Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им.Г.В.Плеханова,
т.ⅬXXXVIII, 1981 г.

УДК 622.619:622.6/192

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ РЕЗЕРВА ГОРНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Б.С.БОРЩ

Одним из путей обеспечения выполнения планового задания горным предприятием является общее резервирование, при котором имеется некоторый ненагруженный резерв машин, пополняющий парк действующих при выходе их из строя ранее планового ремонта. В свою очередь, ненагруженный резерв пополняется отремонтированными машинами (или новыми, заменяющими списанные). Такой способ резервирования пригоден для рудничных локомотивов, погрузочно-транспортных машин, насосов, карьерных самосвалов, экскаваторов и т.п. Быстрый и своевременный ввод в эксплуатацию резервного оборудования взамен отказавшего обеспечивает ритмичную работу горного предприятия. В настоящее время соотношение резервных машин (исправных машин, которые могут быть введены в работу в любой момент) и машин в ремонте определяется без достаточных оснований, главным образом исходя из опыта эксплуатации оборудования. Между тем величины обеих частей резервного оборудования зависят от принятой системы профилактики и периодичности ремонтов. Действительно, с уменьшением межремонтного периода (что может оказаться экономически выгодным из-за уменьшения потерь продукции при авариях машин) величины обеих частей резерва возрастут.

Таким образом, резерв оборудования состоит из двух частей: а) машины, находящиеся в исправном состоянии и ожидающие ввода в эксплуатацию при отказе работающих машин (ненагруженный резерв); б) машины, находящиеся в ремонте, которые пополняют ненагруженный резерв и заменят машины, выводимые в плановый ремонт.

Настоящая работа посвящена определению величин обеих частей резервного парка машин для следующей системы профилактики. Для всех машин, вводимых в эксплуатацию, назначается некоторая наработка T, по достижении которой объект будет заменен резервным. Если отказ произошел ранее намеченной наработки, то производится внеплановая замена машины, а отказавший

объект выводится в ремонт. Данная стратегия обслуживания[x] исследована при наиболее часто встречающихся функциях распределения наработки: нормальной, логарифмически-нормальной, Вейбулла. Полученные результаты позволяют определить оптимальную периодичность замен оборудования, при которой обеспечивается минимум затрат на единицу продукции.

Если при описанной системе профилактики средняя наработка (условное математическое ожидание наработки, определенное при условии, что изделие будет заменено, если его наработка достигнет заданной величины T) равна $T_{усл}$, то для выполнения производственного плана в течение некоторого периода, например одного года, на каждую действующую машину должно приходиться отремонтированных машин

$$n = T_{год} / T_{усл}, \qquad (1)$$

где $T_{год}$ – годовая плановая наработка одной машины.

В общем случае условное математическое ожидание наработки для принятой системы профилактики

$$T_{усл} = \int_0^{\infty} t f(t)\,dt = \int_0^{T} t f(t)\,dt + \int_T^{\infty} T f(t)\,dt = \int_0^{T} t f(t)\,dt + T[1-F(T)] = \int_0^{T} P(t)\,dt, \qquad (2)$$

где $f(t)$ – плотность вероятности; $F(t)$ – функция распределения случайной величины наработки; $P(t)$ – вероятность безотказной работы за время t, $P(t)=1-F(t)$.

Если наработка на отказ имеет нормальное распределение

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{T} e^{-\frac{(t-\bar{t})^2}{2\sigma^2}}\,dt$$

то условное математическое ожидание наработки

$$T_{усл} = M\{t\} = \sigma\left[Y(0{,}5-\Phi(Y)) - f(Y) + \frac{1}{v}\right], \qquad (3)$$

где σ – среднеквадратичное отклонение случайной величины наработки; $\bar{t}$ – математическое ожидание наработки; $Y=(T-\bar{t})/\sigma$; $\Phi(Y)$ – интеграл Лапласа; $f(Y)$ – плотность вероятности; v – коэффициент вариации, $v=\sigma/\bar{t}$.

