Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
т. XXXII, 1980 г.

УДК 622.831

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЦЕЛИКОВ ПРИ РАЗРАБОТКЕ КАЛИЙНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ КАМЕРНЫХ СИСТЕМ

С.В.КОВАЛЕВ

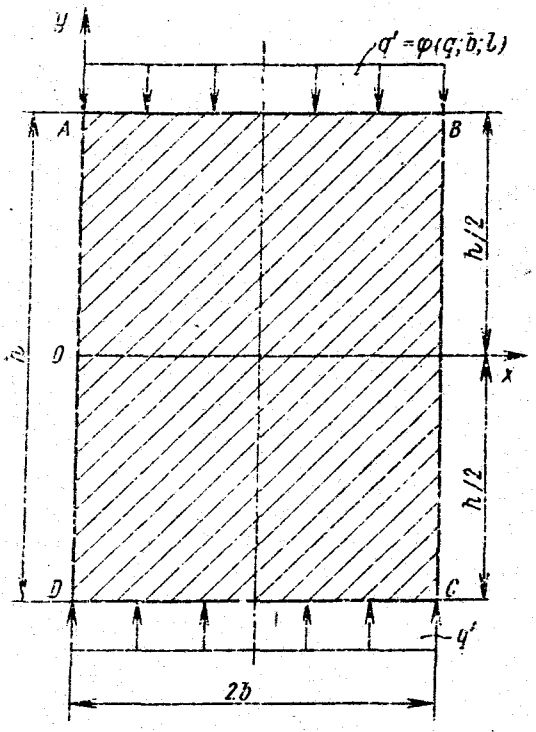


Рис.1. Схема к решению задачи о НДС квазиизотропных целиков ленточного типа

Широкое применение при добыче калийных руд находят камерные системы разработки с ленточными целиками. Целики являются наиболее ответственными элементами, обуславливающими как необходимую безопасность ведения горных работ, так и их технологию. Выбор оптимально-безопасных параметров таких элементов представляет собой сложную, нерешенную окончательно горно-геомеханическую задачу.

Для соляных пород сложность состоит в необходимости учета изменчивости их деформационно-прочностных характеристик в процессе изменения скорости деформирования работающего элемента, поскольку породы обладают заметной склонностью к пластическому течению. Достаточную сложность представляет и рассмотрение работы целиков в постановке задач механики сплошной среды, например, в характерном для ленточных целиков плоскодеформиро-

ванном состоянии. Целью настоящих исследований была разработка методики выбора параметров целиков, учитывающей особенности деформирования соляных пород.

Первоначально задача состояла в оценке напряженно-деформированного состояния (НДС) некоторого квазиизотропного элемента $ABCD$, нагруженного на границах $y = \pm h/2$ усилием $q' = \varphi(q, b, l)$ (рис.I) и имитирующего целик, находящийся в условиях плоской деформации. В качестве параметра НДС, позволяющего оценить особенности соляных пород, была использована вертикальная компонента $\dot{v}$ скорости перемещения его материала под действием нагрузок q'. Было принято, что на оси симметрии целика ($y = 0$) указанный параметр равен нулю.

Для нахождения параметра $\dot{v}$ уравнения состояния[x] записывались в виде, отражающем пластическое течение материала:

$$\sigma_x - \sigma = 2m\frac{\partial \dot{u}}{\partial x};$$
$$\sigma_y - \sigma = 2m\frac{\partial \dot{v}}{\partial y}; \qquad (I)$$
$$\tau_{xy} = m\left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}}{\partial y}\right),$$

где σ_x, σ_y, τ_{xy} - нормальные и касательные компоненты тензора напряжений; σ - среднее напряжение, $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y)/2 = \sigma_z$; m - устанавливаемый экспериментально пластический модуль; $\dot{u}$ - горизонтальная компонента скорости перемещения.

Модуль m в общем случае представляет собой функцию вида $m = f^*(\dot{\varepsilon}_i)$, где $\dot{\varepsilon}_i$ - интенсивность скорости деформаций. По экспериментальным данным, указанная функция может быть аппроксимирована для галито-сильвинитовых пород при работе их на сжатие зависимостью вида

$$m = \frac{10^7 k\left[135\left(\frac{2b}{h}\right)^{1,24} + 185\right]}{\left[1,9\left(\frac{2b}{h}\right)^{2,5} + 1,8\right] - 1,025\ln\frac{\dot{v}}{\dot{v}_1}}, \qquad (2)$$

где k - коэффициент; $2b$ - ширина целика, см; h - высота целика, см; $\dot{v}_1$ - единичная скорость перемещений, мм/мин, $\dot{v}_1 = 1$ мм/мин.

Зависимость (2) показывает, что параметр m на протяжении значительных участков изменения скорости деформирования пород (по крайней мере, совместимых с таковыми для натуры) меняется несущественно и может быть приближенно принят постоянным.

