Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им.Г.В.Плеханова,
т.ХХХII, 1980 г.

УДК 622.27

РАСЧЕТ ОКОЛОШТРЕКОВЫХ ЦЕЛИКОВ

С.А.ТОЛСТУНОВ

Шахтными и лабораторными исследованиями методом объемных моделей установлено, что работа основной кровли в известной мере аналогична работе тонких плит. В общем случае основная кровля в режиме ее установившегося движения представляет собой консольную плиту на упругом основании, которая опирается на массив угля впереди очистного забоя и околоштрековые целики. Как показано в работе [I], при отношении консольной части плиты к ее толщине 2:I плиту вполне допустимо рассматривать как ряд консольных балок на упругом основании, поэтому несущая способность околоштрековых целиков может определяться как приведенная реакция упругого основания, обеспечивающая заданный прогиб Δy консольной балки (рис.I).

Пусть балка на упругом основании имеет ширину b, высоту h, длину $l = x$. Под действием внешних сил балка изгибается и проседает (рис.2). Приведенная реакция упругого основания $R_{пр}$ будет изменяться в соответствии с внешней нагрузкой на балку.

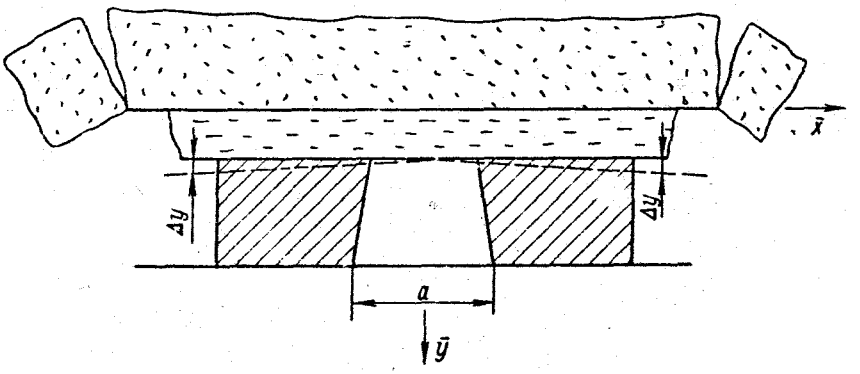


Рис.1. Общая схема деформирования околоштрековых целиков

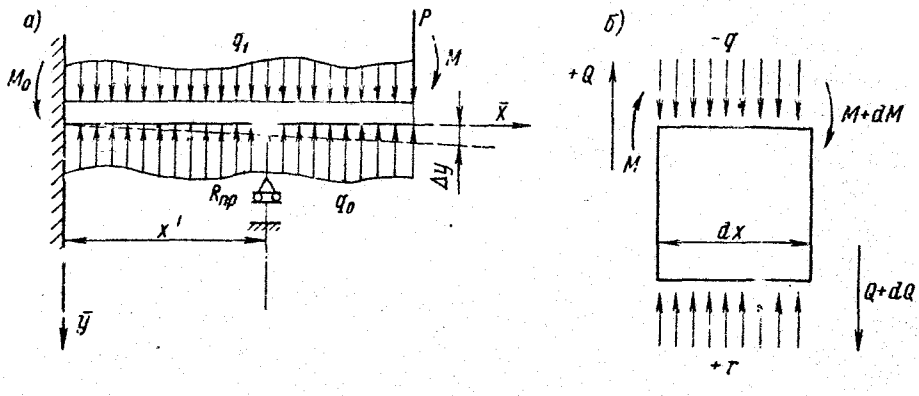


Рис.2. Схема действия сил в сечении балки на упругом основании: а - упругом; б - поперечном

На основании гипотезы Бернулли - Эйлера уравнение упругой линии такой балки представим в виде функции изгибающего момента M

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}, \qquad (I)$$

где E - модуль упругости материала балки; I - момент инерции поперечного сечения балки.

По теории изгиба бруска

$$\frac{dM}{dx} = Q;$$
$$\frac{dQ}{dx} = \rho; \qquad (2)$$
$$\frac{d^2M}{dx^2} = \rho;$$

$$\rho = q + kby, \qquad (3)$$

где q - активная нагрузка на балку; kby - реактивный отпор основания, $kby = r$; k - коэффициент упругого основания; y - прогиб балки.