Если наработка имеет логарифмически-нормальное распределение

$$F(t) = \frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}} \int_0^{T} e^{-\frac{(\ln t-a)^2}{2\sigma^2}}\,dt$$

то условное математическое ожидание наработки

$$T_{усл} = M\{t\} = e^{a}\left[e^{\frac{\sigma^2}{2}}(0{,}5-\Phi(Y-\sigma)) + e^{\sigma Y}(0{,}5-\Phi(Y))\right] \qquad (4)$$

где σ – среднеквадратичное отклонение натурального логарифма случайной величины наработки; a – математическое ожидание натурального логарифма случайной величины наработки; $Y=(\ln T-a)/\sigma$; $\Phi(Y)$, $\Phi(Y-\sigma)$ – интеграл Лапласа.

---

[x] Марголин И.И., Борщ Б.С., Черненов В.А. Оптимальная профилактика погрузочно-транспортных машин. – Горный журнал, 1980, № 10.

Если наработка имеет распределение Вейбулла

$$F(t)=1-e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}$$

то

$$T_{усл}=M\{t\}=\frac{a}{b}\gamma\left[\frac{1}{b};\left(\frac{T}{a}\right)^b\right], \qquad (5)$$

где a и b – параметры распределения Вейбулла; $\gamma\left[\frac{1}{b};\left(\frac{T}{a}\right)^b\right]$ – неполная гамма-функция[x].

Если наработка имеет гамма-распределение

$$F(t)=\int_0^T \frac{1}{\Gamma(m)} t^{m-1} e^{-\lambda t} dt$$

то

$$T_{усл}=\frac{1}{\lambda}\left[\frac{1}{\Gamma(m)}\gamma(m+1,Y)+Y\left(1-\frac{1}{\Gamma(m)}\gamma(m,Y)\right)\right], \qquad (6)$$

где m,λ – параметры гамма-распределения. При m целом числе для показательно-степенного распределения (частный случай гамма-распределения)

$$T_{усл}=M\{t\}=\lambda\left[\frac{m\left(1-e^{-Y}\sum_{k=0}^{m-1}\frac{Y^k}{k!}\right)-\frac{Y^m e^{-Y}}{(m-1)!}}{e^{-Y}\sum_{k=0}^{m-1}\frac{Y^k}{k!}}+Y\right] \qquad (7)$$

где $Y=T\lambda$

По уравнениям (3), (4), (5), (7) построены номограммы (см. рисунок), которые при заданной наработке T (оптимальной или произвольно назначаемой) позволяют определить для каждого из рассматриваемых распределений величину τ, а затем условное математическое ожидание $T_{усл}$ для нормального распределения

$$T_{усл}=\sigma\tau; \qquad (8)$$

для логарифмически-нормального распределения

$$T_{усл}=e^{a}\tau; \qquad (9)$$

для распределения Вейбулла

$$T_{усл}=a\tau; \qquad (10)$$

для гамма-распределения

$$T_{усл}=\lambda\tau \qquad (11)$$

Таким образом, формулы (3), (4), (5), (7) и соответствующие номограммы дают возможность найти $T_{усл}$ и, следовательно, по формуле (1) определить число ремонтов, которые необходимо произвести в течение одного года на каждую действующую машину.

Средняя продолжительность ремонта одной машины $T_{рем}$ и число машин в ремонте на каждую действующую машину n должны находиться в соотноше-

---

[x] Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М., Советское радио, 1969.

нии $T_{рем} \leqslant n T_{усл}$. В противном случае ненагруженный резерв будет с течением времени исчерпан, пополнять парк действующих машин окажется невозможным, а вышедшие из строя машины скопятся в ожидании ремонта. Вопрос об экономически оптимальном соотношении числа машин в ремонте и мощностью ремонтных служб, определяющих величину $T_{рем}$, подлежит исследованию. Нами лишь определено число отремонтированных машин на каждую действующую машину для некоторого периода времени, что позволяет установить общий объем ремонтных работ для машин данного типа.

