Записки Ленинградского ордена Ленина, ордена Октябрьской Революции
и ордена Трудового Красного Знамени горного института им. Г.В.Плеханова,
т. LXXXIX, 1981 г.

УДК 550.838.01

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИИ МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ НАКЛОННОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ

В.П.ЗАХАРОВ

Аномалии, характерные для горизонтальной пластины, чаще всего наблюдаются в платформенных регионах. Их источниками обычно являются относительно маломощные толщи терригенных (иногда вулканогенных) пород, распространение которых в плане ограничено разрывными нарушениями или зонами резких фациальных переходов. По магнитному полю пластины невозможно раздельно определить глубины залегания ее кровли и подошвы, но можно установить координаты центра сечения, ширину пластины и ориентировку проекции вектора намагниченности в плоскости рассматриваемого вертикального сечения.

Все это может представлять практический интерес при изучении строения осадочного чехла, особенно в нефтеперспективных районах. Однако строгое решение этой задачи с использованием поля только на одном высотном уровне известно лишь для простейшего случая, когда аномалия ΔT (или Z_a) симметрична. Считалось, что при ином характере поля для определения глубины залегания центра сечения пластины и ее ширины необходимо иметь аномалию на двух высотных уровнях[x], а это обычно требует пересчета поля в верхнее полупространство. Последняя операция подразумевает неизбежное использование аномалии, например ΔT, на значительном интервале, в несколько раз превышающем ширину пластины, где может резко проявиться влияние других источников аномалий, что приводит к большим ошибкам в вычислении искомых параметров.

В статье обосновывается строгий способ определения глубины залегания центра сечения, ширины пластины и положения в разрезе проекции вектора намагниченности по значениям любой из магнитных аномалий $\Delta T, Z_a, H_a$, заданной только на одном высотном уровне.

[x] Логачев А.А., Захаров В.П. Магниторазведка. Л., Недра, 1979.

Аналитическое выражение ΔT горизонтальной пластины при выборе начала координат над ее центром сечения описывается формулой

$$\Delta T = 2M \frac{(h^2+b^2-x^2)\cos\varepsilon - 2hx\sin\varepsilon}{x^4 - 2x^2(b^2-h^2)+(h^2+b^2)^2} \cdot \frac{\sin I}{\sin\varphi_0}, \qquad (I)$$

где M – магнитный момент сечения; h – глубина залегания центра сечения; $2b$ – ширина пластины; x – абсцисса точки наблюдения; $\varepsilon = 180^\circ - \varphi - \varphi_0$; φ – угол между проекцией вектора намагниченности на плоскость $x0z$ и осью x, ориентированной в северных магнитных румбах или на магнитный восток; φ_0 – проекция угла I на плоскость $x0z$; I – угол нормального магнитного наклонения.

Формула (I) по своей структуре идентична выражению горизонтального градиента поля ΔT пласта, безграничного по падению и намагниченного в произвольном направлении. Строгий способ определения глубины залегания верхней кромки и видимой мощности такого пласта по аномалии ΔT известен, он должен быть применим и для нахождения h и b горизонтальной пластины по создаваемому ею полю ΔT. Однако им можно воспользоваться, если известно положение горизонтальной проекции центра сечения пластины и гарантирована правильность выбора уровня нормального поля. Поэтому прежде всего определим горизонтальную проекцию центра сечения пластины при наличии постоянного фона C_0, причем для более общей модели произвольно падающего, но ограниченного по падению пласта малой мощности, частным случаем которого является горизонтальная пластина.

Аналитическое выражение любой из магнитных аномалий (ΔT, Z_a, H_a) такого пласта при наличии постоянного фона C_0 можно представить в виде рациональной дроби[x]. Выбрав начало координат в произвольной точке профиля P и обозначив ξ абсциссу центра сечения пласта для любой из перечисленных магнитных аномалий, обозначаемой ниже для общности $f(x)$, можем записать

$$f(x) = \frac{C_1(x-\xi)^2 + C_2(x-\xi) + C_3}{(x-\xi)^4 + C_4(x-\xi)^2 + C_5(x-\xi) + C_6} + C_0, \qquad (2)$$

где x – абсцисса текущей точки наблюдения.

