Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени горного института им.Г.В.Плеханова,
т. XXXII, 1980 г.

УДК 622.27

РАСЧЕТ НАГРУЗОК НА МЕЖДУКАМЕРНЫЕ ЦЕЛИКИ ПО МЕТОДУ БАЛОК-ПЛИТ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

С.Н.СУГЛОБОВ

Технология разработки месторождений системами с твердеющей закладкой предусматривает замену естественной опоры вышележащей толщи пород искусственно возводимым в выработанном пространстве закладочным массивом. Поскольку жесткость закладки в большинстве случаев значительно ниже жесткости извлекаемых горных пород, по мере развития очистных работ деформации поддерживаемой породной толщи будут постоянно нарастать.

Наиболее типичным примером этого служит камерная система разработки с твердеющей закладкой, один из вариантов которой приведен на рис.I. Если рудную залежь считать основанием породной толщи мощностью H, то при выемке первых одноименных камер в блоках проявляются деформации за счет образования обнажений в кровле камер, а сплошное основание превращается в систему опор (целиков) конечной длины (рис.I,а). Закладка в этих камерах возводится уже после проявления деформаций в кровле, поэтому она вступает во взаимодействие с породами кровли лишь после выемки очередной камеры (рис.I,б-д). С каждой стадией отработки запасов в основании изменяется соотношение рудных и искусственных целиков, а следовательно, и жесткость этого основания. Опускания

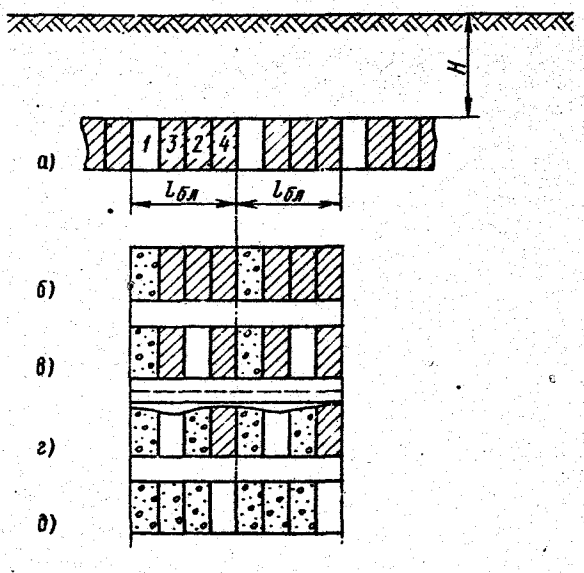


Рис.1. Последовательность выемки и закладки камер при камерной системе разработки

пород кровли происходят плавно и соответствуют жесткости опоры: наибольшие – над открытой камерой, меньшие – над закладкой и еще меньшие – над рудным целиком (рис.I,г).

Давление на рудные и искусственные целики возрастает в процессе выемки и в определенных условиях достигает максимальных значений, на основе которых рассчитываются параметры систем разработки: прочные размеры рудных целиков, необходимая прочность закладки и др. Методика расчета этих параметров должна предусматривать возможность определения нагрузок на все элементы опорной системы и смещений поддерживаемой толщи пород на любой стадии отработки блоков.

Подобные расчеты производятся на основе гипотезы свода [3,9], полного веса породного столба до поверхности [I3] или с использованием методов теории упругости [7] и носят ограниченный характер, так как не позволяют учесть либо динамику очистных работ, либо соотношения деформационных характеристик пород и закладки, либо несущую способность поддерживаемой породной толщи.

Математическое описание силового взаимодействия вмещающих пород со столь сложной и постоянно изменяемой опорной системой встречает значительные трудности. Однако с достаточной для инженерных расчетов точностью можно решить задачу с помощью математической модели, в наибольшей степени удовлетворяющей указанным требованиям.

При определенных условиях породная толща может быть уподоблена плите или балке, лежащей на деформируемом основании, показатели жесткости которого изменяются с каждой стадией отработки запасов, в соответствии с соотношением площади (или, при равных размерах, числа) рудных и искусственных целиков и открытых камер в блоках. В первом приближении для численного расчета может быть использована теория балок (плит) на упругом основании. Этот метод обладает большой гибкостью, позволяя учесть различный характер внешней нагрузки, граничные условия, глубину разработки; дает возможность оценить несущую способность кровли и величину ее смещений, реакции основания, опасные сечения.