Полагая для удобства интегрирования $m = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}}$, получим на основании уравнений (I)-(3) базовые уравнения

$$\frac{d^4y}{dx^4} + 4m^4y = -\frac{q}{EI}; \qquad (4)$$

$$\frac{d^4M}{dx^4} + 4m^4M = q''. \qquad (5)$$

Решение уравнений (4)-(5) сводится к определению изгибающего момента и поперечной силы в месте заделки балки. После нахождения неизвестных задача становится статически определимой. Общий интеграл уравнений (4) и (5) согласно решению проф.Н.П.Пузыревского

$$M_0 = C_1 \sin Z \operatorname{sh} Z + C_2 \sin Z \operatorname{ch} Z + C_3 \cos Z \operatorname{sh} Z + C_4 \cos Z \operatorname{ch} Z, \qquad (6)$$

где C_1–C_4 – произвольные постоянные интегрирования; $\operatorname{sh} Z$ и $\operatorname{ch} Z$ – гиперболокруговые функции; $Z = mx$; $\operatorname{sh} mx = (e^{mx} - e^{-mx})/2$; $\operatorname{ch} mx = (e^{mx} + e^{-mx})/2$; m – модуль деформации; x – пролет балки.

Полный интеграл уравнения (2)

$$M = M_0 + \varphi(x). \qquad (7)$$

Воспользуемся частным решением, приведенным в работе [2], где показано, что уравнение $y'' + ky = f(x)$ можно представить в следующем виде:

$$\varphi(x) = \frac{f(x)}{k} - \frac{f''(x)}{k^2} + \frac{f^{2n}(x)}{k^3} - \frac{f^{3n}(x)}{k^4} + \cdots \qquad (8)$$

Дифференцируя по x уравнение (7), получим

$$\frac{dM}{dx} = Q = m\left[(C_2 - C_3)\sin Z \operatorname{sh} Z + (C_1 - C_4)\sin Z \operatorname{ch} Z + (C_1 + C_4)\cos Z \operatorname{sh} Z + (C_2 + C_3)\cos Z \operatorname{ch} Z\right] + \varphi'(x); \qquad (9)$$

$$\frac{d^2M}{dx^2} = q + r = 2m^2\left[-C_4 \sin Z \operatorname{sh} Z - C_3 \sin Z \operatorname{ch} Z + C_2 \cos Z \operatorname{sh} Z + C_1 \cos Z \operatorname{ch} Z\right] + \varphi''(x); \qquad (10)$$

$$\frac{d^3M}{dx^3} = q' + r' = 2m^3\left[-(C_2 + C_3)\sin Z \operatorname{sh} Z - (C_1 + C_4)\sin Z \operatorname{ch} Z + (C_1 - C_4)\cos Z \operatorname{sh} Z + (C_2 - C_3)\cos Z \operatorname{ch} Z\right] + \varphi'''(x). \qquad (11)$$

Положим в начале координат ($x = 0$; $Z = 0$) следующие значения: $M = M_0$; $Q = Q_0$; $q + kby = q_0 + kby_0$; $q' + kby' = q_0' + kby'$. На основании уравнений (8)–(11) получим

$$\left.\begin{aligned} M_0 &= C_4 + \varphi(0); \\ Q_0 &= m(C_2 + C_3) + \varphi'(0); \\ q_0 + kby_0 &= 2m^2 C_1 + \varphi''(0); \\ q_0' + kby_0' &= 2m^3(C_2 - C_3) + \varphi'''(0). \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

При $Z = 0$ имеем $\cos Z \operatorname{ch} Z = 1$; $\cos Z \operatorname{sh} Z = 0$; $\sin Z \operatorname{sh} Z = 0$; $\sin Z \operatorname{ch} Z = 0$.

Решим систему уравнений (12) относительно произвольных постоянных C_1–C_4 и, подставив их в уравнение (6), получим

$$M = \left[M_0 - \varphi(0)\right]\left[\cos Z \operatorname{ch} Z\right] + \frac{Q_0 - \varphi'(0)}{m}\left[\frac{\sin Z \operatorname{ch} Z + \cos Z \operatorname{sh} Z}{2}\right] + \frac{(q_0 + kby_0) - \varphi''(0)}{m^2}\left[\frac{\sin Z \operatorname{sh} Z}{2}\right] + \frac{q_0' + kby_0' - \varphi'''(0)}{m^3} \times \left[\frac{\sin Z \operatorname{ch} Z - \cos Z \operatorname{sh} Z}{4}\right] + \varphi(x). \qquad (13)$$

