Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
т. LXXXVI, 1981 г.

УДК 536.242

ОЦЕНКА ТЕПЛООБМЕНА В СКВАЖИНЕ ПРИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ РЕЖИМЕ

В.А.РОМАНОВ, Ю.М.ПАРИЙСКИЙ

Экономические показатели геотермальной системы существенно зависят от устьевого потенциала теплоносителя, выводимого скважинами на поверхность. В связи с этим при разведке и эксплуатации геотермальных систем оценка тепловых потерь в эксплуатационных скважинах приобретает особую актуальность.

Плотность теплового потока на стенке скважины является основным фактором, определяющим интенсивность тепловых потерь в окружающий породный массив.

Уравнение баланса тепла для элементарного кольца скважины может быть записано в виде:

$$\pi r_c^2 G_{Ж} \frac{dt_{Ж}}{\partial \tau} + \pi r_c^2 G_{В} w \frac{\partial t_{Ж}}{\partial z} = 2\pi r_c q_c , \qquad (1)$$

где $G_{Ж}$ – объемная теплоемкость жидкости; w – средняя скорость движения жидкости; τ – время; z – вертикальная координата; r_c – радиус скважины; q_c – локальная плотность теплового потока на стенке скважины.

Величина q_c является в общем случае искомой и может быть определена как аналитическим путем, так и с помощью конечноразностного метода.

Принимая концепцию о коэффициенте нестационарного теплообмена [2], можно плотность теплового потока при постоянной локальной температуре омывающей жидкости $t_{Ж}$ представить в виде:

$$q_c = k_\tau (t_{П} - t_{Ж}) , \qquad (2)$$

где k_τ – коэффициент нестационарного теплообмена; t_z – температура пород на глубине z, определяемая геотермическим градиентом $\sigma_Г$:

$$t_z = t_{Н} + \sigma_Г z , \qquad (3)$$

$t_{Н}$ – температура на дневной поверхности либо в нейтральном слое пород.

Коэффициент k_τ с достаточной для практических расчетов точностью может быть определен по следующему выражению [3]:

$$k_\tau = \frac{\bar{\alpha}}{1 + Bi \ln\left(1 + \sqrt{2\,Fo}\right)},$$

где $\bar{\alpha}$ - средний по скважине коэффициент теплоотдачи; $Bi = \bar{\alpha} r_c / \lambda_п$; $Fo = (a_п \tau)/r_c^2$; $\lambda_п$, $a_п$ - коэффициенты теплопроводности и температуропроводности пород соответственно.

Уравнение (I) с учетом выражения (2) приводится к виду:

$$\alpha \frac{\partial t_ж}{\partial \tau} + \beta \frac{\partial t_ж}{\partial z} = t_п - t_ж , \qquad (4)$$

где $\alpha = \frac{G_ж r_c}{2 k_\tau}$; $\beta = \frac{G_ж r_c w}{2 k_\tau}$.

Изменение энтальпии элементарного кольца объемом $\pi(R^2 - r_c^2)\,dz$ равно

$$G_п \frac{\partial t_п}{\partial \tau} \pi (R^2 - r_c^2)\, dz ,$$

где R - радиус влияния одиночной скважины.

Количество тепла, подводимое к поверхности $2\pi r_c$ выделенного кольца $k_\tau 2\pi r_c\, dz (t_ж - t_п)$, согласно закону сохранения энергии должно быть равно изменению энтальпии этого кольца:

$$G_п \pi (R^2 - r_c^2)\, dz \frac{\partial t_п}{\partial \tau} = 2\pi r_c\, k_\tau\, dz (t_ж - t_п) . \qquad (5)$$

Преобразовывая уравнение (5) и обозначая

$$\gamma = \frac{G_п (R^2 - r_c^2)}{k_\tau r_c} ,$$

перепишем полученное уравнение в виде:

$$\gamma \frac{\partial t_п}{\partial \tau} = t_ж - t_п . \qquad (6)$$

Система, состоящая из уравнений (4) и (6), описывает теплообменный процесс в скважине при движении по ней теплоносителя, температура которого отличается от температуры окружающих пород.