Методы теории балок на упругом основании неоднократно использовались для решения задач механики горных пород [5,6,8,I0]. Так, в работах А.А.Борисова для расчета реакций крепей в очистных забоях [I] и давлений на междуэтажные целики [2] применялась модель балки, лежащей на упругом неизменяемом винклеровском основании, характеризуемом приведенным коэффициентом постели.

Согласно принятой модели породная толща над залежью рассматривается как балка (в общем случае плита), лежащая без зазоров на сплошном линейно-деформируемом основании и нагруженная собственным весом (рис.2). На первом этапе расчета материал основания представляет собой сплошную однородную упругую среду в виде полуплоскости (или полупространства) с характеристиками, соответствующими свойствам пород рудного массива. Задача решается в условиях плоской деформации для балки или плосконапряженного состояния для плиты. При этом допускается сохранение плоских сечений при изгибе балки и отсутствие трения между балкой и основанием.

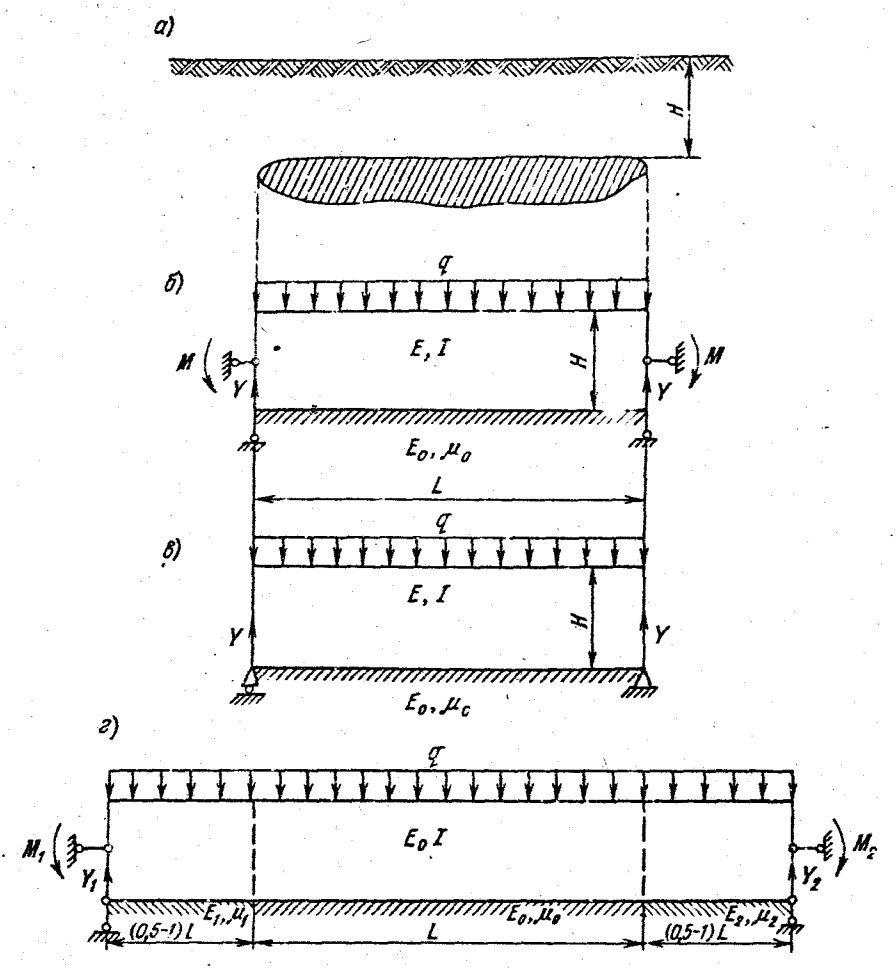


Рис.2. Исходное положение (а) и возможные расчетные схемы для балок на упругом основании: б – с защемленными концами; в – со свободным опиранием на концах; г – на сложном основании с заделкой на концах

Основное дифференциальное уравнение изогнутой балки на упругом основании имеет вид

$$EI\frac{d^4y}{dx^4}+p_x=\Psi_x\,, \qquad (1)$$

где EI – жесткость балки; y – вертикальные перемещения нейтральной оси балки; p_x – распределенная реакция основания; Ψ_x – заданная внешняя нагрузка.

