Записки Ленинградского орден. Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
т. LXXX, 1980 г.

УДК 556.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ МАССОПЕРЕНОСА В ПОДЗЕМНЫХ ВОДАХ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Г.Н.ГЕНЗЕЛЬ, В.А.МИРОНЕНКО

Теория массопереноса служит фундаментом для исследований, направленных на решение широкого круга гидрогеологических задач. В развитии этой теории важную роль, наряду с физическим экспериментом, сыграли аналитические методы решения дифференциальных уравнений массопереноса. В последнее время стало ясным, что дальнейшее всестороннее изучение миграции подземных вод немыслимо без широкого привлечения математического моделирования, которое оказывается в данном случае вполне самостоятельным направлением исследований физических основ массопереноса.

Анализ применяемых методов математического моделирования процессов массопереноса в подземных водах показывает, что их разработка, за редким исключением, осуществлялась на основе апробированных ранее методов моделирования задач геофильтрации [2] и теплопереноса [3]. Это дало хорошую основу для быстрого внедрения математического моделирования в рассматриваемую область исследований, но, в то же время, привело к использованию методов моделирования, недостаточно эффективных при решении задач миграции, вследствие специфических особенностей, присущих процессам массопереноса. Главная из них отражена в дифференциальных уравнениях через конвективную составляющую, которая, в отличие от идентичных уравнений теплопереноса, по абсолютной величине нередко значительно превосходит диффузионную компоненту.

Принципиальные различия между моделированием геофильтрации и массопереноса проявляются уже на стадии расчетной схематизации, особенно в том, что касается учета неоднородности и влияния масштабных эффектов. Задачи геофильтрации, например, допускают осреднение фильтрационных параметров в значительно более широких пределах, чем задачи массопереноса.

При прогнозах распространения загрязнений в подземных водах используют методы как аналогового, так и численного моделирования, однако соотношение между этими двумя способами моделирования с точки зрения их эффективности существенным образом отличается от сложившегося при решении геофильтрационных задач. При прогнозах массопереноса аналоговые ме-

тоды по эффективности значительно уступают численным. Обусловлено это, главным образом, недостаточной приспособленностью стандартных схем и приборов, используемых в гидрогеологической практике, для моделирования конвективной составляющей переноса; отсюда – громоздкость и малая точность решения инженерных задач.

Нами было произведено параллельное решение ряда тестовых задач аналоговыми и численными методами для сравнения областей их эффективного применения при исследовании процессов массопереноса.

Анализ показал, что применение ЭЦВМ можно считать оптимальным даже при решении небольших задач, причем этот вывод сохраняет свою силу и при использовании в аналоговых моделях тех или иных предложений, направленных на повышение их эффективности [1, 6, 7].

Применение численного моделирования перспективно в самых различных направлениях: прогноз распространения загрязнений в подземных водах, решение обратных задач миграции, обоснование расчетных схем массопереноса (миграционная схематизация), планирование и интерпретация опытно-миграционных работ, обоснование физических моделей миграции в гетерогенных средах.

Разрабатываемые алгоритмы должны учитывать специфические особенности миграционных процессов – наличие больших градиентов искомой функции (концентрации), изменение во времени размеров области миграции и пространственного положения фронта загрязнения, наличие существенно разномасштабных эффектов, сложность пространственной структуры миграционного потока, необходимость учета и обработки большого объема информации (в частности, результатов решения фильтрационной задачи) и др. Все это с учетом уровня оснащенности гидрогеологических организаций электронно-вычислительной техникой заставляет ориентироваться на составление программ для сравнительно небольших групп задач.

Так как в основе численных методов решения уравнений массопереноса лежит представление последних конечно-разностными уравнениями, то нами было проведено исследование широкого класса конечно-разностных аппроксимаций одномерного уравнения конвективной диффузии в однородных и неоднородных средах; при этом использовались аналитические и численные методы. Анализ результатов приводит к следующим выводам.

1. Решения, полученные с помощью явных и явно-неявных конечно-разностных схем при аппроксимации конвективного члена центральной разностью, характеризуются числовой осцилляцией – нарушается монотонность схемы вблизи фронта вытеснения (рис.1); амплитуды осцилляций увеличиваются с уменьшением веса неявной части σ.