Пусть $f(x_k) = C$ – значению магнитной аномалии в некоторой фиксированной точке x_k. Чтобы найти абсциссы других точек, в которых аномалия принимает значение C, приравняем правую часть уравнения (2) этой постоянной, тогда

$$(C-C_0)(x_k-\xi)^4 + [(C-C_0)C_4 - C_1](x_k-\xi)^2 + [(C-C_0)C_5 - C_2](x_k-\xi) + (C-C_0)C_6 - C_3 = 0. \qquad (3)$$

Так как в уравнении (3) отсутствует $(x_k - \xi)^3$, то $\sum_{k=1}^{4}(x_k-\xi) = 0$, откуда

$$\xi = 1/4 \sum_{k=1}^{4} x_k. \qquad (4)$$

---

[x] Шалаев С.В. Геологическое истолкование геофизических аномалий с помощью линейного программирования. Л., Недра, 1972.

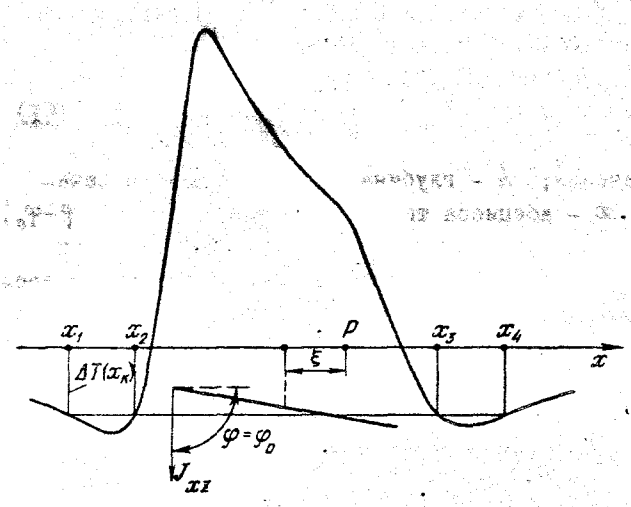


Рис.1. График ΔT (показаны точки, используемые для нахождения горизонтальной проекции центра сечения пласта малой мощности, ограниченного на глубину)

Следовательно, если выбрать $f(x_k)$ таким, чтобы оно наблюдалось в четырех или, по крайней мере, в трех точках профиля (в последнем случае два корня будут кратными), то по формуле (4), учитывая знаки x_k, легко можно найти удаление горизонтальной проекции центра сечения произвольно залегающего пласта от точки P (рис.I).

Так как уравнение (3) справедливо для любого фиксированного значения магнитной аномалии, то для определения ξ можно использовать четыре (в частном случае - три) точки с любым одинаковым значением ΔT, равно как Z_a или H_a. В силу того, что практические аномалии могут быть осложнены случайными погрешностями, целесообразно многократно определять величину ξ и выбирать после соответствующей отбраковки среднее значение.

Рассмотренный способ, естественно, применим и для частных случаев, какими являются магнитные аномалии горизонтальной пластины и горизонтального кругового цилиндра. Заметим, что распространенные способы нахождения проекции центра сечения горизонтального кругового цилиндра весьма чувствительны к ошибкам в выборе уровня нормального поля. Рекомендуемый способ, как показано выше, лишен этого недостатка, что позволяет, определив ξ по формуле (4), затем довольно просто установить правильный уровень поля для аномалии горизонтального кругового цилиндра. Действительно, над центром сечения такого цилиндра магнитная аномалия, например, $\Delta T(\xi)=4/3\sum\Delta T_{ext}$[x]. При наличии постоянного фона C_0 с графика будут сниматься не ΔT, а $\Delta T + C_0 = \delta T$. Тогда

$$C_0 = 1/3\left[4/3\sum\delta T_{ext} - \delta T(\xi)\right].$$

Остановимся теперь на способе исключения постоянной ошибки в выборе уровня поля для магнитных аномалий ΔT, Z_a, H_a горизонтальной пластины. Обоснование способа дадим на примере аномалии ΔT.

Из выражения (I) находим, что $\Delta T = 0$ в точках $x_{1,2}=-h\,tg\varepsilon \mp \sqrt{h^2\sec^2\varepsilon+b^2}$. Следовательно, $x_3=(x_1+x_2)/2=-h\,tg\varepsilon$ и $x_1 x_2=-(h^2+b^2)$.