Приведем систему из уравнений (4) и (6) к безразмерной температуре по формулам:

$$\theta = \frac{t_ж(z,\tau) - t_z}{t_0 - t_z} ; \quad T = \frac{t_п(z,\tau) - t_z}{t_0 - t_z} , \qquad (7)$$

где t_0 - температура жидкости, поступающая на забой скважины из вскрытого ею пласта.

Тогда

$$\alpha \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \beta \frac{\partial \theta}{\partial z} = T - \theta ,$$
$$\gamma \frac{\partial T}{\partial \tau} = \theta - T . \qquad (8)$$

Полученную систему уравнений необходимо решить при заданных начальных и граничных условиях. Примем, что в начальный момент, т.е. при $\tau = 0$, температура пород распределена по закону, описываемому формулой (3). В этом случае

$$\tau=0\,,\quad T(z,0)=0\,.$$

На забой скважины ($z = 0$) подается жидкость постоянной температуры t_0:

$$\theta(0,\tau)=1\,.$$

Поставленную задачу будем решать операционным методом, предварительно приведя систему (8) к новым переменным $\xi=\frac{z}{\beta}$, $\eta=\frac{1}{\gamma}\left[\tau-\frac{\alpha}{\beta}z\right]$. Найдем соответствующие производные:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\theta}{\partial\tau}=\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial\tau}+\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial\tau}=\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\frac{1}{\gamma}\,;\\
&\frac{\partial\theta}{\partial z}=\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial z}+\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial z}=\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\frac{1}{\beta}+\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\left(-\frac{\alpha}{\beta\gamma}\right)\,;\\
&\frac{\partial T}{\partial\tau}=\frac{\partial T}{\partial\xi}\frac{\partial\xi}{\partial\tau}+\frac{\partial T}{\partial\eta}\frac{\partial\eta}{\partial\tau}=\frac{\partial T}{\partial\eta}\frac{1}{\gamma}\,.
\end{aligned}\qquad (9)$$

Тогда система (8) принимает вид

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\theta}{\partial\xi}=T-\theta\,;\\
&\frac{\partial T}{\partial\eta}=\theta-T\,.
\end{aligned}\qquad (10)$$

Начальные и граничные условия не изменяются:

при $\xi=0$ $\quad\theta(0,\eta)=1\,,$ (11)

при $\eta=0.$ $\quad T(\xi,0)=0\,.$ (12)

Преобразуем уравнения (10) по переменной $\eta \div S$ интегральным преобразованием Лапласа:

$$\frac{d\bar\theta}{d\xi}=\bar T-\bar\theta\,,\qquad (13)$$

$$s\bar T-\bar T(\xi,0)=\bar\theta-\bar T\,,\qquad (14)$$

где $\bar T, \bar\theta$ – изображения по Лапласу температур T и θ.

Из уравнения (14) находим $\bar T$ и подставляем в уравнение (13):

$$\frac{d\bar\theta}{d\xi}=\bar\theta\left(\frac{1}{s+1}-1\right)\,.\qquad (15)$$