2. Решения, полученные с помощью чисто неявных схем, завышают размеры переходной зоны, что также дает весьма ощутимые погрешности при $v\Delta x/D > 1$ (v – скорость фильтрации; D – коэффициент гидродисперсии; Δx – шаг разбивки).

3. Влияние отмеченных эффектов на поведение схемы можно регулировать выбором весового коэффициента σ. Однако улучшение одного показателя схемы (амплитуда осцилляций) сопровождается ухудшением другого (численная диффузия) и наоборот.

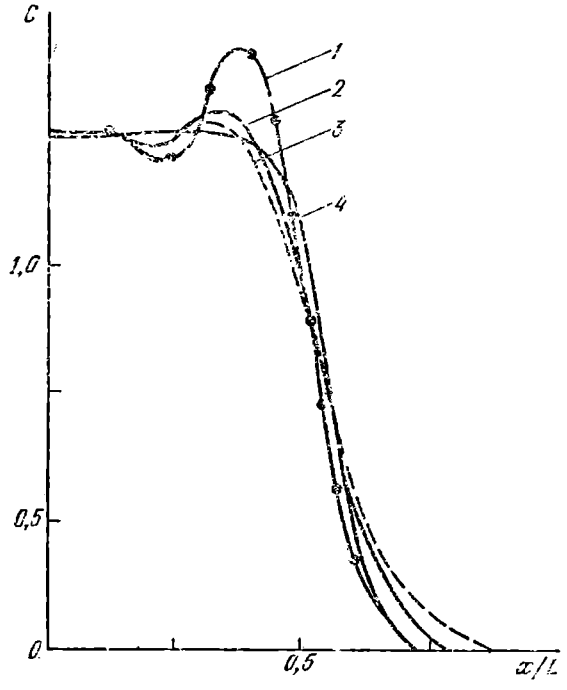


Рис.1. Эффекты числовой осцилляции и численной диффузии в зависимости от веса неявной части σ (для схем с центральной конечно-разностной аппроксимацией конвективного члена)

$\bar{C}$ – относительная концентрация компонента; $x/'$ – безразмерная координата; 1–3 – при σ, равном 0; 0,5 и 1,0 соответственно; 4 – точное решение

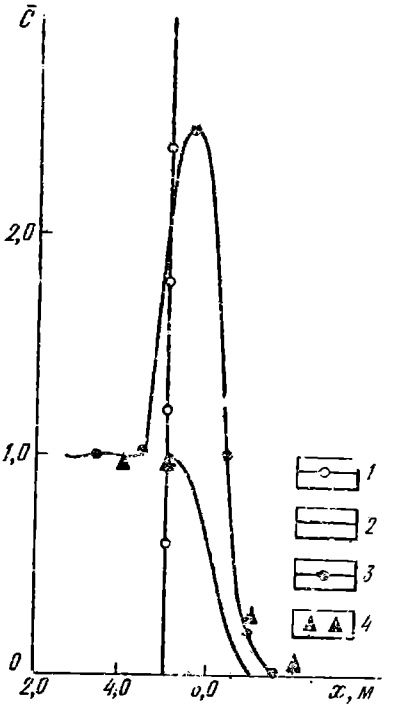


Рис.2. Влияние разрыва по скорости на поведение схемы с $O(h^4 + \tau^4)$ при v_1^* 1 м/сут, v_2^* 0,2 м/сут, Δx = 0,5 м, Δt 0,25 сут

1 – граница неоднородности; 2 – точное решение; 3 – схема с $O(h^4 + \tau^4)$ [Laumbach , 1975]; 4 – неявная схема с левой разностью для $\partial c / \partial x$

4. При миграции в неоднородных средах наличие разрывов по действительной скорости фильтрации $v^* = v / n_0$ (n_0 – эффективная пористость) значительно усиливает численные погрешности результата. Обращение в этих случаях к схемам повышенного порядка аппроксимации [9, 10] не только не повышает точности решения на фронте вытеснения, но снижает ее. Так, в наших примерах разрыв по скорости v_1^* / v_2^* в 5 раз выводил схему с четвертым порядком аппроксимации [10] из диапазона устойчивости (рис.2).