Подставляя уравнения (I) в известные уравнения движений[x], записанные для условий плоской задачи (при отсутствии объемных и инерционных сил), получим

---

[x] А.Надаи. Пластичность и разрушение твердых тел. М., ИЛ, 1954.

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\sigma+2m\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left[m\left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}+\frac{\partial \dot{u}}{\partial y}\right)\right]=0;$$
$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\sigma+2m\frac{\partial \dot{v}}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left[m\left(\frac{\partial \dot{v}}{\partial x}+\frac{\partial \dot{u}}{\partial y}\right)\right]=0. \qquad (3)$$

Учитывая, что при пластическом состоянии материала $\dot{\varepsilon}_x+\dot{\varepsilon}_y\approx 0$ или $\frac{\partial \dot{u}}{\partial x}=-\frac{\partial \dot{v}}{\partial y}$, представим уравнения (3) в виде

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x}+m\Delta\dot{u}=0;$$
$$\frac{\partial \sigma}{\partial y}+m\Delta\dot{v}=0 \qquad (4)$$

и после ряда преобразований получим

$$\Delta\sigma=0, \qquad (5)$$

где Δ – оператор Лапласа.

Выразим σ_x и σ_y через функцию Эри[x] и подставим их в уравнение (5), тогда

$$\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\varphi}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\varphi}{\partial y^4}=0. \qquad (6)$$

Решение (6) можно выполнить так, как это показано ранее опубликованной работе[xx], или в более общем случае принимая разрешающую функцию в виде

$$\varphi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)\cos\frac{n\pi}{2h}y. \qquad (7)$$

Используя функцию (7), представим уравнение (6) в виде обыкновенного однородного дифференциального уравнения четвертого порядка

$$f_n^{(4)}(x)-2\left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2 f_n''(x)+\left(\frac{n\pi}{2h}\right)^4 f_n(x)=0, \qquad (8)$$

имеющего общее решение

$$f_n(x)=(c_1+xc_2)e^{\frac{n\pi}{2h}x}+(c_3+xc_4)e^{-\frac{n\pi}{2h}x}, \qquad (9)$$

что определит общий вид функции $\varphi(x,y)$ и позволит получить общее выражение для параметра $\dot{v}$:

$$\dot{v}=\frac{1}{4m}\sum_{n=1}^{\infty}\left[f_n''(x)+f_n(x)\left(\frac{n\pi}{2h}\right)^2\right]\frac{2h}{n\pi}\sin\frac{n\pi}{2h}y. \qquad (10)$$

Очевидно, что представлять уравнение (10) в замкнутой форме после нахождения, в соответствии с граничными условиями, частного интеграла

---

[x] А. Надаи. Пластичность и разрушение твердых тел. М., ИЛ, 1954.

[xx] О.В. Ковалев. Определение скоростей перемещений пород кровли камерообразных выработок. – В кн.: Устойчивость и крепление горных выработок. Л., изд. ЛГИ, 1978 (межвуз. сб., вып. 5).

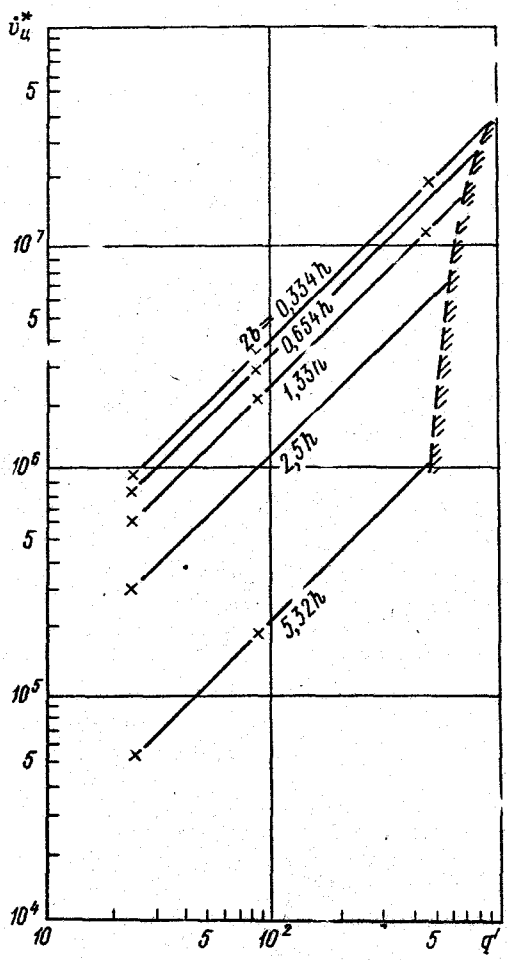


Рис.2. Область результатов решения задачи по определению параметра $\dot{v}_ц^*$ для характерных условий Верхнекамского и Старобинского месторождений

дифференциального уравнения (8) не имеет смысла, поэтому дальнейшее решение было осуществлено в численной форме на ЭВМ ЕС1033 при дискретных значениях аргументов, определяющих нормированный по m параметр $\dot{v}$ в точке с координатами $x = b$, $y = h/2$: высота целика $h_ц = h$ = 200; 600; 900 см; ширина целика $2b$ = 150; 800; 1300; 1800 см; ширина камер $2l$ = 200; 800; 1300; 1800 см; напряжение на глубине H пр. γ = 22000 Н/м^3 $q = \gamma H$ = (22; 66; 1[illegible]; 264)х х 10^5 Па.