Все существующие методы расчета отличаются способами выражения зависимости между p_x и Ψ_x и задания внешней нагрузки. В данном случае реакция основания записывается в виде алгебраической функции [10,11]

$$p_x=a_0+\frac{2a_1}{L}\left(x-\frac{L}{2}\right)+\frac{4a_2}{L^2}\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\frac{8a_3}{L^3}\left(x-\frac{L}{2}\right)^3, \qquad (2)$$

где $a_0 - a_3$ - параметры, зависящие от свойств балки и основания и характера нагрузки; L - длина балки.

Внешняя нагрузка на балку в общем виде записывается некоторой функцией с помощью функциональных прерывателей [4]:

$$\Psi_x = \sum \Gamma_{l_{ni}}^{l_{ki}} f_{(z)} + \sum \Gamma_{l_{2i}}'' M_i + \sum \Gamma_{l_{3i}}' P_i \ , \qquad (3)$$

где $f_{(z)}$ - распределенная нагрузка на произвольных участках, ограниченных начальной l_{ni} и конечной l_{ki} координатами по длине балки; M_i, P_i - изгибающие моменты и сосредоточенные силы в произвольных сечениях балки с координатами соответственно l_{2i} и l_{3i}.

Подставляя выражения (2) и (3) в формулу (I), получи исходное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки длиной L, лежащей на упругом основании:

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = -a_0 - \frac{2a_1}{L}\left(x-\frac{L}{2}\right) - \frac{4a_2}{L^2}\left(x-\frac{L}{2}\right)^2 - \frac{8a_3}{L^3}\left(x-\frac{L}{2}\right)^3 + \sum \Gamma_{l_{ni}}^{l_{ki}} f_{(z)} + \sum \Gamma_{l_{2i}}'' M_i + \sum \Gamma_{l_{3i}}' P_i \ . \qquad (4)$$

Интегрируя четыре раза выражение (4), найдем уравнение для определения вертикальных смещений балки и основания:

$$EIy = -\frac{a_0 x^4}{4!} - \frac{2a_1}{L}\frac{(x-\frac{L}{2})^5}{5!} - \frac{8a_2}{L}\frac{(x-\frac{L}{2})^6}{6!} - \frac{48a_3}{L}\frac{(x-\frac{L}{2})^7}{7!} +$$
$$+ \sum \Gamma_{l_{ni}} \int_{l_{ni}}^{x} f_{(z)} \frac{(x-z)^3}{3!} dz - \sum \Gamma_{l_{ki}} \int_{l_{ki}}^{x} f_{(z)} \frac{(x-z)^3}{3!} dz + \sum \Gamma_{l_{2i}} M_i \frac{(x-l_{2i})^2}{2!} +$$
$$+ \sum \Gamma_{l_{3i}} P_i \frac{(x-l_{3i})^3}{3!} + D_3\frac{x^3}{3!} + D_2\frac{x^2}{2!} + D_1 x + D_0 \ . \qquad (5)$$

Для определения неизвестных параметров $a_0 - a_3$ и постоянных интегрирования $D_0 - D_3$ введем восемь дополнительных условий: два условия равновесия ($\sum P = 0$, $\sum M = 0$); два граничных условия ($y'' = 0$ при $x = 0$, $y'' = 0$ при $x = L$); четыре условия совместности деформаций балки и основания (равенство прогибов балки и основания на левом конце; равенство смещений балки и основания в середине пролета балки; равенство площадей, образованных ординатами линий деформации балки и основания; равенство третьих производных обеих функций прогибов в середине балки).

Параметры уравнения (5) определяются с помощью показателя гибкости балки α [IO,II], который для плиты имеет вид

$$\alpha = \pi E_0 L^3 / (1-\mu_0^2) EI \ ,$$

а в случае выделения из плиты балки

$$\alpha = (1-\mu^2)\pi E_0 L^3 / (1-\mu_0^2) EI \ ,$$

где E_0, E и μ_0, μ - соответственно модули упругости и коэффициенты Пуассона материала основания и балки; I - момент инерции сечения балки.

Показатель гибкости - величина относительная, она характеризует способность данной балки деформироваться на данном основании. Используя показатель α, ввиду малости деформаций, можно рассчитывать относительно высокие балки, не прибегая к специальным методам [I2]. Система балка -

основание, характеризуемая $\alpha = 0$, может представлять собой как абсолютно жесткую балку на любом деформируемом основании, так и любую балку при отсутствии упругого основания в ее пролете.