Отмеченная зависимость точности решения от пространственных изменений скорости фильтрации чрезвычайно важна. Результаты численных экспериментов показывают, что при моделировании подобных задач может нарушаться устойчивость или монотонность разностной схемы. В таких типичных для прогнозных задач ситуациях условие монотонности при $\sigma \neq 1$ часто не может быть реализовано даже на быстродействующих ЭВМ. Обращение же к чисто неявным схемам ($\sigma = 1$) приводит к сильному завышению размеров переходной зоны, особенно в тех вариантах, когда фронт загрязнения пересекает границу резкого увеличения скорости движения подземных вод.

5 С летом отмеченных достоинств и недостатков, присущих конечно-разностным аппроксимациям уравнения конвективной диффузии, необходимо рекомендовать для инженерных расчетов использование консервативных конечно-разностных схем; такова, в частности, неявная схема с аппроксимацией конвективного члена левой разностью:

$$\frac{D_{i+1}F_{i+1/2}}{\Delta x_{i+1}}\left(C_{i+1}^{j+1}-C_i^{j+1}\right)-\frac{D_iF_{i-1/2}}{\Delta x_i}\left(C_i^{j+1}-C_{i-1}^{j+1}\right)-\left(v_{i+1}F_{i+1/2}C_i^{j+1}-v_{i-1/2}F_{i-1/2}C_{i-1}^{j+1}\right)=\frac{nV}{\Delta t}\left(C_i^{j+1}-C_i^{j}\right), \quad (1)$$

где F – площадь поперечного сечения рассматриваемого фильтрационного потока; C – концентрация вещества; V – объем расчетного блока; Δt – шаг по времени.

Как показали исследования, удовлетворительная точность решения инженерных задач с использованием таких схем достигается при соблюдении условий:

$$\Delta x \leqslant \delta , \quad v\Delta t / n_0 \Delta x \leqslant 1 , \quad (2)$$

где δ – параметр гидродисперсии $D=\delta V+D_M$, D_M – коэффициент молекулярной диффузии.

Фактически соотношения (2) диктуют необходимый уровень разбивки области по пространству и времени. Следует отметить, что эти соотношения достаточно универсальны: они определяют уровень дискретизации области практически для всех конечно-разностных схем, так как схемы высокого порядка аппроксимации имеют на фронте вытеснения порядок не выше первого. Нетрудно видеть, что условия (2) являются чрезвычайно жесткими. Поэтому далеко не все задачи могут быть решены сразу для всей прогнозной области переноса.

В этих условиях целесообразно вводить подвижную сеточную область, которая должна расширяться в процессе решения, причем общее количество узлов области часто может оставаться примерно на одном уровне, а иногда даже уменьшаться. Характер изменения сеточной области может быть непрерывным (на каждом временном шаге) и дискретным (через определенные промежутки), но из-за соображений экономии машинного времени дискретный вариант, как правило, предпочтительнее. При этом расширяющуюся "фиктивную" область удобно представлять в виде прямоугольника, а условия на ее границах задаются посредством варьирования фиктивными величинами D, v, n.

При решении двухмерных и трехмерных задач массопереноса существенное значение приобретает также выбор эффективного метода решения системы конечно-разностных уравнений. В силу очень жестких условий, предъявляемых к дробности пространственной разбивки, предпочтение здесь должно быть отдано экономичным разностным методам, построенным на основе принципа аддитивности [8, 9].

В задачах фильтрации таким методом обычно является метод переменных направлений в его явно-неявной модификации. Однако, выше было отмечено, что явно-неявные схемы мало пригодны для моделирования переноса в областях с резко меняющейся скоростью фильтрации. Как показал анализ результатов численного решения тестовых задач, наиболее эффективными при не-

следовании процессов массопереноса представляются локально-одномерные неявные схемы вида (I) по взаимно ортогональным направлениям. Соответствующая система конечно-разностных уравнений легко реализуется методом прогонки [8].