Машины ненагруженного резерва заменяют оборудование, отказавшее до достижения назначенной наработки T. Величина ненагруженного резерва должна быть такова, чтобы потребность в резервных машинах в период между плановыми ремонтами удовлетворялась с достаточно высокой вероятностью α

Предположим, что наработка машины распределена экспоненциально

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda_э t}$$

где $\lambda_э$ - интенсивность отказов.

Если отказы машин независимы, а каждая действующая машина за период профилактики T будет заменена $n_i(T)$ раз, то общее число отказов машин данного типа или, что то же самое, число введенных в работу машин, заменяющих отказавшие,

$$N_{отк} = \sum_{i=1}^{N} n_i(T),$$

где N - общее число работающих машин.

Величина $N_{отк}$ - случайная величина, подчиняющаяся закону Пуассона[x] с параметром

$$\theta = \lambda_э N T \qquad (12)$$

Вероятность события, состоящего в том, что за период T откажет не более $N_{рез}$ машин,

$$P\left[N_{отк} \leqslant N_{рез}\right] = \sum_{j=0}^{N_{рез}} \frac{\theta^j e^{-\theta}}{j!}$$

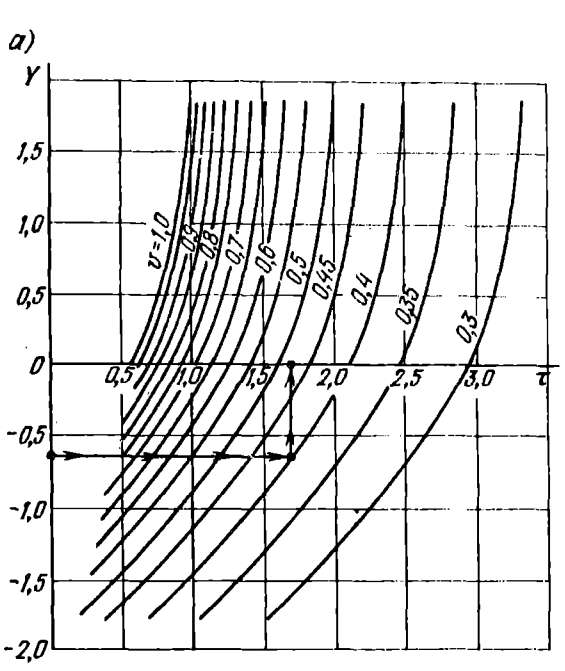
Таким образом, задача определения величины ненагруженного резерва сводится к нахождению такого $N_{рез}$, при котором