---

[x] Логачев А.А., Захаров В.П. Магниторазведка. Л., Недра, 1979.

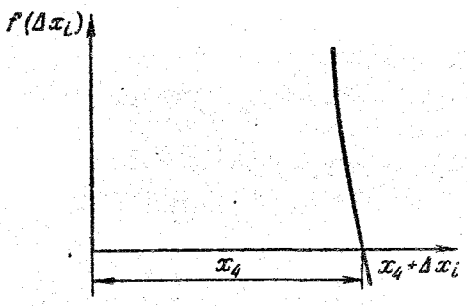


Рис.2. К определению правильного уровня поля аномалии ΔT горизонтальной пластины

Анализ выражения (I) показывает, что единственными двумя точками, равноудаленными от начала координат, в которых значения ΔT равны по величине и противоположны по знаку, будут $x_4=\sqrt{-x_1 x_2}$ и $x_5=-\sqrt{-x_1 x_2}$.

Естественно, что равенство $\Delta T(x_4)=-\Delta T(-x_5)$ соблюдается лишь при условии правильного выбора уровня нормального поля. Если же в магнитном поле содержится постоянная составляющая C_0, то абсциссы точек, в которых $\Delta T + C_0 = 0$, будут отличаться от истинных значений x_1 и x_2. Тогда и среднее геометрическое из этих абсцисс будет не x_4, а $x_4+\Delta x = -(x_5-\Delta x)$, причем Δx будет зависеть от C_0. Понятно, что $\Delta T(x_4+\Delta x) + \Delta T(x_5-\Delta x) \neq 0$; если эта сумма положительна, то уровень поля завышен, т.е. $C_0 < 0$, и наоборот. Смещая нулевую линию графика параллельно ее первоначальному положению, будем получать разные погрешности Δx_i и разные $f(\Delta x_i)=\Delta T(x_4+\Delta x_i)+\Delta T(x_5-\Delta x_i)$. Построив график зависимости $f(\Delta x_i)$ от $x_4+\Delta x_i$ (рис.2), интерполяцией найдем точку его пересечения с осью абсцисс, т.е. точку x_4, а тем самым и правильный уровень нормального поля.

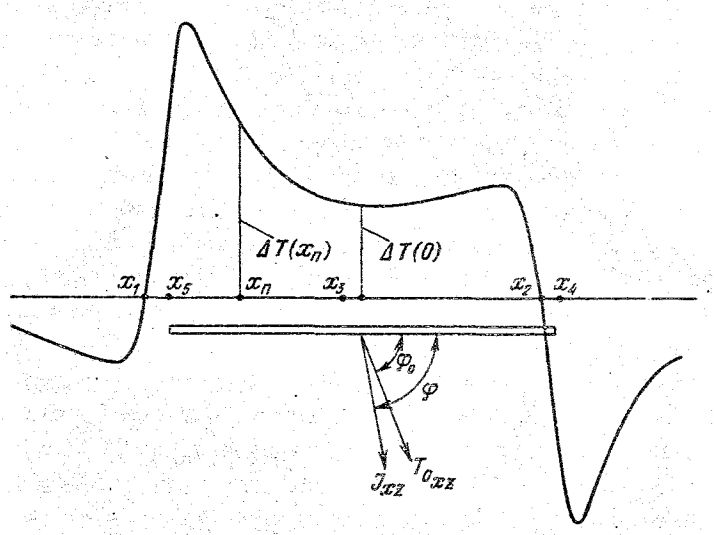


Рис.3. Графики ΔT над горизонтальной пластиной (показаны точки, используемые при вычислении h, b и ε)

Вычисление h, b и ε по аномалии ΔT связано с использованием отношения $\Delta T(x_n)$ к ΔT в начале координат, где x_n - абсцисса любой точки наблюдения (рис.3). Обозначив $\Delta T(x_n)/\Delta T(0) = k_n$ и используя связь искомых параметров с x_1, x_2 и x_4, получим

$$k_n = \frac{h^2+b^2-x_n^2-2h\,x_n\,tg\,\varepsilon}{x_n^4-2x_n^2(b^2-h^2)+(h^2+b^2)^2}\,(h^2+b^2) =$$

$$= \frac{x_4^2-x_n^2+2x_3x_n}{x_n^4-2x_n^2\,(b^2-h^2)+x_4^4}\,x_4^2 . \qquad (5)$$

