

УРАВНЕНИЯ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ ДЛЯ СИНТЕЗА СИСТЕМ ЧАСТОТНОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

И.М.СТОЛЯРОВ, Т.О.РОССО

Асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором – конструктивно самая простая электрическая машина, что и обусловило достаточно широкое распространение этого двигателя в приводе горных машин. Однако динамические режимы этих машин изучены недостаточно.

Известно, что переходные режимы асинхронной машины описываются системой уравнений Парка-Горева^х и передаточные функции машины, а также синтез системы управления должны опираться на эти уравнения. Но если учесть, что пространство состояний машины полностью определяется любой парой векторов из набора $I_s, I_r, I_0, \psi_s, \psi_r, \psi_0$, то очевидны 15 форм записи ($C_6^2 = 15$) этих уравнений. Если же учесть свободу в выборе частоты вращения системы координат $|\omega_k|$, то число этих форм может быть значительно увеличено. Выбор формы записи предопределяет возможность решения поставленной задачи (вывод передаточной функции, синтез регулятора) в замкнутой форме.

При синтезе регулятора есть возможность линеаризовать систему введением компенсирующих связей, эффективность поиска которых зависит от формы записи. Рассмотрим ряд форм записи уравнений, наиболее целесообразных для решения поставленных задач.

В самой общей форме уравнения равновесия э.д.с. можно записать в виде

$$\frac{d}{dt} \Gamma = A\Gamma + A_\omega \Gamma + BU, \quad (I)$$

где Γ, A, A_ω, B – матрицы, соответственно, определяющих векторов, постоянных коэффициентов, коэффициентов, зависящих от частоты вращения, коэффициентов при векторах управляющих воздействий U .

Задачу линеаризации введением компенсирующих связей можно решить следующим образом.

^х И.М.Столяров. Электрические машины. Л., изд. ЛГИ, 1975.

Пусть матрица управляющих воздействий

$$U = U_y + U_k ,$$

где U_y и U_k - матрицы напряжений управляющих и компенсирующих.
Тогда условие

$$A_\omega \Gamma + B U_k = 0 \quad (2)$$

определяет величину и структуру компенсирующих напряжений.

Если условие (2) имеет место, то уравнения машины линейны. Следует отметить, что ограниченность числа управляющих воздействий в асинхронном двигателе с короткозамкнутым ротором (U_{S1}, U_{S2}) сужает возможности метода линеаризации. Для практической реализации синтезируемых структур следует опираться на переменные, доступные для измерения сравнительно простыми техническими средствами. Исходя из этих соображений, целесообразно рассмотреть уравнения в координатах (ϕ_s, ϕ_0), (ϕ_s, I_s), (ϕ_0, I_s), а также (ϕ_r, I_s), так как ϕ_r можно сравнительно просто вычислить при замерах ϕ_s и I_s .

Если в качестве исходной системы взять уравнение в координатах (ϕ_s, I_s), можно записать следующие значения для

$$\Gamma = \begin{Bmatrix} \dot{\phi}_s \\ \dot{I}_s \end{Bmatrix}; \quad A = \begin{Bmatrix} 0 & -R_s \\ \frac{1}{L'_s T_r} & -\left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T_r}\right) \end{Bmatrix};$$

$$A_\omega = \begin{Bmatrix} -j\omega_k & 0 \\ -j\frac{\omega_k}{L'_s} & -j(\omega_k - \omega) \end{Bmatrix}; \quad B = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{L'_s} & 0 \end{Bmatrix}.$$

Если воспользоваться уравнениями связи

$$\dot{\phi}_s = L_s \dot{I}_s + L_m \dot{I}_r;$$

$$\dot{\phi}_r = L_m \dot{I}_s + L_r \dot{I}_r;$$

$$\dot{\phi}_0 = L_m (\dot{I}_s + \dot{I}_r),$$

можно получить интересующие нас формы записи уравнений.

Если совместить ось координат с одним из изображающих векторов, то можно понизить порядок системы уравнений, записанной в проекциях на оси 1,2, где ось 1 совмещена с одним из определяющих векторов. Результаты этих преобразований сведены в таблицу, с помощью которой можно проверить выполнимость условия (2).