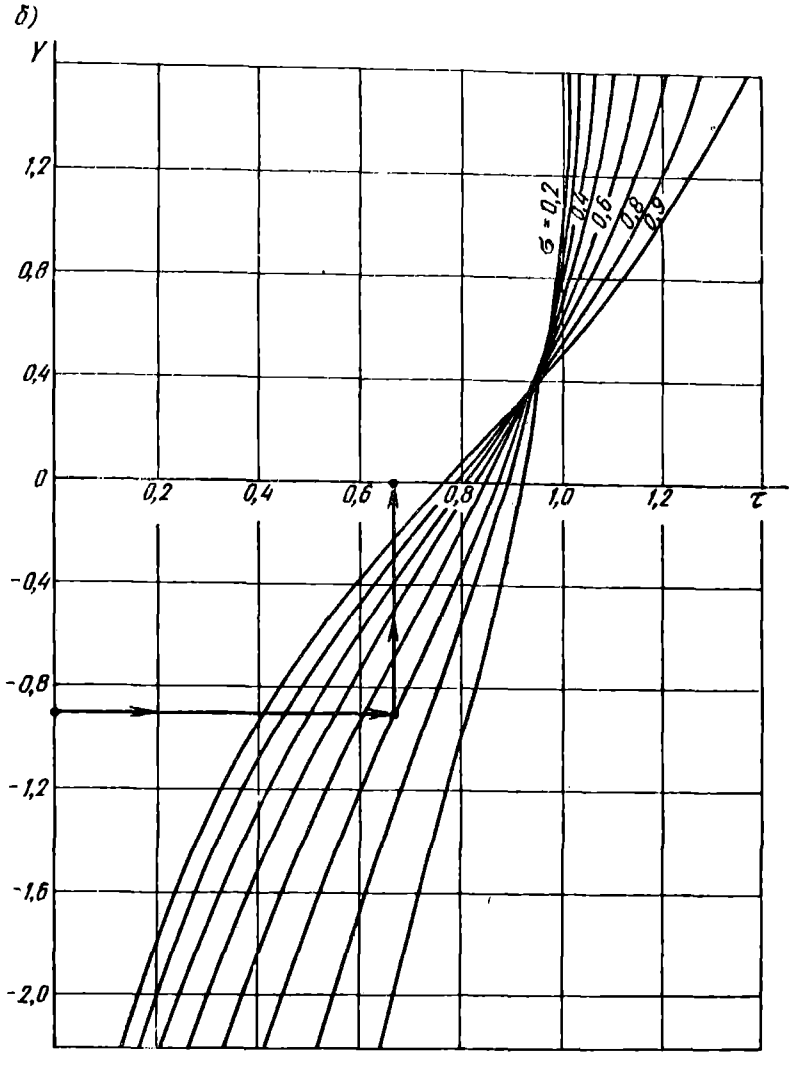
$$\sum_{j=0}^{N_{рез}} \frac{\theta^j e^{-\theta}}{j!} = \alpha \qquad (13)$$

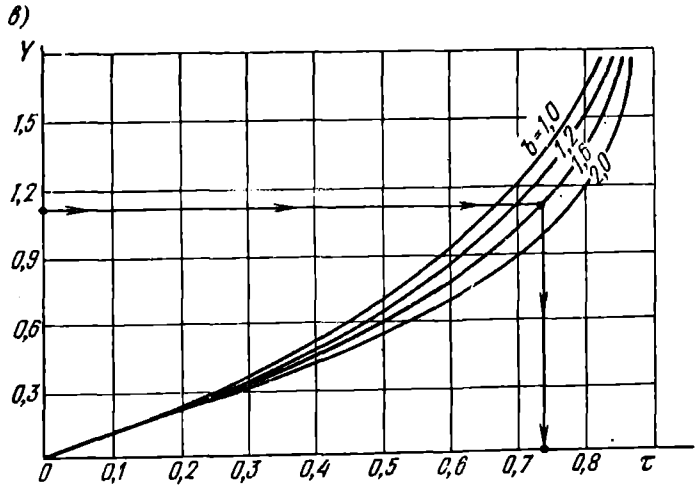
Если интенсивность отказов $\lambda \neq const$, то может быть оценена верхняя граница величины резерва, удовлетворяющего потребность с вероятностью α Действительно, если интенсивность отказов на интервале $[0,T]$ - монотонно возрастающая величина, то, приняв в данном интервале наибольшее значение $\lambda(T) = \lambda_э$ и использовав выражение (13), получим величину нена-