Наряду с отмеченными особенностями собственно численного моделирования задач массопереноса в подземных водах заслуживает рассмотрения и специфика расчетной схематизации, учет которой – необходимое условие построения эффективной программы решения миграционной задачи на ЭЦВМ. Здесь, прежде всего, важно отметить допустимость (во многих практически важных случаях) раздельного решения фильтрационной и миграционной частей задачи массопереноса, когда нестационарная миграция рассматривается на фоне стационарной (квазистационарной) фильтрации. Для упрощения исследования пространственного характера миграционного потока часто (по крайней мере, когда источник загрязнения является одновременно и основным источником питания подземных вод, т.е. когда изменения градиента скорости и концентрации в направлении, ортогональном основному переносу, незначительны) можно сводить плановую задачу к системе одномерных задач, решаемых вдоль отдельных лент тока. Такой подход является достаточно корректным при выполнении условия

$$\delta' x_\Phi \left(\frac{\partial Q}{\partial y / \text{сред}} \right)^2 \leqslant 0{,}1 , \qquad (3)$$

где τ – безразмерное время; δ' – параметр поперечной дисперсии; x_Φ – характерный размер области переноса $x_\Phi = \frac{1}{n} v_{max} t$; v_{max} – максимальная скорость фильтрации; Q – поток вещества в пределах ленты.

В случаях, когда условие (3) не выполняется, т.е. переток вещества между лентами за счет поперечной дисперсии значителен, необходимо рассмотрение задачи, двухмерной в плане.

Если ограничиться рассмотрением миграции слабоминерализованных стоков, когда изменения вязкости и плотности подземных вод не принимаются во внимание, то в условиях плановой фильтрации необходимость исследования двухмерной профильной миграции в неоднородном (слоистом) водоносном комплексе определяется прежде всего интенсивностью поперечной диффузии и межслоевого конвективного обмена

Важным аспектом схематизации является также отказ от рассмотрения трехмерной модели переноса. Там, где это необходимо, такая модель может быть с успехом заменена параллельным анализом взаимно соответствующих профильной и плановой двухмерных моделей.

Схематизация внутреннего строения области миграции сводится, прежде всего, к учету неоднородности водоносных пластов с обоснованием физической модели миграции. Для этого необходимо сопоставление ожидаемых масштабов отдельных составляющих миграционного процесса (области изменения функции концентрации) с размерами характерных элементов неоднородности, т.е. этот этап расчетной схематизации базируется на разведочных расчетах. Если допустимо приведение области к однородной (кусочно-одно-

родной), то справедлива диффузионная модель миграции, переходящая в частном варианте в модель поршневого вытеснения. В противном случае необходим учет неоднородности в рамках тех или иных вариантов гетерогенной модели миграции (например, в рамках расчетных схем неограниченной или сосредоточенной емкости [10]). По мере увеличения масштаба миграционного процесса возможен обратный переход от гетерогенных моделей к диффузионным, но уже с иными макропараметрами процесса. Для обоснования корректности той или иной модели могут широко применяться методы численного моделирования.

Проведенное рассмотрение методики численного моделирования задач массопереноса позволяет сделать следующие обобщающие выводы:

1) при исследовании инженерных задач миграции допустимо ограничиваться двухмерными и одномерными моделями;

2) среди возможных вариантов конечно-разностных схем для численного моделирования процессов массопереноса в подземных водах наиболее эффективными представляются консервативные неявные схемы с аппроксимацией конвективного члена левой разностью;

3) необходимым условием эффективного решения двухмерных задач массопереноса является использование принципов расщепления процесса как на основе физических представлений (выделение расчетных лент тока, раздельное описание конвективной и диффузионной составляющих), так и путем расщепления разностного оператора (локально-одномерный метод);

4) при использовании чисто двухмерных схем, а иногда и в локально-одномерном варианте целесообразно обращение к методу подвижных сеточных областей, позволяющему без заметного снижения точности резко уменьшить количество расчетных блоков;

5) численное моделирование является эффективным аппаратом расчетной схематизации процессов массопереноса, направленной на упрощение как расчетной модели переноса, так и используемых численных алгоритмов.

С учетом этих выводов кратко изложим результаты численного решения некоторых задач массопереноса, представляющих достаточно общий интерес.

I. Массоперенос в слоистой системе на примере безнапорного водоносного комплекса, развитого в пределах Старооскольского железорудного района КМА. Нижняя часть разреза представлена песками, в основном средне-зернистыми, мощностью 35 м, а верхняя – обводненными трещиновато-пористыми мело-мергельными породами мощностью около 15 м.