Очевидно, что, располагая двумя каналами управления (U_{S1} и U_{S2}), указанным способом можно линеаризовать не более двух уравнений, записанных в проекциях на оси 1,2. Анализ результатов таблицы показывает, что условие (2) может быть удовлетворено только для уравнений, записан-

Коэффициенты уравнения (1) машины в разных системах координат

Γ	U	A	A_{ω}	B	Примечания
ψ_S	U_{S1}	$\begin{vmatrix} 0 & -R_S \\ \frac{1}{L'_S T_r} - \left(\frac{1}{T'_S} + \frac{1}{T_r} \right) & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\omega \\ \omega_{\psi_S} - \frac{\Delta\omega}{L'_S} & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	$\omega_{\psi_S} = \frac{U_{S2} - I_{S2} R_S}{\psi_S}$; $\Delta\omega = \omega_{\psi_S} - \omega$; $M = \frac{mp_1}{2} \psi_S I_{S2}$.
I_{S1}	U_{S2}	$\begin{vmatrix} \frac{1}{L'_S T_r} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T'_S} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\omega \\ \omega_{\psi_S} - \frac{\Delta\omega}{L'_S} & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	
I_{S2}	0	$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T'_S} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta\omega \\ \omega_{\psi_S} - \frac{\Delta\omega}{L'_S} & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	
ψ_S	U_{S1}	$\begin{vmatrix} -\frac{1}{T'_S} & \frac{1}{T'_S} \\ \frac{1}{T'_S} & -\frac{1}{T'_S} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta\omega \\ \Delta\omega \left(\frac{L_{S\delta}}{L'_S} - 1 \right) - \Delta\omega & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{L_{S\delta}}{L'_S} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\omega_{\psi_S} = \frac{U_{S2} + \frac{1}{T_{S\delta}} \phi_{01}}{\psi_S}$; $\Delta\omega = \omega_{\psi_S} - \omega$; $M = -\frac{mp_1}{2 L_{S\delta}} \psi_S \phi_{02}$; $L'_{S\Sigma} = \frac{1}{T_{S\delta}} - \frac{1}{T'_S} - \frac{L_m}{L'_S T'_r}$.
ϕ_{01}	U_{S2}	$\begin{vmatrix} \frac{1}{T'_S} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_S} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta\omega \\ \Delta\omega \left(\frac{L_{S\delta}}{L'_S} - 1 \right) - \Delta\omega & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{L_{S\delta}}{L'_S} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	
ϕ_{02}	0	$\begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{T'_S} \\ \frac{1}{T'_S} & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Delta\omega \\ \Delta\omega \left(\frac{L_{S\delta}}{L'_S} - 1 \right) - \Delta\omega & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{L_{S\delta}}{L'_S} - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	
ψ_0	U_{S1}	$\begin{vmatrix} \frac{L_{S\delta}}{L'_S T_r} - \frac{1}{T_0 \Sigma} & -\frac{1}{T_0 \Sigma} \\ \frac{1}{T_r L'_S} - \left(\frac{1}{T'_S} + \frac{L_m}{L'_S T_r} \right) & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{k_r L_{r\delta} I_{S\delta} \omega_0}{L'_S} \\ 0 & 0 & \frac{L_{r\delta} k_r}{L'_S} \omega_0 \\ \omega_{\psi_0} - \frac{\omega_0}{L_{S\delta}} & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{k_r L_{r\delta}}{L'_S} & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	$\omega_{\psi_0} = \frac{k_r L_{r\delta}}{L'_S} \frac{U_{S2}}{\psi_0} - \frac{k_r L_{S\delta} L_{r\delta}}{L'_S} \times$ $\times \left[\left(\frac{1}{T_{S\delta}} - \frac{1}{T_r \delta} \right) - \omega \right] \frac{I_{S2}}{\psi_0} - \frac{I_{S2}}{L'_S} \omega$; $\frac{1}{T_0 \Sigma} = \frac{k_r L_{r\delta}}{T'_S} - \frac{L_m L_{S\delta}}{L'_S T_r}$.
I_{S1}	U_{S2}	$\begin{vmatrix} \frac{1}{T_r L'_S} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T'_S} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{k_r L_{r\delta} I_{S\delta} \omega_0}{L'_S} \\ 0 & 0 & \frac{L_{r\delta} k_r}{L'_S} \omega_0 \\ \omega_{\psi_0} - \frac{\omega_0}{L_{S\delta}} & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{k_r L_{r\delta}}{L'_S} & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	
I_{S2}	0	$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T'_S} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{k_r L_{r\delta} I_{S\delta} \omega_0}{L'_S} \\ 0 & 0 & \frac{L_{r\delta} k_r}{L'_S} \omega_0 \\ \omega_{\psi_0} - \frac{\omega_0}{L_{S\delta}} & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \frac{k_r L_{r\delta}}{L'_S} & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	
ϕ_r	0	$\begin{vmatrix} -\frac{1}{T'_S} & k_r R_r \\ k_r & -\left(\frac{1}{T'_S} + \frac{R_r}{L'_S} \right) \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{\phi_r} \\ -\frac{k_r \omega}{L'_S} & -\omega_{\phi_r} & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	$\omega_{\phi_r} = \frac{k_r R_r}{\phi_r} I_{S2} + \omega$; $M = \frac{mp_1}{2} L_{S\delta} \phi_0 I_{S2}$; $M = \frac{mp_1}{2} \frac{L_m}{L'_S} \psi_r I_{S2}$.
I_{S1}	U_{S2}	$\begin{vmatrix} \frac{k_r R_r}{L'_S T_r} - \left(\frac{1}{T'_S} + \frac{R_r}{L'_S} \right) & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{T'_S} + \frac{R_r}{L'_S} \right) \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{\phi_r} \\ -\frac{k_r \omega}{L'_S} & -\omega_{\phi_r} & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	
I_{S2}	0	$\begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{T'_S} + \frac{R_r}{L'_S} \right) \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{\phi_r} \\ -\frac{k_r \omega}{L'_S} & -\omega_{\phi_r} & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L'_S} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L'_S} & 0 \end{vmatrix}$	