Показатель гибкости по мере замены руды закладкой в блоках постепенно изменяется от начального значения, соответствующего положению породной толщи на естественном рудном основании, до конечного - после полной закладки выработанного пространства. Фактически на каждой стадии обработки существует своя система балка - основание, но измененное состояние каждой из них может рассматриваться как результат действия предыдущей системы. Таким образом, предлагаемая методика позволяет определять совместные деформации кровли и основания, а также реакции любого из рудных или искусственных целиков на любой стадии обработки блоков с учетом соотношения деформационных характеристик руды, налегающих пород и закладки.

Порядок расчета заключается в следующем:

I. На основании анализа строения горного массива и предварительно принятых параметров системы разработки выбирается расчетная схема. Здесь должны быть заданы деформационные свойства пород, представляющих породную балку (плиту), ее геометрические параметры, условия закрепления на границах, эпюра нагрузки (см.рис.2).

2. Подсчитывается модуль деформации основания. Согласно положениям данной методики основание должно представлять собой сплошную однородную линейно-деформируемую среду. Поскольку в основании находится повторяющаяся в каждом блоке комбинированная система из рудных и искусственных целиков и открытых камер (при равномерном рассосредоточении очистных работ по длине залежи), причем их соотношение изменяется на каждой стадии отработки, деформационные свойства основания постоянно изменяются. Реализация требований методики возможна при временной замене комбинированных опор неким эквивалентным сплошным упругим основанием, модуль деформации которого равен общему модулю деформации комбинированной опорной системы. Для любой стадии отработки модуль можно рассчитывать любым известным методом с учетом рекомендаций автора[x].

3. По значениям приведенного модуля деформации основания для каждой стадии отработки рассчитываются значения показателя гибкости α.

4. Для выбранной расчетной схемы определяются постоянные интегрирования, параметры $a_0 - a_3$, опорные реакции и моменты, которые могут быть выражены через α и интенсивность распределенной нагрузки q.

5. Подставив полученные значения в формулу (5), определяют величины вертикальных перемещений контакта балки и основания y по всей его длине или в любом интересующем сечении. Следует иметь в виду, что при рассмотрении начального состояния (рис.3), т.е. до начала очистных работ, деформации балки и основания будут иметь вещественные значения y_0, что не соответствует действительности. Поэтому смещения y_0 нужно считать

---

[x] См. статью в настоящем сборнике: С.Н.Суглобов. О модуле деформации комбинированных опорных систем.

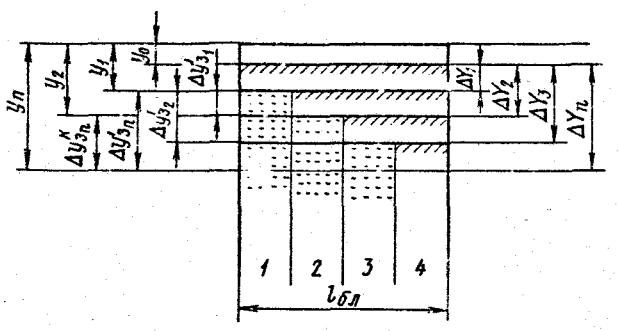


Рис.3. Схема к расчету деформаций рудных и искусственных целиков на разных стадиях отработки блока

за нулевые, а абсолютные величины смещений кровли и основания на любой i-й стадии отработки должны рассчитываться как разность $\Delta Y_i = y_i - y_0$ (где y_i - опускания на i-й стадии отработки).

6. Определяются деформации сжатия целиков на любой интересующей стадии отработки блоков. На первом этапе расчета для определения опусканий балки система целиков преобразовывалась в сплошное основание с приведенными деформационными свойствами. Для расчета сжатия целиков необходимо проделать обратную операцию, считая смещения основания в пределах одного блока одинаковыми. Наименьшие погрешности даст выбор блока в середине пролета отработки, тем более, что здесь будут проявляться наибольшие смещения.

При подсчете деформаций рудных и искусственных целиков в единичном блоке следует учитывать, что закладка в камерах различной очереди выемки возводится и начинает взаимодействовать с кровлей в разное время. Деформация блоков в целом равна деформации рудной его части (рис.3), поэтому сжатие рудного целика на любой n-й стадии отработки

$$\Delta y_{p_n} = \Delta Y_n = y_n - y_0 . \qquad (6)$$

Опускания кровли открытой камеры на этой стадии отработки будут такими же (деформациями кровли за счет обнажения пренебрежем).