Заменим

$$\cos Z \operatorname{ch} Z = A; \tag{14}$$

$$\frac{\sin Z \operatorname{ch} Z + \cos Z \operatorname{sh} Z}{2} = B; \tag{15}$$

$$\frac{\sin Z \operatorname{sh} Z}{2} = C \tag{16}$$

$$\frac{\sin Z \operatorname{ch} Z - \cos Z \operatorname{sh} Z}{4} = D; \tag{17}$$

$$\frac{q_0 + kby_0}{m^2} = S_0; \tag{18}$$

$$\frac{q_0' + kby_0'}{m^3} = N_0. \tag{19}$$

Вычисление гиперболокруговых функций типа A, B, C, D весьма громоздко. Для наших расчетов вполне приемлемо использовать приближенные численные значения этих функций, приведенные в работе [2]. При $\varphi(x) = 0$ получим выражения для изгибающего момента и поперечной силы

$$M_1 = M_0 A + \frac{Q_0}{m} B + S_0 C + N_0 D; \tag{20}$$

$$Q_1 = -4mM_0 D + Q_0 A + mS_0 D + mN_0 C. \tag{21}$$

При $x = 0$ имеем $S_0 = 0$, $N_0 = 0$; при $x = l$ получим $M_l = -M$; $Q_l = -(-P - q_1 l - q_2 l) = P + q_1 l + q_2 l$ (где q_2 - удельная нагрузка, вызванная собственным весом балки).

Используя уравнения (20) и (21), запишем для конечных условий

$$M_l = M_0 A + \frac{Q_0}{m} B = -M; \tag{22}$$

$$Q_l = -4mM_0 D + Q_0 A = P + q_1 l + q_2 l. \tag{23}$$

Решая совместно уравнения (22) и (23) после дополнительных преобразований получим искомые

$$Q_0 = \frac{A(P + q_1 l + q_2 l) - 4MD}{4BD + A^2}; \tag{24}$$

$$M_0 = \frac{-MAm}{m(A^2 + 4BD) + B(P + q_1 l + q_2 l)}. \tag{25}$$

В дальнейшем задача решается как статически определимая:

$$\Sigma M_A = \frac{ql^2}{2} + Pl + M - R_B x - M_0 = 0; \tag{26}$$

$$R_B = \left(\frac{q l^2}{2} + P l + M - M_0 \right) \frac{1}{x}, \qquad (27)$$

где $l = x = 2a$; R_B – приведенная равнодействующая реакции упругого основания; a – пролет штрека.

Расчетная ширина околоштрекового целика

$$b \geq n \frac{R_B}{\sigma_{сж}}, \qquad (28)$$

где n – коэффициент запаса; $\sigma_{сж}$ – предел прочности пород целика при линейном сжатии.

Равномерно распределенную нагрузку консольной части плиты (балки) заменим приведенной сосредоточенной силой P и м ентом M. Нахождение величин P и M сводится к определению пролета обнаженной кровли в очистном забое, т.е. размеров консольной части балки.

Исследования, проведенные на объемных моделях из эквивалентных материалов [I], а также в натурных условиях [3] показали, что наибольшие деформации испытывают околоштрековые целики в режиме установившегося движения основной кровли. При таком режиме движения обнаженная кровля аналогична плите, защемленной с трех сторон. Состояние основной кровли перед очередным обрушением показано на рис.3.

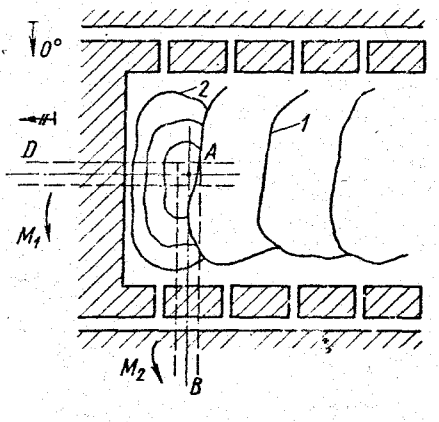


Рис.3. Схема к расчету изгибающих моментов M_1 и M_2 (по А.А.Борисову)
1 – линии разломов основной кровли;
2 – изогипсы прогибов основной кровли

Условно вырежем две балки, средние линии которых проходят через центр максимальных деформаций обнаженной кровли. Балка AB вырезана параллельно незащемленной стороне плиты, балка AD – перпендикулярно ей (см. рис.3). Рассмотрим величины изгибающих моментов M_1 и M_2, которые возникают в местах заделок этих балок. Анализ состояния основной кровли перед очередным обрушением показывает, что, ввиду зависания пород кровли по углам, проявление действия моментов будет различным, поэтому во всех случаях будет выполняться соотношение $M_1 > M_2$. Следовательно, расчет будем вести по моменту M_1.