Принимая во внимание, что $b^2 = x_4^2 - h^2$, $h^2 = x_4^2 - b^2$ и $b^2-h^2 = x_4^2 - 2x_3^2\,ctg^2\varepsilon$, в выражении (5) можно избавиться от любых двух неизвестных и получить формулы для независимого определения h, b и $ctg\,\varepsilon$:

$$h = 0{,}5\sqrt{\frac{x_4^2(x_4^2+2x_3x_n-x_n^2)-k_n(x_n^2-x_4^2)}{k_n\,x_n^2}}\,; \qquad (6)$$

$$b=0{,}5\sqrt{\frac{x_4^2(x_n^2-2x_3x_n-x_4^2)+k_n(x_n^2+x_4^2)^2}{k_n\,x_n^2}}\,; \qquad (7)$$

$$ctg\varepsilon=\pm\,0{,}5\sqrt{\frac{x_4^2(x_4^2+2x_3x_n-x_n^2)-k_n(x_n^2-x_4^2)^2}{k_n\,x_3^2\,x_n^2}}\,. \qquad (8)$$

Знак в формуле (8) выбирается с учетом соотношения амплитуд краевых экстремумов аномалии ΔT : плюс, если больший по абсолютной величине краевой экстремум располагается в области положительных значений x. Величина угла ε определяется с учетом знака краевого экстремума, лежащего в области положительных значений x. Если здесь наблюдается минимум ΔT, то $-90^0 < \varepsilon \leqslant 90^0$, если максимум ΔT, то $90^0 < \varepsilon \leqslant 270^0$.

Возможность использования при вычислении по формулам (6)-(8) абсцисс x_n и ординат $\Delta T(x_n)$ любых точек аномалии позволяет по одному графику получить множество значений каждого из искомых параметров. После соответствующей статистической обработки можно найти наиболее вероятные значения h, b и ε. Зная угол ε, который для горизонтальной пластины составляет $180^0 - \varphi - \varphi_0$, можно найти угол φ, определяющий ориентировку проекции вектора намагниченности в плоскости разреза, так как угол φ_0 легко устанавливается из соотношения $ctg\,\varphi_0 = ctg\,I\,cos A_0$ (здесь A_0 - нормальный магнитный азимут оси x). Заметим, что несовпадение вычисленных углов φ и φ_0 указывает на значительную роль остаточной намагниченности в создании аномального поля данного слоя пород.

Формулы (6)-(8) могут быть существенно упрощены за счет выбора конкретного значения x_n. Наиболее простые выражения получаются при $x_n = x_4$. Обозначив $\Delta T(x_4)/\Delta T(0) = k_4$, из формул (6)-(8) получим

$$h = \sqrt{x_3\,x_4\,/\,(2k_4)}\,; \qquad (9)$$

$$b = \sqrt{x_4(2k_4\,x_4-x_3)/(2k_4)}\,; \qquad (10)$$

$$ctg\,\varepsilon = \pm\sqrt{x_4\,/\,(2k_4\,x_3)}\,. \qquad (11)$$

Формулы (6)-(7) и (9)-(10) также применимы для вычисления h и b по аномалиям Z_a и H_a горизонтальной пластины, а (8) и (11) применительно к аномалиям Z_a и H_a дают возможность вычислить не $ctg\varepsilon$, а соответственно $ctg\vartheta$ и $ctg(\vartheta + 90^\circ)$; при этом остаются в силе изложенные выше критерии определения знака котангенса и величины вычисляемого угла. Переход к углу φ осуществляется просто, так как для горизонтальной пластины $\vartheta = 90^\circ - \varphi$.

Характер магнитного поля горизонтальной пластины зависит не только от углов φ и φ_0, но и от отношения b/h. Так, при $b \leqslant h\sqrt{3}$ и $\varepsilon \neq \pm 90^\circ$ аномалия ΔT имеет только три экстремума и становится похожей на аномалию горизонтального кругового цилиндра, что вполне естественно, так как цилиндр является частным случаем пластины. Формулы (6)-(11) получены без введения ограничения на отношение b/h, поэтому они применимы к магнитным аномалиям горизонтальной пластины, имеющим как пять, так и три экстремума.