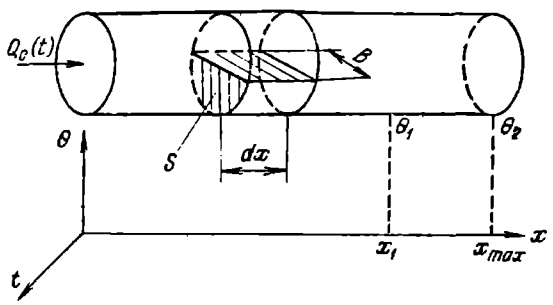
Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им.Г.В.Плеханова, т./XXУШ, 1978 г.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ КАЛЬЦИНАЦИИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ ГЛИНОЗЕМА

В.А.ТЕРЕНТЬЕВ, О.Н.ТИХОНОВ, В.Д.РЫВКИН

Производительность печи кальцинации обуславливается рядом факторов, важнейшими из которых являются тепловой режим и равномерность питания печи исходным сырьем.[x] Для автоматизации такой печи большое значение имеет правильное математическое описание процесса от момента загрузки исходного сырья до получения готового продукта.



К составлению уравнений динамики процесса кальцинации

В настоящей статье получено математическое описание процесса кальцинации, исходя из следующих соображений. Входом объекта принята производительность печи по питанию $Q_0(t)$; измеряемыми выходами – температура $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$ по длине печи (см. рисунок). Необходимо найти математические уравнения, связывающие эти величины.

Вдоль длины печи x выделим малый элемент материала dx и составим для него баланс тепловых потоков:

$$\rho c S\, dx\, \frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \rho c Q(x,t)\theta(x,t) - \rho c Q(x+dx,t)\theta(x+dx,t) + h B\, dx \left[\theta_{газ}(x,t) - \theta(x,t)\right], \qquad (I)$$

где ρ – плотность материала, кг/м^3; c – удельная теплоемкость материала, Дж/(кг·°С); S – площадь поперечного сечения материала, м^2; h – коэф-

[x] Математическое описание и алгоритмизация управления технологическими процессами производства глинозема и алюминия. М., МЦМ, 1969.

фициент теплопередачи от горячего газа к материалу, Вт/(м^2.^{o}C); Bdx – площадь контакта материала с газом, м^2; $\theta_{газ}(t)$ – температура газа в точке x в момент t , ^{o}C.

В равенстве (I) левая часть характеризует скорость изменения температуры $\theta(t)$ элемента материала dx ; первый член правой части – это приток тепла в элемент dx вместе с входящим потоком материала Q ; второй член – отток тепла с материалом; третий член – приток тепла от газа по закону Ньютона.

Простой вариант уравнения математической модели получается из равенства (I) при условии, что поток $Q(x,t)=Q_0(t)$ не зависит от x :

$$\rho c S \frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t} + \rho c Q_0(t) \frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x} + hB\theta(x,t) = hB\theta_{газ}(t) \qquad (2)$$

Его можно переписать в виде

$$a\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t} + a\frac{Q_0(t)}{S}\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x} + \theta(x,t) = \theta_{газ}(t) \qquad (3)$$

где

$$a = \frac{\rho c S}{hB}$$

Пусть температура материала на входе в печь при x = 0 известна (как граничное условие):

$$\theta(0,t) = \theta_0(t) \qquad (4)$$

Тогда решение уравнения (3) имеет вид

$$\theta(x,t) = e^{-t/a}\left\{\theta_0(t)\left[x - \frac{1}{S}\int_0^t Q_0(t)dt\right]\right\} + \frac{1}{a}\int_0^t \theta_{газ}(t)e^{t/a}dt, \qquad (5)$$

$$0 \le x - \frac{1}{S}\int_0^t Q_0(t)dt \le x_{max}$$

Оно предсказывает поведение температуры материала $\theta(x,t)$ в пространстве и времени при следующих заданных входах и возмущениях: $Q_0(t)$, $\theta_0(t)$,$\theta_{газ}(t)$; в частности, оно предсказывает поведение выходных сигналов $\theta_1(t) = \theta(x_1,t)$ и $\theta_2(t) = \theta(x_{max}, t)$, используемых в САУ. Эта модель пригодна для случая плавных изменений загрузки печи.

Более сложными являются модели, учитывающие зависимость потока $Q(x,t)$ от x ; такой учет может потребоваться при быстрых и больших по величине изменениях загрузки печи. Рассмотрим две такие модели.

