Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова, т. LXXVII, 1978 г.

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАГРУЗКИ ПРИ СУШКЕ КОНЦЕНТРАТА НА ОБОГАТИТЕЛЬНЫХ ФАБРИКАХ

В.Г.ДЕЙЧ, В.В.СТАЛЬСКИЙ, С.В.СТОРОЖЕНКО

На многих обогатительных фабриках, например при обогащении железных руд, имеется возможность регулировать массовый расход кека (нагрузки), поступающего в сушильные агрегаты. В то же время на таких фабриках концентрат на сушку (в зимнее время) часто поступает непосредственно со склада, поэтому расход сырого материала ограничивается только производительностью транспортных устройств.

В статье предлагается алгоритм оптимального распределения нагрузки между агрегатами – вращающимися барабанными сушилками, для вывода которого использована математическая модель такой сушилки, полученная ранее[x].

Рассмотрим вначале систему, состоящую из n каких угодно параллельно работающих агрегатов. Через x_k, y_k, u_k обозначим соответственно входной и выходной параметры и управляющее воздействие для объекта с номером k $(1 \leqslant k \leqslant n)$. Будем считать, что x_k имеет смысл материального потока (нагрузки), поступающего на вход k-го агрегата. При этом предполагается, что суммарная нагрузка

$$\sum_{k=1}^{n} x_k = X \qquad (1)$$

есть фиксированная величина.

Пусть известна математическая модель статики каждого из объектов в виде уравнения, связывающего выход со входом и управлением:

$$y_k = f_k(x_k, u_k), \qquad k = 1, 2, \ldots n . \qquad (2)$$

Отметим, что функции f_k в (2) следует считать, вообще говоря, различными даже, если все агрегаты одинаковы, вследствие различия значений входящих в них постоянных.

---

[x] Дейч В.Г., Стальский В.В. Оптимальное управление процессом сушки во вращающейся барабанной сушилке. – Теоретические основы химической технологии, 1975, т. 9, № 1.

Управления u_k должны быть подчинены технологическим ограничениям, которые можно считать заданными в виде

$$0 \leq u_k \leq u_{k,max} . \tag{3}$$

Целью управления является поддержание постоянного значения (стабилизация) выходных величин y_k.

Чтобы сформулировать задачу оптимального распределения нагрузки, предположим, что известна зависимость затрат Φ_k на управление k-м агрегатом в виде функции

$$\Phi_k = \Phi_k(u_k) . \tag{4}$$

Задача состоит в таком выборе нагрузки x_k каждого из агрегатов, при которой суммарные затраты минимальны, т.е.

$$\Phi = \sum_{k=1}^{n} \Phi_k(u_k) \longrightarrow min \tag{5}$$

при условиях (I)-(3). Целевая функция Φ зависит от переменных x_k неявно. Удобно разрешить (если это возможно) уравнения (2) относительно управляющих воздействий, а ограничения (3) – относительно переменных x_k. После этого придем к следующей задаче:

$$\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{k=1}^{n} \varphi_k(x_k) \longrightarrow min \tag{6}$$

при условии (I) и

$$0 \leq x_k \leq x_{k,max} . \tag{7}$$

Применим теперь описанную схему непосредственно к задаче оптимизации распределения нагрузки отделения сушки, состоящего из n сушильных барабанов. Здесь x_k – расход кека на входе, y_k – выходная влажность концентрата, u_k – температура сушильного агента (величину второго управляющего воздействия – скорости агента – считаем постоянной). Решая уравнения рассматриваемой модели в статике, после несложных преобразований приходим к следующим уравнениям, описывающим статику объектов:

$$y_k = y_0 - c_k u_k \frac{1 - e^{-\alpha_k x_k}}{\alpha_k x_k} , \qquad k = 1,2,\ldots,n , \tag{8}$$

где y_0 – входная влажность кека; c_k , α_k – постоянные.

Если скорость сушильного агента фиксирована, то можно показать, что расходы на сушку пропорциональны температуре сушильного агента:

$$\Phi_k = B_k u_k .$$

Разрешая (8) относительно u_k и подставляя в (5), найдем, что $\Phi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ имеет вид (6), где

$$\varphi_k(t) = A_k \frac{\alpha_k t}{1 - e^{-\alpha_k t}}, \qquad (9)$$

причем

$$A_k = B_k \frac{y_0 - y_k}{c_k}.$$

Ограничения вида (7) на переменные x_k вытекают из ограничений (3) на u_k.

Таким образом, окончательно приходим к следующей задаче: найти вектор $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, удовлетворяющий (I), (7) и такой, чтобы функция (6) принимала минимальное значение.

Поставленная задача является типичной задачей выпуклого программирования (функции $\varphi_k(t)$ – выпуклы), и может быть решена на ЭВМ с помощью одного из известных алгоритмов[x]. Однако ввиду простоты структуры целевой функции, решение может быть легко построено элементарными методами. Рассмотрим два случая.