Задача сводится к решению системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial H}{\partial z}\right)=0\ ;$$

$$v_x=-K_x\frac{\partial H}{\partial x}\ ;$$

$$v_z=-K_z\frac{\partial H}{\partial z}\ ; \qquad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(D_x\frac{\partial C}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(D_z\frac{\partial C}{\partial z}\right)-\frac{\partial(v_xC)}{\partial x}-\frac{\partial(v_zC)}{\partial z}=n\frac{\partial C}{\partial t}+n_0\frac{\partial\tilde{C}}{\partial t}\ ;$$

$$n_0\frac{\partial\tilde{C}}{\partial t}=\alpha(C-\tilde{C})\ ,$$

где K_x и K_z – горизонтальная и вертикальная составляющие коэффициента фильтрации; H – напор; v_x и v_z – горизонтальная и вертикальная составляющие средней скорости фильтрации; D_x и D_z – коэффициенты конвективной диффузии; C – концентрация вещества в трещинном пространстве мело-мергельного пласта и в песчаном пласте; $\tilde{C}$ – средняя концентрация вещества в блоках; n_0 – общая пористость; α – параметр массообмена, $\alpha = 2D_M/m_b^2 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ сут$^{-1}$; D_M – коэффициент молекулярной диффузии в мелах, $D_M = 5 \cdot 10^{-5}$ м^2/сут; m_b – характерный размер блока

Задача (4), аппроксимированная по неявным консервативным конечно-разностным схемам, решалась численно на ЭВМ с использованием локально-одномерного метода. Для достижения необходимого уровня разбивки использовалась подвижная сеточная область, длина которой дискретно изменялась во времени.

Анализ результатов численного решения (рис.3) позволяет вскрыть ряд важных закономерностей процесса миграции в изучаемом комплексе. Прежде всего, динамика миграционного процесса в меловом и песчаном пластах существенно различна. В песках режим миграции достаточно хорошо описывается схемой поршневого вытеснения, по крайней мере для тех временных интервалов, когда роль межпластового переноса пренебрежимо мала.

В меловом комплексе выделяются три режима миграции. Первый характеризуется скоростью переноса, соответствующей параметру активной трещиноватости мелов, второй – преобладающей ролью молекулярно-диффузионного обмена между трещинами и пористыми блоками, когда емкость блоков за фронтом загрязнения еще не исчерпана. Третий режим миграции соответствует полному насыщению пористых блоков диффундирующим раствором.

Сложная картина миграции в меловых породах приводит к тому, что относительное положение фронтов вытеснения ($\tilde{C} = 0,5$) в двух горизонтах существенно меняется во времени. Вначале фронт по мелам обгоняет фронт по пескам, но разница в скоростях переноса все время падает. К моменту

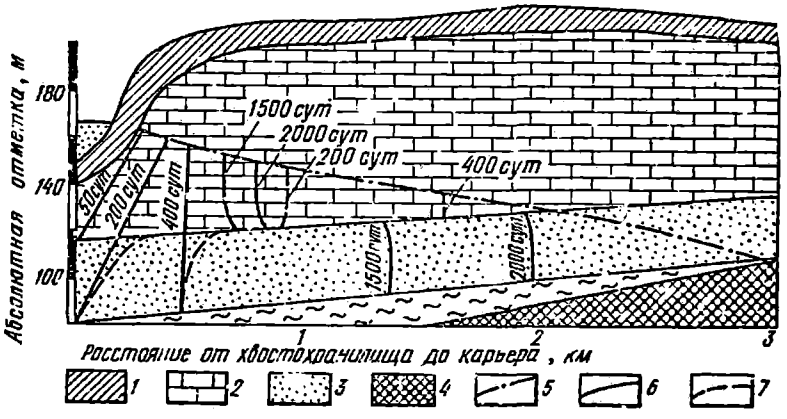


Рис.3. Схема миграции загрязнений от хвостохранилища к карьеру ЛГОКа
1 – суглинок; 2 – мел; 3 – песок; 4 – руда; 5 – депрессионная кривая; 6 и 7 – положение фронта вытеснения для моно- и полимолекулярных веществ соответственно

времени $t \simeq 400$ сут положение фронтов выравнивается. Далее миграция идет с опережением по пескам, так как действительная скорость фильтрации в них примерно в 5 раз выше, чем в мелах.