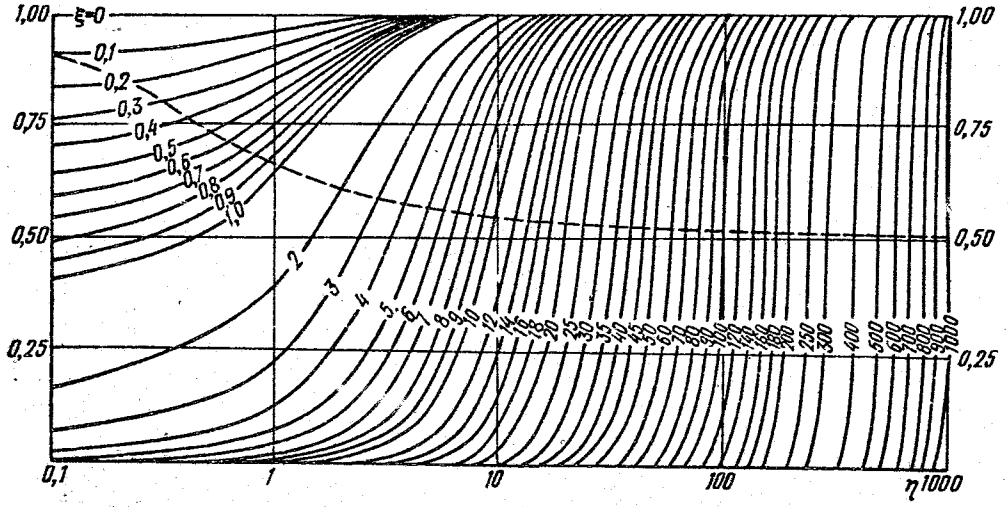


График безразмерной температуры $\theta(\xi,\eta)$

Уравнение (I5) легко разрешается:

$$\bar{\theta} = c\, exp(-\xi)\, exp\left(\frac{\xi}{s+1}\right)$$

и постоянная c находится из условия (II):

$$\bar{\theta} = \frac{1}{s}\, exp(-\xi)\, exp\left(\frac{\xi}{s+1}\right). \qquad (I6)$$

Оригинал функции (I6) находим по таблицам обратных преобразований [I]:

$$\theta(\xi,\eta) = e^{-(\eta+\xi)} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) + e^{-\xi}\int_0^{\eta} e^{-u} I_0(2\sqrt{\xi u})\, du, \qquad (I7)$$

где $I_0(2\sqrt{\xi\eta})$ - модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Температура жидкости, движущейся по скважине, в данном случае выражается функцией, широко используемой при расчетах процессов в тепло- и массообменных аппаратах, гидрогеологических расчетах и др. Расчетные графики этой функции приведены на рисунке. Используем известное обозначение функции

$$U(\xi,\eta) = e^{-(\eta+\xi)} I_0(2\sqrt{\xi\eta}) + e^{-\xi}\int_0^{\eta} e^{-u} I_0(2\sqrt{\xi u})\, du. \qquad (I8)$$

Если на забой скважины подается жидкость, температура которой меняется по известному закону $\varphi(\eta)$, т.е. при $\xi = 0$ $\theta(0,\eta) = \varphi(\eta)$, то решение задачи находится по теореме свертки. Действительно, постоянная в решении (I6) равна:

$$\bar{\theta}(0,\eta) = c = \bar{\varphi}(s),$$

где $\bar{\varphi}(s)$ - изображение по Лапласу функции $\varphi(\eta)$.

Используя обозначение (I8) для $\bar{\theta}$, имеем:

$$\bar{\theta}(\xi, s) = \bar{\varphi}(s)\,\bar{u}(\xi, s)$$

и

$$\theta(\xi, \eta) = \int_0^{\eta} \varphi(x) U(\xi, \eta - x)\, dx .$$

Температуру в скважине при известном законе изменения температуры на входе можно рассчитывать численным методом по табулированным значениям функции $U(\xi, \eta)$ [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. М., Наука, 1969.

2. Кудряшов Б.Б., Саламатин А.Н., Чугунов В.А. Границы применимости коэффициента нестационарного теплообмена при расчетах температурного режима скважин. – В кн.: Физические процессы горного производства. Л., изд. ЛГИ, 1975, вып. 1.

3. Кудряшов Б.Б., Саламатин А.Н., Чугунов В.А. К методике приближенного решения некоторых задач горной теплофизики. – Записки ЛГИ, 1973, т. 66, вып. 1.

4. Серов Е.П., Корольков Б.П. Динамика процессов в тепло- и массообменных аппаратах. М., Энергия, 1967.