ных в координатах (ϕ_s, I_s) и (ϕ_r, I_r) , которые и следует использовать для решения задачи синтеза.

Рассмотренный метод линеаризации позволяет разделить каналы управления функционально. Поясним это на примере уравнений машины в координатах (ϕ_s, I_s) . Указанная линеаризация позволяет выделить два независимых канала, которые описываются следующими системами уравнений.

Канал управления потокосцеплением ϕ_s

$$\frac{d\phi_s}{dt} = -R_s I_{s1} + U_{s1},$$

$$\frac{dI_{s1}}{dt} = \frac{1}{L'_s T_r} \phi_s - \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r} \right) I_{s1} + \frac{1}{L'_s} U_{s1}$$

и канал управления активной составляющей тока статора

$$\frac{dI_{s2}}{dt} = - \left(\frac{1}{T'_s} + \frac{1}{T'_r} \right) I_{s2} + \frac{1}{L'_s} U_{s2}.$$

При этом построенная таким образом система управления обеспечит требуемый электромагнитный момент независимо от частоты вращения ротора. Управление же частотой ω_{ϕ_s} должно осуществляться в соответствии с уравнением

$$\omega_{\phi_s} = \frac{U_{s2} - I_{s2} R_s}{\phi_s}.$$

Таким образом, задача синтеза регулятора асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором сведена к задаче синтеза регуляторов двух линейных систем не выше второго порядка. Такая система управления электромагнитным моментом подразумевает непрерывное измерение положения вектора потокосцепления в пространстве и определение проекций вектора тока и управляющего напряжения на координатные оси, связанные с этим вектором. Система, реализующая этот принцип, известна^х.

Для наилучшего использования двигателя управление целесообразно вести при стабилизации магнитного потока. Тогда характерными признаками такого управления являются $\phi_s = \text{const}$; $\gamma = \text{var}$, где γ — угол между определяющими векторами машины. Следовательно, можно естественным образом ввести понятие угловой характеристики асинхронного двигателя.

Форма записи уравнений в пространстве (ϕ_s, I_s) в координатах 1,2 позволяет также получить передаточные функции асинхронного двигателя.