Иная картина складывается при миграции полимолекулярных соединений (нефтепродукты, полиакриламид и т.п.), когда диффузия вещества из трещин в блоки несущественна: скорость переноса по мелам определяется только активной (эффективной – при наличии сорбции) трещиноватостью, и фронт по мелам будет значительно обгонять фронт по пескам. В этих условиях, однако (в отличие от рассмотренных выше), заметную роль начинает играть межпластовый конвективно-диффузионный перенос из мелов в пески, обусловленный вертикальной составляющей скорости фильтрации (см.рис.3).

2. Роль вертикального конвективного обмена и поперечной дисперсии вещества исследовалась на системе из двух слоев (A – верхний, B – нижний).

Моделирование подтвердило важную роль вертикального конвективного переноса и поперечной дисперсии вещества как факторов, выравнивающих концентрацию и положение послойных фронтов загрязнения. Так, относительная роль конвективного обмена между слоями может оцениваться критерием

$$p = \frac{K_z\, i_x^2\, t}{n_A\, n_B\, m_B} \left| \left(\frac{K_{xA}}{K_{xB}} n_B - n_A \right) \right| , \qquad (5)$$

где K_z – вертикальная составляющая коэффициента фильтрации для того слоя, в котором фронт загрязнения «отстает»; i_x – средний градиент напора; n_A и n_B – эффективная пористость соответствующего слоя; m_i мощность слоя B ; K_{xA} и K_{xB} – горизонтальная составляющая коэффициента фильтрации соответствующего слоя.

При $p > 0{,}1$ этим эффектом пренебрегать нельзя, а при $p < 0{,}1$ роль конвективного обмена несущественна и можно значительно упростить расчетную схему, учитывая лишь поперечную дисперсию в рамках простейших балансов их соотношений.

При существенной роли межслоевого переноса формируется единая переходная зона, охватывающая оба слоя, и со временем наступает асимптотический режим миграции, когда перенос характеризуется средней скоростью

$$v_{ср} = \frac{v_A\, m_A + v_B\, m_B}{m_A\, n_A + m_B\, n_B} , \qquad (6)$$

где v_A и v_B – горизонтальные составляющие скоростей фильтрации; $m_{A,B}$ – мощность слоя.

Анализ результатов численного моделирования показывает, что время наступления этого режима

$$t_a = (3 \div 5)\, \frac{(n_A m_A + n_B m_B)\, m_B}{D_n} , \qquad (7)$$

где D_n – коэффициент поперечной диффузии слабопроницаемого слоя.

При совместном действии поперечной диффузии и конвективного переноса в выражение (7) вместо D_n необходимо поставить $D_n \pm \frac{1}{2} v_x (n_A + m_B)$.

Расчеты показывают, что величина "разрыва" фронтов по слоям в типовых условиях может измеряться километрами.

3. Миграция слабоминерализованных стоков от гидродинамически несовершенного водоема удлиненной формы с шириной $2B$ и глубиной A в однородном напорном водоносном горизонте мощностью m исследовалась для установления роли несовершенства бассейна промстоков при миграционных прогнозах (рис.4). В процессе решения анализировалось время t_a (см.таблицу), в течение которого достигается относительно равномерное распределение фильтрующихся стоков по всей мощности водоносного горизонта (концентрация вещества на кровле и подошве пласта отличается не более, чем на 10 %).

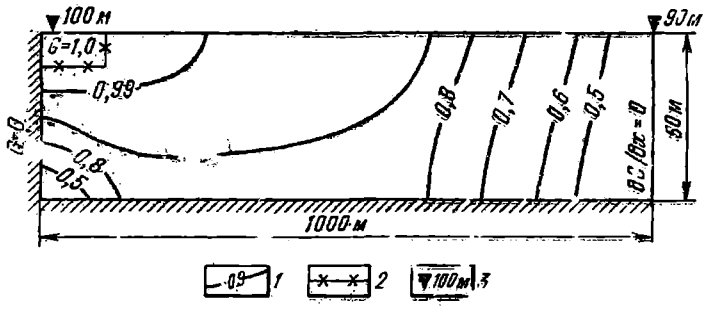


Рис.4. Влияние гидродинамического несовершенства бассейна на режим миграции (t = 750 сут, A = 10 м, B = 100 м, m = 50 м, δ' = = 0,5 м; K = 10 м/сут)
1 – изолинии относительной концентрации; 2 – контур бассейна; 3 – напор
Q 0 и $\partial C/\partial x = 0$ – граничные условия

Выяснено, что гидродинамическое несовершенство бассейнов промстоков может оказывать существенное влияние на режим миграции. Область деформации потока вещества $L_Д$ может достигать весьма значительных масштабов: $L_Д = m^2 \bar{t}_a / \delta'$.

