы, приводит к изменению решения задачи (I)–(3) во времени. Поэтому изменяющиеся оптимальные управления перед установкой на объекте могут отыскиваться путем периодического повторения процедуры идентификации для нахождения новых значений коэффициентов a_{ij} , c_j с последующим повторением процедуры решения задачи линейного программирования. Именно таким способом предполагалось оптимизировать процессы флотации руд цветных металлов [3, 4].

Указанный способ принципиально всегда осуществим, однако обладает существенными недостатками. Одним из основных недостатков является сложность, заключающаяся в необходимости выполнения большого объема вычислений для идентификации, что приводит к отставанию во времени вычисленных оптимальных управлений от истинных. Другой недостаток – практическая невозможность непрерывного слежения за оптимумом.

. В рассматриваемом случае непрерывное слежение за оптимумом может быть легко реализовано с помощью нескольких контуров автоматического регулирования, работающих в режиме стабилизации тех управлений x_j , и тех выходных переменных из набора y_i , для которых ограничения (2), (3) в оптимальном режиме обращаются в равенства, т.е. натянуты на оптимальную вершину многогранника ограничений.

Для реализации этого способа существенны первая и третья упомянутые особенности рассматриваемой задачи. Изменение коэффициентов задачи приводит к деформации многогранника ограничений (2), (3) в пространстве управлений, а также к изменению взаимной ориентации многогранника и гиперплоскости целевой функции. При этом может оказаться, что оптимальной остается прежняя вершина многогранника ограничений. В этом случае измерение выходных переменных, соответствующих натянутым на оптимальную вершину ограничениям (2), позволяет осуществить автоматическую стабилизацию их значений (независимо от изменения коэффициентов a_{ij}) и непрерывное слежение за оптимумом [I].

При изменении оптимальной вершины многогранника ограничений для продолжения работы в оптимальном режиме достаточно изменить набор стабилизируемых переменных [I]. Таким образом, слежение за оптимумом в пределах неизменного оптимального базиса осуществляется без поиска. Однако представляет значительный интерес вопрос о том, необходим ли поиск при смене оптимального базиса. Ранее [I] на частном примере было показано, что автоматическое отыскание новой оптимальной вершины может быть осуществлено простым логическим устройством, которое использует текущую информацию о доступных для измерения переменных системы без осуществления поиска. Представляет практический и теоретический интерес вопрос, во всех ли случаях возможно осуществление беспоискового алгоритма работы оптимальной системы данного класса.

Рассмотрим условия оптимальности Куна-Таккера [5]. Для задачи (I)-(3) они имеют вид

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i , \qquad i = 1, \ldots, p ; \tag{4}$$

$$y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j < b_i , \qquad i = p+1, \ldots, m ; \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} \lambda_i = c_j , \quad j = 1, \ldots, p ; \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}\lambda_i > c_j, \quad j = p+1, \ldots, n; \tag{7}$$

$$x_j > 0, \quad j = 1, \ldots, p; \tag{8}$$

$$x_j = 0, \quad j = p+1, \ldots, n; \tag{9}$$

$$\lambda_i > 0, \quad i = 1, \ldots, p; \tag{10}$$

$$\lambda_i = 0, \quad i = p+1, \ldots, m, \tag{11}$$

где λ_i – переменные сопряженной задачи линейного программирования; p – размерность пространства управлений.

Рассмотрим случаи элементарных нарушений условий Куна-Таккера. При нарушении условий (5) или (8) режим управления становится не только не оптимальным, но и недопустимым. Возникающая ситуация легко идентифицируется в работающей системе, поскольку величины x_j, y_i непрерывно контролируются. В этом случае возможен беспоисковый переход к новому оптимальному базису. Геометрически описанная ситуация соответствует случаю слияния двух соседних ограничений выпуклого многогранника при приблизительно параллельном перемещении одной из общих для этих вершин граней вплоть до ее выхода за пределы выпуклого многогранника, либо расщепления вершины при обратном процессе.

При нарушении условий (7) или (10), наложенных на переменные сопряженной задачи, режим работы системы управления перестает быть оптимальным, однако не перестает быть допустимым. При этом все переменные, доступные измерению, удовлетворяют поставленным ограничениям, и идентифицировать описываемую ситуацию по результатам измерений не представляется возможным. В этом случае должен быть использован поисковый алгоритм оптимального базиса (вершины многогранника ограничений). Геометрически рассматриваемый случай соответствует повороту многогранника ограничений или гиперплоскости целевой функции до смены оптимальной вершины. Таким образом, беспоисковая оптимальная автоматическая система [I] может быть реализована лишь применительно к таким задачам, для которых изменение математической модели объекта управления не приводит к нарушению неравенств для переменных сопряженной задачи в условиях Куна-Таккера.

ЛИТЕРАТУРА

1. К синтезу автоматической системы управления измельчительным агрегатом / В.И.Златкин, П.П.Рыжий, А.Х.Горелик, Е.Е.Штейнман. – Изв. вузов, Горный журнал, 1975, № 11.

2. Несмелов В.В., Машевский Г.Н. Изучение процесса флотации с целью получения математического описания. – В кн.: Химия и технология молибдена и вольфрама, вып. 2, Нальчик, изд. Кабардино-Балкарского гос. ун-та, 1974.

3. Золотов О.И., Ковин Г.М. и др. Применение принципов адаптации к управлению процессом флотации. Тезисы доклада на Всесоюзном совещании „Состояние внедрения автоматических систем управления технологическими процессами в цветной металлургии. М., изд. ВНИКИ ЦМА, 1975, вып. 5.

4. Несмелов В.В. Идентификация процесса доводки шеелитовых концентратов и разработка системы управления. Автореф. канд. диссертации, Л., ЛГИ, 1975.

5. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. М., Мир, 1967.