Если поток материала $Q(x,t)$ зависит от t и x , то равенство (I) записывается в виде

$$\rho c S \frac{\partial\theta(x,t)}{\partial t} + \rho c\left[Q(x,t)\frac{\partial\theta(x,t)}{\partial x} + \theta(x,t)\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}\right] + hB\theta(x,t) = hB\theta_{газ}(x,t). \qquad (6)$$

Оно содержит две неизвестные функции: $\theta(x,t)$ и $Q(x,t)$.

Для определения $Q(x,t)$ требуется еще одно уравнение, учитывающее скорость перетекания сыпучего материала. Простое уравнение - уравнение транспортной линии с чистым запаздыванием τ

$$Q(x,t) = Q_0(t-\tau) = Q_0\left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad (7)$$

Система уравнений (6) и (7) является первой из упомянутых моделей, решение ее определяет выход $\theta(x,t)$, а также промежуточный выход $Q(x,t)$ по известным входам $Q_0(t)$, $\theta_0(t)$ и $\theta_{газ}(x,t)$.

Пусть, например, управляющий вход $Q_0(t)$ изменяется скачком от 0 до b=const в момент времени $t_0 = 0$:

$$Q_0(t) = b\,\bar{1}(t), \qquad (8)$$

тогда согласно уравнению (7)

$$Q(x,t) = b\,\bar{1}\left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad (9)$$

Подставляя выражение (9) в уравнение (6), получим уравнение, содержащее только одну неизвестную функцию $\theta(x,t)$,

$$\rho c S \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho c\, b\,\bar{1}\left(t - \frac{x}{v}\right)\frac{\partial \theta}{\partial x} - \rho c \frac{b}{v}\delta\left(t - \frac{x}{v}\right)\theta + h B \theta = h B \theta_{газ}, \qquad (10)$$

где $\delta\left(t - \frac{x}{v}\right)$ - δ-функция.

Решая уравнение (10), найдем "ступенчатую переходную функцию" объекта $\theta_{ст}(x,t)$; далее, придавая величине x два фиксированных значения $x=x_1$ и $x=x_{max}$, получим ступенчатые переходные функции для двух изменяемых температур на выходе объекта: $\theta_{1ст}(t) = \theta_{ст}(x_1,t)$ и $\theta_{2ст}(t) = \theta_{ст}(x_{max},t)$.

В общем случае, при произвольно изменяющемся управляющем входе $Q_0(t)$, уравнение этой модели

$$\rho c S \frac{\partial \theta}{\partial t} + \rho c\, Q_0\left(t - \frac{x}{v}\right)\frac{\partial \theta}{\partial x} + \rho c\, Q_0'\left(t - \frac{x}{v}\right)\theta + h B \theta = h B \theta_{газ}, \qquad (11)$$

где $Q_0'\left(t - \frac{x}{v}\right) = \frac{d Q_0(t)}{dt}$ при замене $t = t - \frac{x}{v}$.

Математически оно относится к классу уравнений вида

$$A \frac{\partial \theta}{\partial t} + F_1(x,t)\frac{\partial \theta}{\partial x} + F_2(x,t) = F_3(x,t), \qquad (12)$$

где A, F_1, F_2, F_3 - известные количества.

В следующей модели для определения $Q(x,t)$ взамен уравнения (7) вводится уравнение, учитывающее переменность сечения материала и другие факторы. Для элемента материала dx (см. рисунок) возьмем уравнение материального баланса

$$dx \frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = Q(x,t) - Q(x+dx,t) \qquad (13)$$

$$\frac{\partial S(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[S(x,t)\,v(x,t)\right] \qquad (14)$$

в котором учтено равенство

$$Q(x,t) = S(x,t)\,v(x,t)\,. \qquad (15)$$

Кроме того, возьмем следующую оценку скоростей движения слоев материала по высоте потока. В нижнем слое составляющая силы тяжести, действующая на единицу объема частиц материала вдоль потока, равна

$$\rho g \sin\alpha \qquad (16)$$

где g – ускорение свободного падения; α=const – угол наклона оси печи. Ей противодействует сила Кулонова трения

$$F_К = \text{const} \qquad (17)$$

и сила вязкого трения, пропорциональная скорости движения,

$$F_{тр} = -k_{тр}\,v_Н \qquad (18)$$

Баланс сил $\rho g \sin\alpha - F_К - k_{тр} v_Н = 0$ дает величину скорости нижнего слоя

$$v_Н = \frac{\rho g \sin\alpha - F_К}{k_{тр}} = \text{const} \qquad (19)$$

(силой инерции пренебрегаем).