4. Миграция вблизи наблюдательной скважины при проведении опытных запусков индикатора исследовалась для определения влияния разбавления индикатора в скважине на концентрацию раствора в скважине, которая вследствие этого отличается от истинного ее значения в данной точке пласта. Задача решалась с использованием локально-одномерного метода.

Установлено, что рост концентрации индикатора в наблюдательной скважине заметно отстает от концентрации в поровом пространстве, причем величина этой разницы зависит от коэффициента

Безразмерное время $\bar{t}_a = D_n^{ср} t_a / n \cdot m^2$

A/m	B/m			
	0,1	1	2	4
0,1	0,1	0,13	0,15	0,18
0,2	0,09	0,12	0,13	0,16
0,4	0,07	0,09	0,1	0,12
0,8	0,02	0,03	0,035	0,04

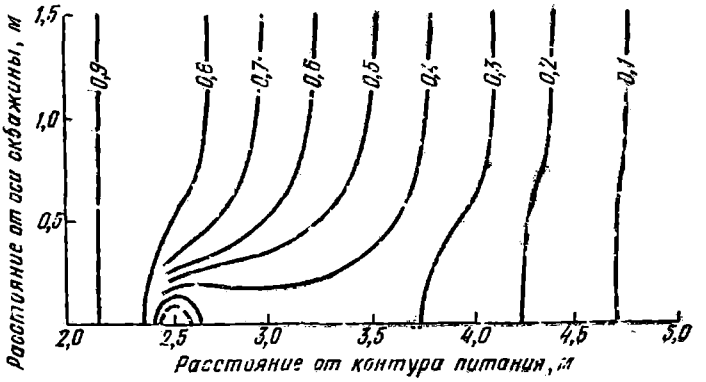


Рис.5. Схема к оценке влияния гидрохимической инерционности наблюдательной скважины (d_c = 0,2 м; Pe = 25; $\bar{E}_0$ = 0,064)
——0,5—— – изолинии относительной концентрации

гидрохимической инерционности [IO] $\alpha = \pi d_c / 4 \xi L n$ (здесь d_c – диаметр скважины; ξ – показатель скин-эффекта; L – расстояние между пускной и наблюдательной скважинами; n – активная пористость) и от критерия Пекле $Pe = vL/D$. Анализ показывает, что необходимость рассмотрения данной задачи в двумерной постановке возникает только при больших значениях α и малых Pe. Например, с точностью до IO % можно свести эту задачу к одномерной при $Pe < 20$ для $\alpha < 0,1 \div 0,2$; $Pe = 100$ для $\alpha < 0,75$; $Pe = 500$ для $\alpha < 1,5$.

Наблюдательная скважина заметно искажает поток вещества (рис.5): за ней образуется зона пониженной концентрации шириной $(1,5 \div 2)d_c$; длина этой зоны l может достигать существенных размеров, соизмеримых с расстоянием между наблюдательными скважинами. Из этих результатов следует, что миграционные опыты лучше проводить при повышенных скоростях фильтрации (расходах) индикатора ($Pe \geqslant 100$). Тогда инерционность можно учесть достаточно просто [IO].