Сжатие искусственных целиков будет определяться номером стадии отработки и очередностью его возведения в блоке (рис.3). Так, величина сжатия закладки, возведенной в камере k-й очереди в n-й стадии отработки,

$$\Delta y^{k}_{з_n} = y_n - y_k . \qquad (7)$$

Естественно, что величина сжатия закладки, только что возведенной в камерах последней очереди, будет равна нулю ($\Delta y^{n}_{з_n} = y_n - y_n = 0$) до тех пор, пока не будут извлечены запасы камер следующей, ($n+1$)-й, очереди.

Подобная техника расчета деформаций позволяет учесть динамику очистных работ и подсчитать деформации любого элемента опорной системы в любой момент очистной выемки.

6. По известным значениям деформаций целиков и модулей деформаций их материалов определяются реакции целиков:

$$R_i = \beta \frac{\Delta y_i}{h_0} E_i , \qquad (8)$$

где R_i и Δy_i - соответственно реакция и деформация любого целика в блоке; β - коэффициент, учитывающий конечную мощность упругого основания (определяется любым из известных методов); h_0 - высота целика; E_i - модуль деформации материала целика.

Полученные реакции - наибольшие нагрузки на целики, поскольку они подсчитаны по наибольшим в пролете отработки деформациям. Нагрузки на целики остальных блоков окажутся взятыми с некоторым запасом, хотя могут быть подсчитаны и точнее.

По полученным значениям нагрузок дается заключение о запасах прочности или прочных размерах целиков, необходимой прочности закладки и др.

Возможность учета динамики очистных работ, предоставляемая данной методикой, позволяет выделить наиболее опасные ситуации, изыскать рациональные варианты последовательности выемки камерных запасов, осуществить дифференцированный подход к выбору прочности закладки для различных камер, что, в конечном итоге, позволит улучшить технико-экономические показатели производства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисов А.А. Расчеты горного давления в лавах пологих пластов. М., Недра, 1964.

2. Борисов А.А. Исследования и расчеты междукамерных целиков. - В кн.: Научные основы создания высокопроизводительных комплексномеханизированных рудников. М., изд. МГИ, 1979 (Научн. тр. МГИ).

3. Вольхин Б.А., Пантелеев М.Г., Мохов А.И. и др. Исследование устойчивости целиков и потолочин в условиях Гайского месторождения. - В кн.: Применение систем разработки с твердеющей и бетонной закладкой выработанного пространства. М., изд. ЦНИИТЭИЦветмет, 1967.

4. Герсеванов Н.М. Функциональные прерыватели и их применение в строительной механике. - В кн.: Основания и фундаменты. М., изд. ВИОС, 1934, сб. 1, 2.

5. Горбунов-Посадов М.И. Балки и плиты на упругом основании. М., Машстройиздат, 1949.

6. Жемочкин Б.Н., Синицын А.П. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании. М., Госстройиздат, 1962.

7. Либерман Ю.М., Хаимова-Малькова Р.И. Давление горных пород на забучный массив с нелинейной характеристикой усадки. - Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, 1973, № 2.

8. Павлов Б.П. О расчете симметрично загруженной конечной упругоопертой балки. - В кн.: Расчет балки на упругом основании без гипотезы Циммермана - Винклера. М., изд. ВИОС, 1937, сб. 8.

9. Репп К.Ю., Атманских С.А., Беляев В.В. и др. Твердеющая закладка. М., изд. ЦНИИТЭИЦветмет, 1965.

10. Симвулиди И.А. Расчет балок на сплошном упругом основании. М., Сов. наука, 1958.

11. Симвулиди И.А. Расчет инженерных конструкций на упругом основании. М., Высшая школа, 1968.

12. Тихоненко Ю.Н. Распределение напряжений в высоких балках конечной длины, лежащих на упругом основании. - В кн.: Вопросы конструкций и теории сооружений. Харьков, изд. ЦНИИСтройматериалов, 1938, сб. 2.

13. Ушенин В.П. Определение нагрузок на рудные и искусственные целики при отработке пологих месторождений с бетонной и твердеющей закладкой. - В кн.: Новые исследования в горном деле. Л., изд. ЛГИ, 1968, вып. 2.