Скорость же верхнего слоя $v_В$ не постоянна. Для него составляющая силы тяжести вдоль поверхности слоя, наклоненного под углом $\alpha_В$,

$$\rho g \sin\alpha_В \approx \rho g \alpha_В = -\rho g \frac{\partial S(x,t)}{\partial x} \qquad (20)$$

Ей противодействуют те же силы, что и в нижнем слое. Баланс сил $-\rho g \frac{\partial S}{\partial x} - F_К - k_{тр} v = 0$ дает

$$v_В = \frac{-\rho g \frac{\partial S}{\partial x} - F_К}{k_{тр}} \qquad (21)$$

Примем среднюю скорость потока

$$v(x,t) = \frac{1}{2}(v_Н + v_В) = -\frac{\rho g}{2k_{тр}}\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\rho g}{2k_{тр}}\sin\alpha - \frac{F_К}{F_{тр}} = K_1 - K_2\frac{\partial S(x,t)}{\partial x} \qquad (22)$$

где K_1 и K_2 – постоянные коэффициенты, $K_1 = \frac{\rho g}{2k_{тр}}\sin\alpha - \frac{F_К}{k_{тр}} = \text{const} > 0$; $K_2 = \frac{\rho g}{2k_{тр}} = \text{const} > 0$.

Имеем три уравнения ((I4),(I5),(22)), содержащие три неизвестные функции ($Q(x,t)$, $v(x,t)$ и $S(x,t)$)). Исключая функции v и S, получим одно уравнение, определяющее $Q(x,t)$; оно и должно заменить уравнение (I7) предыдущей модели.

Для приближенного исключения S и v продифференцируем по t равенство $Q=S\left(K_1-K_2\frac{\partial S}{\partial x}\right)$:

$$\frac{\partial Q}{\partial t}=K_1\frac{\partial S}{\partial t}-K_2\frac{\partial S}{\partial t}\frac{\partial S}{\partial x}-K_2S\frac{\partial S}{\partial x\,\partial t}$$

Величиной $\frac{\partial S}{\partial t}\frac{\partial S}{\partial x}$ второго порядка малости пренебрегаем. Используя равенства $\frac{\partial S}{\partial t}=-\frac{\partial Q}{\partial x}$ и $\frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial t}=-\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}$ получим приближение

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t}=K_2S_0\frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2}-K_1\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \qquad (23)$$

где $S_0=const$ – среднее сечение потока материала.

Математически это есть уравнение типа Фоккера – Планка. Оно определяет $Q(x,t)$ при известных K_1 , K_2, S_0 и краевых условиях.

Итак, данная модель определяется системой уравнений (6) и (23) или более точно нелинейной системой уравнений (6),(I4),(I6),(22).

Практическим приложением рассмотренного подхода к объектам металлургического производства явилась разработка и испытание в промышленных условиях нового алгоритма управления вращающимися печами кальцинации производства глинозема. С учетом системы уравнений новый стабилизирующий алгоритм для инерционных объектов имеет вид

$$\mu(p)=\left[k_p+\frac{1}{T_и p}\left(1-ke^{-\tau_и p}\right)+k_д\left(1-e^{-\tau_д p}\right)\right]\Delta(p)$$

где μ – управляющее воздействие на входе объекта; k_p , $T_и$, $\tau_и$, $k_д$, $\tau_д$, k – настроечные параметры; Δ – отклонение регулируемой величины от задания (выход объекта).

Рассмотренный стабилизирующий алгоритм был реализован на элементах системы "Старт" вместе с нестандартным блоком запаздывания и испытан на вращающихся печах Павлодарского алюминиевого завода длиной II0 м. Основные настройки были подобраны в процессе испытаний и имели следующие значения: $T_и$ = I0 мин; $\tau_и$ = I3 мин; k = 0,8; $\tau_д$ = I8 мин. Точность стабилизации, в частности, отсутствие статической ошибки, оказалась выше, чем у других алгоритмов, применяемых на ПАЗе в настоящее время. Трехнедельные испытания показали возможность повышения производительности печей кальцинации примерно на I0% при сохранении качества готового продукта.