Результаты численных решений графически обобщались и были аппроксимированы семейством кривых $\dot{v}_ц^* = \eta(q')$ при $2b/h$ = const и $q' = k_0 q(b+l)b$ при $k_0 = 1 \cdot 10^{-5}$ Па$^{-1}$ (рис.2).

Графическая интерпретация численного решения (10) позволила получить достаточно простые зависимости для определения параметра $\dot{v}_ц^*$, в частности

$$\dot{v}_ц^* = k_1 \exp\left[(193{,}7 - 0{,}33S^2 - 12{,}3)^{0{,}5} + 0{,}976(\ln q' - 3{,}2)\right] = B_1, \qquad (11)$$

где k_1 – коэффициент; $S = 2b/h_ц$.

Учитывая зависимости (2) и (11), представим уравнение (10) в следующей форме:

$$\dot{v} = B_1 / 4m$$

или

$$\dot{v} = B_1 \left(c - 1{,}025 \ln \frac{\dot{v}}{\dot{v}_1}\right) / 4A, \qquad (12)$$

где B_1 – функция вида (11), c – вспомогательная функция вида $c = 1{,}9S^{2,5} + 1{,}8$; $A = 10^2 k\,(735S^{1,24} + 185)$.

Принимая далее $N = 4A$, преобразуем выражение (12) к виду

$$\dot{v} = \frac{B_1 c}{N} - \frac{B_1}{N} \ln \dot{v} \qquad (13)$$

и, переходя к оценке скорости перемещений материала целика по вертикальной оси симметрии в натуре, получим зависимость

$$\dot{v}_{ц_н} = \frac{e x_р (1 - 3{,}3S)}{2} \dot{v} . \qquad (14)$$

Приведем несколько примеров, иллюстрирующих использование полученных зависимостей. Примем, что нагрузка на целик q' = 100, и определим возможные скорости деформирования целиков различной формы, например, жестких (S = 3), полужестких (S = 1) и податливых (S = 0,3).

Для первого случая при q' = 100 и S = 3 найдем $B_1 \approx 96 \cdot 10^4$; $c \approx 3{,}13$; $N \approx 283 \cdot 10^3$. Методом итерации (либо графически) определим $\dot{v}$ = 90 и $\dot{v}_{ц_н} \approx 0{,}006$ мм/сут. $\approx$ 2,2 мм/год.

Для целиков с S = 1 будем иметь $B_1 \approx 27 \cdot 10^5$; c = 3,7; $N \approx 127 \cdot 10^3$; $\dot{v}$ = 17,5 и $\dot{v}_{ц_н} \approx 0{,}875$ мм/сут. = 320 мм/год.

Для целиков с S = 0,3 найдем $B_1 \approx 395 \cdot 10^4$; c = 2; $N \approx 87 \cdot 10^3$; $\dot{v}$ = 6,4 и $\dot{v}_{ц_н} \approx 3{,}2$ мм/сут. $\approx$ 1170 мм/год.

Принимая по наблюдениям в натуре или рассчитывая предельные величины деформаций для целиков при сжатии $\varepsilon_{пр}$, можно на основании данных о $\dot{v}_{ц_н}$ оценить время устойчивого состояния целиков, например, по зависимости

$$t \leqslant \frac{\varepsilon_{пр} h_ц}{2 \dot{v}_{ц_н}} ,$$

где $h_ц$ - начальная высота целика, мм.

По экспериментальным данным для соляных (галито-сильвинитовых) пород $\varepsilon_{пр}$ 1÷8 %.

Полученные зависимости, в силу их эмпирико-аналитического характера, могут быть использованы для условий калийных рудников (галито-сильвинитовые породы) в определенном диапазоне изменения основных аргументов: 150 см $\leqslant 2b \leqslant$ 1800 см; 200 см $\leqslant h_ц \leqslant$ 900 см; 1000 см $\leqslant H \leqslant$ 120000 см; 200 см $\leqslant 2l \leqslant$ 1800 см; γ 22000 Н/м^3.

Расчетные оценки скоростей перемещений материала целиков в достаточной мере (при разбросе до 30 %) соответствуют данным натурных наблюдений.