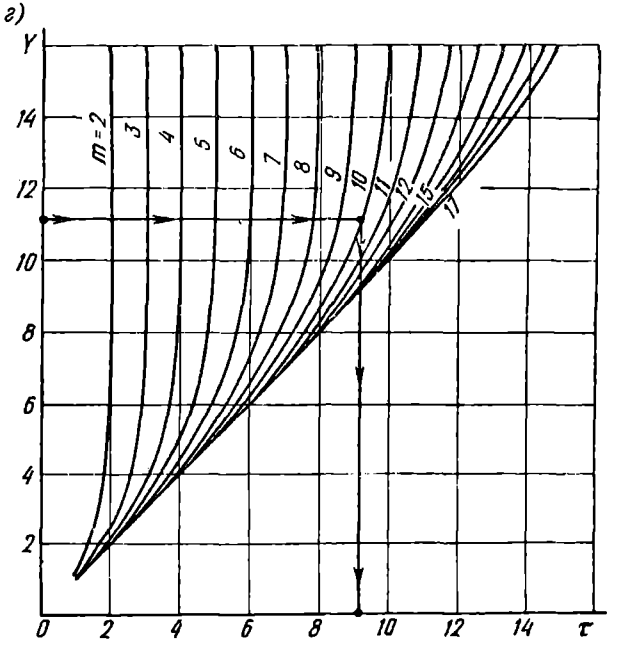
---

[x] Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М., Советское радио, 1969.


а)
Y
1,5
1,0
0,5
0
-0,5
-1,0
-1,5
-2,0
0,5
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
τ
υ=1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,45
0,4
0,35
0,3


б)
Y
1,2
0,8
0,4
0
-0,4
-0,8
-1,2
-1,6
-2,0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,2
τ
σ=0,2
0,4
0,6
0,8
0,9





Номограммы для определения условного математического ожидания: а – при нормальном распределении; б – при логарифмически-нормальном распределении; в – при распределении Вейбулла; г – при гамма-распределении

груженного резерва, удовлетворяющего потребность с вероятностью, заведомо большей α.

Как известно, распределения нормальное, Вейбулла (при $b > 1$) и гамма (при $m > 1$) имеют возрастающую интенсивность отказов, поэтому интенсивность отказов на интервале $[0,T]$ наибольшая в точке T при нормальном распределении

$$\lambda_э = \lambda(T) = \frac{\frac{1}{\sigma} f(Y)}{0{,}5 - \Phi(Y)}, \qquad (14)$$

при распределении Вейбулла

$$\lambda_э = \lambda(T) = \frac{b}{a}\left(\frac{T}{a}\right)^{b-1} \qquad (15)$$

при гамма-распределении

$$\lambda_э = \lambda(T) = \frac{\lambda Y^{m-1} e^{-Y}}{\Gamma(m) - \gamma(m,Y)} \qquad (16)$$

при логарифмически-нормальном распределении плановая замена машины целесообразна только в области возрастающей интенсивности отказов[x]. Если интервал $[0,T]$ выходит за пределы области возрастания интенсивности отказов, то замена машины целесообразна только при ее отказе. Вследствие этого можно считать, что

$$\lambda_э = \lambda(T) = \frac{f(Y)}{\sigma T[0{,}5 - \Phi(Y)]} \qquad (17)$$

Выводы

1. Число ремонтов машин данного типа зависит от наработки машин и от принятой системы профилактики, которая определяет среднюю наработку машин между ремонтами. При подсчете объема ремонтных работ следует, конечно, учитывать, что возможны ремонты разных типов $T_1, T_2, \ldots, K$.

2. Продолжительность нахождения машины в ремонте и число машин в ремонте жестко связаны со средней наработкой машины между ремонтами. Вопрос об оптимальном соотношении этих величин необходимо исследовать.

3. Машины, находящиеся в ненагруженном резерве, должны обеспечивать замену отказавших с некоторой достаточно высокой вероятностью. Для сложных машин, у которых наработка распределена экспоненциально, задача определения резерва может быть решена точно; для машин, имеющих распределение, отличное от экспоненциального, может быть оценена верхняя граница резерва, обеспечивающая замену отказавших машин с вероятностью, наверняка большей заданной.

---

[x] Марголин И.И., Борщ Б.С., Чернецов В.А. Оптимальная профилактика погрузочно-транспортных машин. – Горный журнал, 1980, № 10.

4. Расчетные методы определения количества машин в резерве и в ремонте могут быть использованы только при условии организации сбора на предприятиях статистического материала, позволяющего получить функции распределения наработки.

5. Предложенная методика пригодна не только для машин в целом, но и для элементов машин, заменяемых как единое целое.