Этот момент создается весом столба горных пород при наличии пролета, равного шагу обрушения основной кровли. Для многих шахт величина шага обрушения основной кровли установлена достаточно надежно и определяется по интенсивности осадок непосредственной кровли или другими методами. В тех случаях, когда шаг обрушения основной кровли в натурных условиях определить невозможно, ориентировочная величина его может быть получена по формуле [I]

$$L_1 = \xi \sqrt{\frac{q_{зак}}{q_1} \left[\frac{h_1^2}{6} \frac{\sigma_{пч\,изг}}{q_{зак}} - \left(\phi + \frac{1}{2\rho^2} \right) \right]}; \qquad (29)$$

где ξ - коэффициент ползучести пород основной кровли; $q_{зак}$ - закрепляющая нагрузка, Па: q_1 - нагрузка на основную кровлю, Па; h_1 - мощность основной кровли, м; $\sigma_{пч\,изг}$ - сопротивляемость пород кровли изгибу, Па; ϕ - параметр, определяемый опытным путем.

В расчетах можно принимать ориентировочно $\phi = 0{,}5 \div 0{,}7$ м^3;

$$\rho^2 = \sqrt{\frac{E_{пл}}{4h_b E I_1}} \qquad (30)$$

либо

$$\rho = \sqrt[4]{\frac{k_{пост}}{4EI_1}}\,, \qquad (31)$$

где $E_{пл}$ - приведенный модуль упругости; $k_{пост}$ - коэффициент упругого основания.

Модуль упругости

$$E_{пл} = E_\mu / (1-\mu^2)\,, \qquad (32)$$

где E_μ - модуль продольной упругости пласта; μ - коэффициент Пуассона.

В тех случаях, когда в геологическом строении покрывающей толщи удается выделить породу-мост, расчет нагрузки на целики должен учитывать ее влияние.

Рассчитаем околоштрековые целики для следующих условий ведения очистных работ пологопадающего пласта: глубина залегания разрабатываемого пласта 400 м; длина лавы 200 м; основная кровля - песчаник мощностью 15 м; непосредственная кровля - известняк мощностью 2 м; на глубине 300 м залегает порода-мост; мощность разрабатываемого пласта 1 м; коэффициент крепости угля по Протодьяконову $f = 1{,}5$; ширина откаточных штреков 4 м; объемный вес пород кровли $25 \cdot 10^3$ Н/м^3; коэффициент постели упругого основания $5 \cdot 10^8$ Н/м^3; модуль упругости пород кровли $6{,}5 \cdot 10^{10}$ Па. Расчетная балка имеет следующие основные размеры: $a = b = 1$ м.

По формуле (29) шаг обрушения основной кровли

$$L_1 = 1 \sqrt{\frac{94 \cdot 10^5}{6 \cdot 10^5} \left[\frac{15^2}{6} \frac{3{,}5 \cdot 10^7}{9{,}4 \cdot 10^6} - \left(0{,}7 + \frac{1}{2 \cdot 0{,}1^2}\right)\right]} = 37{,}2 \text{ м}.$$

Величина изгибающего момента

$$M_1 = \frac{\gamma H_1 b}{2} = \frac{25 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 37{,}2^3}{2} = 1{,}73 \cdot 10^9 \text{ Н·м}.$$

Модуль деформации упругого основания

$$m = \sqrt[4]{\frac{500 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 12}{4 \cdot 6{,}5 \cdot 10^{10} \cdot 1}} = 0{,}389 \text{ м}^{-1};$$

$$Z = mx = 0{,}389 \cdot 4 \cdot 2 = 3{,}112 \text{ (где } x = 2a).$$

По таблицам гиперболокруговых функций [2] найдем значения функций: $A = -11,3427$; $B = -5,5268$; $C = 0,122$; $D = 2,88585$.

По формуле (25)

$$M_0 = \frac{-1,73 \cdot 10^9 (-11,3427) \cdot 0,389}{0,389\left[(-11,3427)^2 + 4(-5,5268) \cdot 2,8858\right] + (-5,5268)\left[83 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^6 + 9,3 \cdot 10^4\right]} =$$

$= -1,47 \cdot 10^2$ Н·м;

На основании расчетной схемы (см.рис.2,б)

$$P_B = (2 \cdot 10^7 + 3,32 \cdot 10^7 + 1,73 \cdot 10^9 + 1,47 \cdot 10^2)\,\frac{1}{8} = 0,2175 \cdot 10^9 \text{ Н}.$$

Ширина околоштрекового целика при $n = 1$

$$b \geqslant \frac{0,2175 \cdot 10^9}{1,5 \cdot 10^7} = 14,5 \text{ м}.$$

Расчеты, проведенные для некоторых шахт п/о „Ворошиловградуголь", показали, что околоштрековые целики имеют достаточно хорошую устойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисов А.А. Расчеты горного давления в лавах пологих пластов. М., Недра, 1964.

2. Киселев В.А. Балки и рамы на упругом основании. Л., ОНТИ, 1936.

3. Слесарев В.Д. Определение оптимальных размеров целиков различного назначения. М.-Л., Углетехиздат, 1948.