5. Численные методы использовались для оценки параметрической чувствительности при проведении опытно-миграционных работ (ОМР) в трещиновато-пористых породах по схеме нагнетания индикатора в центральную скважину (рис.6). Чувствительность

$$K_P = \frac{\Delta C}{\Delta P} \frac{P}{C_{max}}$$

(здесь ΔC – разность концентраций; ΔP – приращение параметра P, по которому ведется оценка; C_{max} – максимальная концентрация) оценивалась по двум параметрам

$$P_1 = \frac{\pi R^2 m (n + n_б) D_м}{n m_б^2 Q};$$

$$P_2 = \frac{R}{\delta},$$

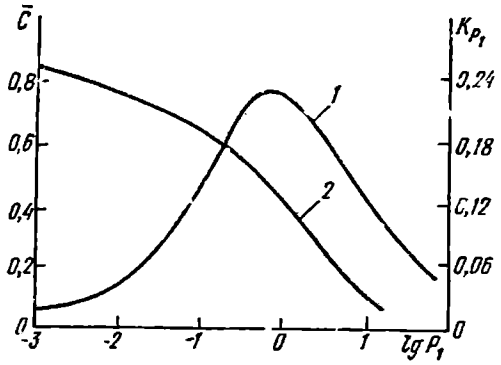


Рис.6. Анализ параметрической чувствительности
1 – зависимость коэффициента K_{P_1} от комплекса P_1 ; 2 – зависимость относительной концентрации индикатора $\bar{C}$, соответствующей максимальному значению K_{P_1} , от комплекса P_1

где R – расстояние до наблюдательной скважины; m – мощность водоносного горизонта; n – активная трещиноватость; $n_Б$ – пористость блока; $D_М$ – коэффициент молекулярной диффузии; $2m_Б$ – характерный размер блока, Q – расход закачки; δ – параметр продольной дисперсии.

Проведенные исследования позволили наметить типовой оптимальный режим проведения СМР для гетерогенных пород. В частности, для надежного определения миграционных параметров, связанных с гетерогенностью пород, расход закачки, радиус опробования и коэффициент гидрохимической инерционности должны иметь величины, сравнимые $Q_1 = 5\cdot10^{-7} m D_М n_Б / n$, $R = (20\div40)m_Б$ и $\alpha < 2\div3$.

Для определения параметра гидродисперсии δ желательно поддерживать режим, соответствующий минимальному проявлению гетерогенности ($P_1 < 0,05$) и гидрохимической инерционности скважин ($\alpha < 1$), т.е. $Q_2 \geqslant 10Q_1$.

Выводы

1. При исследовании поставленных задач необходимо тесное сочетание геофильтрационной (миграционной) и вычислительной схематизации, направленное на упрощение как расчетной модели переноса, так и используемых численных алгоритмов.

2. Необходимым условием эффективного решения двухмерных задач массопереноса является использование принципов расщепления процесса как на основе физических представлений, так и путем расщепления разностного оператора (локально-одномерный метод).

3. Использование численного эксперимента позволяет эффективно исследовать теоретические и методические задачи массопереноса в подземных водах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. М., Изд-во иностр. лит., 1962. 480 с.

2. Коздоба Л.А. Электрическое моделирование явлений тепло- и массопереноса. М., Энергия, 1972. 295 с.

3. Лукнер Л., Шестаков В.М. Моделирование геофильтрации. М., „Недра", 1976. 407 с.

4. Методические указания по применению метода конечных элементов для решения плановых задач фильтрации подземных вод на ЭЦВМ. Белгород, изд. ВИОГЕМ, 1979. 49 с.

5. Мирошенко В.А., Румынин В.Г. Гидрохимическое опробование при изучении массопереноса в подземных водах. – Разведка и охрана недр, 1978, № 5, с. 38–43.

6. Рудаков В.К. О методах математического моделирования на АВМ и ЭЦВМ переноса солей в почвогрунтах при орошении. – В кн.: Вопросы гидрогеологических прогнозов в связи с ирригацией земель и водоснабжением. Днепропетровск, изд. ДГИ, 1972. Вып. 5, с. 52–58.

7. Рудаков В.К. Новые методы аналогового и численного моделирования конвективной диффузии для прогноза солевого режима орошаемых массивов. – В кн.: Вопросы гидрогеологических прогнозов в связи с ирригацией земель и водоснабжением. Днепропетровск, изд. ДГИ, 1975. Вып. 7, с. 3–15.

8. Самарский А.А. Теория разностных схем. М., Наука, 1977. 653 с.

9. Gray W., Pinder G. – Watsr Res.Res., 1976, v.12, N 3, p.547–555.

10. Laumbach D.D. – Diffusion Equation. Society of Petroleum Engineers Jorn., desember, 1975, p.517–531.