I. Предположим, что выполнено неравенство

$$\max_i \sum_{k \neq i} x_{k,max} < X < \sum_{k=1}^{n} x_{k,max}, \qquad (10)$$

правая часть которого представляет собой необходимое условие разрешимости поставленной задачи, а левая означает, что ни один набор из $(n-1)$ сушильного барабана не является достаточным для того, чтобы "справиться" с нагрузкой, поступающей в отделение сушки. В этом случае ни одна из n сушилок не может быть отключена. Это свидетельствует о том, что минимум целевой функции следует искать во внутренних точках симплекса (I). Для решения последней задачи воспользуемся классическим методом множителей Лагранжа. Будем искать безусловный минимум функции

$$\phi(x_1, \ldots, x_n) = \Phi(x_1, \ldots, x_n) - \lambda \sum_{k=1}^{n} x_k. \qquad (11)$$

Условия экстремума функции (II), который в силу ее вогнутости будет минимумом, сводятся к распадающейся системе уравнений:

$$\frac{1 - e^{-y_k} - y_k e^{-y_k}}{(1 - e^{-y_k})^2} = \frac{\lambda}{A_k \alpha_k}, \qquad k = 1, 2, \ldots, n, \qquad (12)$$

где $y_k = \alpha_k x_k$.

Функция в левой части (I2) монотонно возрастает от I/2 до I при $0 \leqslant y_k \leqslant \infty$. Обозначая через $\phi(\mu)$ обратную функцию (определенную лишь при $1/2 \leqslant \mu \leqslant 1$), получим

---

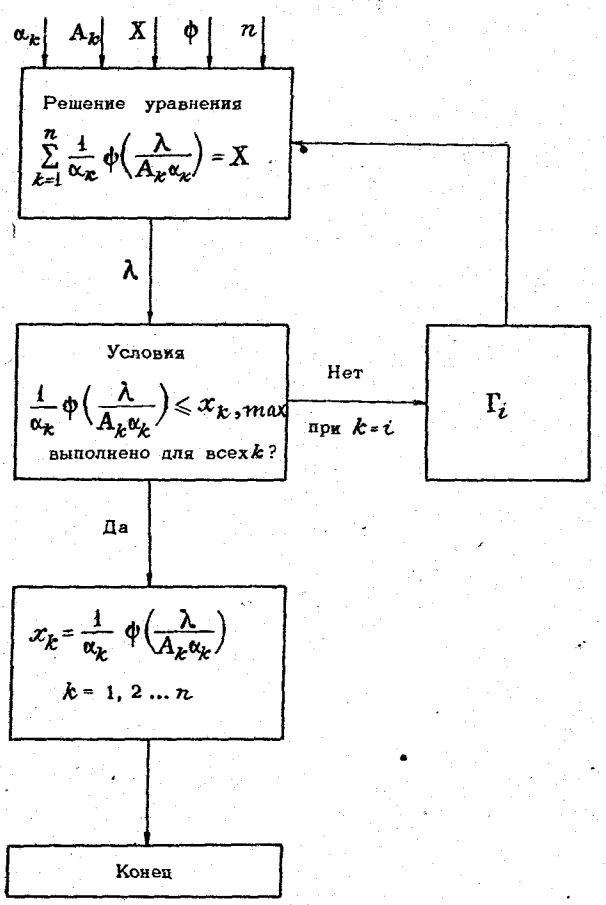
[x] Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., Мир, 1975.

$$x_k = \frac{1}{\alpha_k}\,\phi\left(\frac{\lambda}{A_k\alpha_k}\right). \qquad (13)$$

Постоянная λ должна быть найдена из условия (1), т.е.

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\alpha_k}\,\phi\left(\frac{\lambda}{A_k\alpha_k}\right) = X \quad . \qquad (14)$$

Если λ найдено и определенные по формуле (13) значения x_k удовлетворяют ограничениям (7), то они и представляют собой искомое решение задачи распределения нагрузки. Если же ограничение (7) не выполнено, например, при $k = i$, то следует положить $x_i = x_{i,max}$, $X' = X - x_{i,max}$ и решать аналогичную задачу с $(n-1)$-й переменной и т.д. до тех пор, пока не получим решение, удовлетворяющее (7). Если таких решений несколько, то оптимальное выбирается сравнением значений целевой функции (6).



Блок-схема алгоритма оптимального распределения нагрузки

2. Пусть вместо (10) выполнено условие

$$\max_{i,j}\sum_{k\neq i,j} x_{k,max} \leqslant X \leqslant \leqslant \max\sum_{k\neq i} x_{k,max} \quad , \qquad (15)$$

которое означает, что с общей нагрузкой может справиться некоторый набор из $(n-1)$ сушильных барабанов (правая часть неравенства), но не может справиться ни один набор из $(n-2)$ барабанов (левая часть неравенства). В этом случае помимо программы, указанной в первом случае, следует провести аналогичную программу, полагая последовательно равными нулю те значения x_i, для которых $\sum_{k\neq i} x_{k,max} > X$. Окончательный выбор вектора $x = (x_1, \ldots, x_n)$ осуществляется сравнением значений целевой функции. Отметим, что в случае, когда все барабаны можно считать идентичными (т.е. постоянные A_k, α_k не зависят от k) нетрудно показать, что при условии

(I5) всегда выгодно отключать один из барабанов. В этом случае, очевидно, провоцить программу, описанную в первом случае, не следует.

Полученный алгоритм может быть представлен в виде блок-схемы (см.рисунок), где через Γ_i обозначена операция перехода к задаче на единицу меньшей размерности, в которой переменная x_i исключается, а величина X заменяется на $X' = X - x_{i,max}$.