Введя обозначения

$$M_c = M_{c0} + M_{c\Delta},$$

$$\omega = \omega_0 + \omega_{\Delta},$$

^х Felix Blaschke. Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschinen. — Siemens-z, 1971, 45, N 10.

$$I_{S1} = I_{S10} + I_{S1\Delta} ,$$

$$I_{S2} = I_{S20} + I_{S2\Delta} ,$$

где индекс Δ соответствует отклонению переменной от установившегося значения (индекс 0), а также полагая выполненным условие $\frac{U_s}{\omega} = \text{const}$, элементарными преобразованиями системы (I), где коэффициенты A , A_ω , B принимают значения первой строки таблицы коэффициентов, можно получить следующие уравнения для передаточной функции по каналу $M_c \rightarrow \omega$:

$$W(p) = J \frac{a_0 + a_1 p + p^2}{a_3 + a_2 p + a_1 p^2 + p^3} , \quad (3)$$

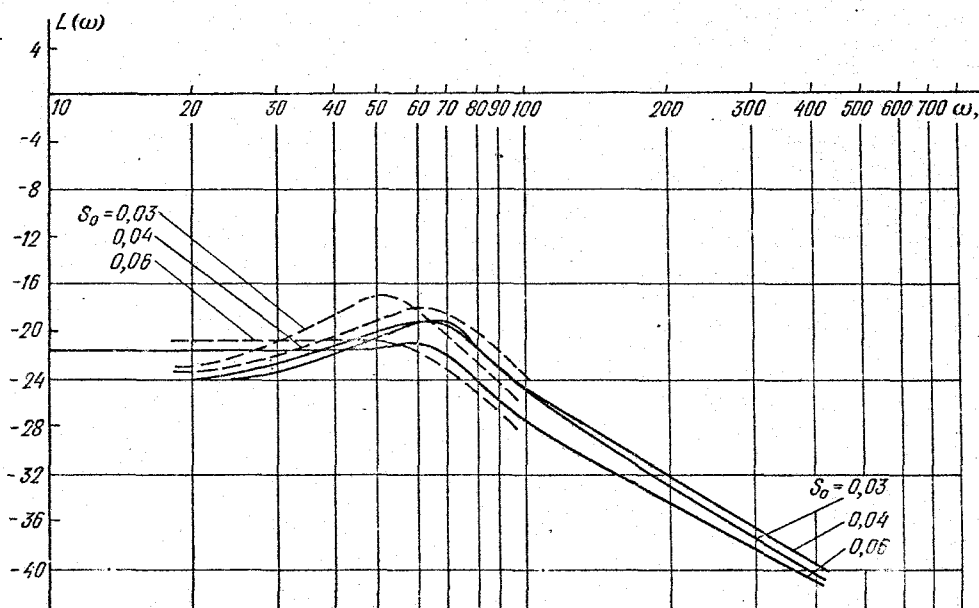
где

$$a_0 = \frac{1}{(T_r')^2} + (\omega_{\phi_s} s_0)^2 ;$$

$$a_1 = \frac{2}{T_r'} ;$$

$$a_2 = a_0 + \frac{mp_1^2 U_{S2}}{2J \omega_{\phi_s}} \left(\frac{U_{S2}}{\omega_{\phi_s} L_s'} - I_{S10} \right) ;$$

$$a_3 = \frac{mp_1 U_{S2}}{2J} \left(\frac{1}{(T_r' \omega_{\phi_s})^2 s_0} - s_0 \right) I_{S20} .$$



ЛАЧХ асинхронного двигателя для разных значений начального скольжения s_0 :

————— расчетные, - - - - - экспериментальные

Аналогичные выражения можно найти для каналов $f_s \rightarrow \omega$, $U_s \rightarrow \omega$.

Таким образом, вид передаточной функции определяется не только параметрами машины, но и начальными условиями (s_0). Корректность полученных уравнений проверена на экспериментальной установке. По уравнению (3) построены логарифмические амплитудно-частотные характеристики ЛАЧХ для двигателя А02-5I-6, а затем эти же характеристики построены по результатам эксперимента. Данные приведенного рисунка подтверждают достаточно высокую точность полученных выражений.